

DISCORSI
E
DIMOSTRAZIONI
MATEMATICHE,
intorno à due nuoue scienze

Attenenti alla
MECANICA & I MOVIMENTI LOCALI,
del Signor

GALILEO GALILEI LINCEO,
Filosofo e Matematico primario del Serenissimo
Grand Duca di Toscana.

Con una Appendice del centro di gravità d'alcuni Solidi.



IN LEIDA,
Appresso gli Elsevirii. M. D. C. XXXVIII.

IMPRESSION ANASTALTIQUE
CULTURE ET CIVILISATION
115, AVENUE GABRIEL LEBON
BRUXELLES
1966

Allo Illustrissimo Signore,

IL SIGNORE

CONTE DI NOAILLES:

Configlier di S. M^{ta} Christianissima : Cauallier dell'Ordine di S^{to} Spirito : Mariscalco de' suoi Campi & Esserciti : Siniscalco & Gouvernatore di Roerga, & Luogotenente per S. M^{ta} in Ouergna: Mio Signore & Padrone Colendissimo.

Illustrissimo Signore,

Riconosco per vno effetto della Magnanimità di V. S. Illustrissima, quanto gli è piaciuto disporre di questa Opera mia; non ostante che (come ella sà) confuso & sbigottito da i mal fortunati successi di altre mie Opere, hauendo meco medesimo determinato, di non esporre in publico, mai più, alcuna delle mie fatiche, mà solo, acciò del tutto non restassero sepolte, essendomi persuaso di lasciarne Copia manuscritta, in luogo conspicuo, al meno à molti intelligenti, delle Materie da me trattate: & per ciò, hauendo fatto elezzione, per il primo, & più illustre luogo, di depositarle in mano di V. S. Illustrissima sicuro, che per sua particolare affezione verso di me, hauerebbe hauuto à cuore, la conseruatione de' miei studii, & fatiche. Et per ciò, nel suo passaggio di quà, ritornando dalla sua Ambasciata di Roma, fui

à riuertirla personalmente , si come più volte haueuo fatto per lettere, & con tale incontro, presentai à V. S. Illustrissima la Copia di queste due Opere, che allora mi trouauo hauere in pronto ; lequali benignamente mostrò di gradire molto, & di essere per farne sicura conserua; & col parteciparle in Francia à qualche amico suo, perito di queste scientie, mostrare, che se bene taceuo , non però passauo la vita del tutto ociosamente. Andauo dipoi , apparecchiandomi , di mandarne alcune altre Copie , in Germania, in Fiandra, in Inghilterra, in Spagna, & forse anco in qualche luogo d'Italia, quando improuisamente vengo dagli Elzeuiri auuifato, come hanno sotto il torchio queste mie Opere, & che però, io deua prendere risoluzione circa la dedicatoria, & prontamente mandargli il mio concetto sopra di ciò. Mossa da questa inopinata, & inaspettata nuoua, sono andato meco medesimo concludendo, che la brama di V. S. Illustrissima di suscitare, & ampliare il nome mio, col partecipare à diuersi i miei scritti habbia cagionato, che sieno peruenuti nelle mani de' detti Stampatori; liquali essendosi adoperati in publicare altre mie Opere , habbiano voluto honorarmi , di mandarle alla luce, sotto le loro bellissime, & ornatissime stampe : Per ciò questi miei scritti, debbono risentirsi, per hauer' hauer' la sorte, d'andar nell'arbitrio d'vn si gran Giudice, il quale, nel marauiglioso concorso di tante Virtù, che

che rendono V. S. Illustrissima ammirabile à tutti, ella, con incomparabile Magnanimità , per zelo anco, del ben publico , à cui gli è parso , che questa mia Opera, douesse conferire , hà voluto allargargli i termini, & i confini dell' honore: Sì che essendo il fatto ridotto in cotale stato, è ben ragioneuole, che io, con ogni segno più conspicuo, mi dimostri grato riconoscitore del Generoso affetto di V. S. Illustrissima che hà hauuto à cuore, di accrescermi la mia fama, con farli spiegar le ale liberamente, sotto il Cielo aperto, doue che à me pareua assai dono, che ella restasse in spatii più angusti. Per tanto, al nome Vostro, Illustrissimo Signore, conuiene, che io dedichi, & consacri questo mio parto , al che fare, mi strigne, non solo il cumulo de gli oblighi, che gli tengo, ma l'interesse ancora, il quale (siami lecito così dire) mette in obbligo V. S. Illustrissima di difendere la mia riputatione, contro à chi volesse offenderla: mentre ella mi hà posto in steccato , contro à gl'auersarii. Onde, facendomi auanti, sotto il suo stendardo, & protettione, humilmente me le inchino, con augurarle per premio di queste sue gratie, il colmo d'ogni felicità, & grandezza. d'Arcetri li 6. Marzo. 1638.

Di V. S. Illustrissima

Deuotissimo Seruitore

GALILEO GALILEI.



LO STAMPATORE A I LETTORI.

TRattenendosi la Vita Civile mediante il mutuo & vicendeuole soccorso de gl'huomini, gl'vni verso gli altri, & à ciò seruendo principalmente, l'uso delle Arti, & delle scienze, per questo, gl'Inuentori di esse, sono sempre stati tenuti in grande stima, & molto riueriti dalla Sauia Antichità; E quanto più eccellente, ò vtile, è stata qualche Inuentione, tanto maggior laude, & honore ne è stato attribuito à gl'Inuentori, fin ad essere stati Deificati (hauendo gl'huomini per commun consenso, con tal segno di supremo honore, voluto perpetuare la memoria de gl'autori del loro bene essere.) Parimente quelli, i quali con l'acutezza de i loro ingegni, hanno riformato le cose già trouate, scoprendo le fallacie, & gli errori, di molte & molte propositioni, portate da huomini insigni, & riceute per vere per molte età, sono degni di gran lode, & ammiratione: atteso medesimamente, che tale scoprimento, è laudabile, se bene i medesimi scopritori, haueseno solamente rimossa la falsità, senza introdurne la verità, per se, tanto difficile à conseguirsi; conforme al detto del principe de gl'oratori. *Vtinam tam facile possem vera reperire, quam falsa convincere.* Et in fatti, il merito di questa lode, è douuto à questi nostri ultimi Secoli; ne i quali le Arti, & le scienze, ritrouate da gl' Antichi, per opera di perspicacissimi ingegni, sono per molte proue, & esperientie, state ridotte à gran perfettione, la quale ogni dì, v'augmentandosi: & in particolare, questo apparisce nelle Scienze Matematiche, nelle quali (lasciando i diuersi, che si ci sono adoperati con gran lode & gran successo) al nostro Signore Galileo Galilei Accademico Linceo, senza alcun contrasto, anzi con l'applauso & l'approbatione vniversale di tutti i periti, meritamente sono douuti li primi gradi; sì per hauer mostrato la non concludenza di molte ragioni, intorno à varie Conclusioni, con salde dimostrationi confermate, (come ne sono piene le opere sue già publicate) sì anco per hauer col Telescopio (vscito prima di queste nostre parti, ma da esso, ridotto poi, à perfettione molto maggiore) scoperto, & data primo di tutti la Notitia delle quattro Stelle, Satelliti di Gioue; della vera & certa dimostratione della Via Lattea, delle Macchie Solari; delle rugosità, & parti nebulose della Luna; di Saturno Tricorporeo; Venere falcata; della qualità & dispositione delle Comete; tutte cose non conosciute mai da gl'Astronomi, ne da i Filosofi Antichi: Di maniera, che puote dirsi, esser per esso, con nuoua luce, comparso al Mondo, & ristorata l'Astronomia; dall'eccellenza della quale (in quanto ne
Cieli,

Cieli, & ne i Corpi Celesti, con maggiore evidenza & ammiratione, che in tutte le altre Creature, risplende la Potenza, Sapienza, & Bontà del Supremo fattore) risulta la grandezza del merito di chi ce ne hà aperta la conoscenza, con hauer si resi tali Corpi distintamente conspicui, non ostante la loro distanza quasi infinita da noi: poi che secondo il dire volgato, l'aspetto insegna assai più, & con maggior certezza, in vn sol giorno, che non potriano fare i precetti quantunque mille volte reiterati, la Notitia Intuitiua, (come disse vn altro) andando del pari, con la definizione. Ma molto più si manifesta la gratia concedutagli da Dio, & dalla Natura, (per mezzo però, di molte fatiche, & vigilie) nella presente Opera, nella quale si vede, lui essere stato Ritrouatore di due intere Scienze nuoue, & da i loro primi principii, & fondamenti, concludentemente, cioè Geometricamente dimostrate: Et quello, che deue rendere più marauigliosa questa Opera; Vna, delle due Scienze, è intorno à vn soggetto eterno, principalissimo in Natura, speculato da tutti i gran Filosofi, & sopra il quale ci sono moltissimi volumi scritti; parlo del Moto Locale: Materia d'infiniti accidenti ammirandi; nessuno de' quali, è sin qui stato trouato, non che dimostrato da alcuno: l'Altra Scienza, pure, da i suoi principii dimostrata, è intorno alla resistenza, che fanno i Corpi solidi, all'essere per violenza spezzati: Notitia di grande utilità, & massime nelle Scienze & Arti Mekaniche: & essa ancora, piena d'accidenti, & Propositioni, sin qui non offeruate; di queste due nuoue Scienze, piene di Propositioni, che in infinito saranno accresciute col progresso del tempo, da gl'ingegni Specolatiui, in questo Libro, si aprono le prime porte; & con non piccolo numero di Propositioni dimostrate, si addita il progresso & trapasso, ad altre infinite; si come da gl'Intelligenti sarà facilmente inteso & riconosciuto.

TAVO-

T A V O L A
*delle Materie principali che si trattano nella
presente Opera.*

I.

Scientia nuoua prima, intorno alla resistenza de i cor-
pi solidi all' essere spezzati. *Giornata prima, pag. 1.*

II.

Qual potesse esser la causa di tal coërenza. *Giornata
seconda, pag. 150.*

III.

Scientia nuoua altra, de i mouimenti locali. *Giornata
terza, pag. 150.*

Cioè, dell' equabile. *pag. 151.*

Del naturalmente accelerato. *pag. 156.*

IV.

Del violento, ouero de i proietti. *Giornata quarta,
pag. 236.*

V.

Appendice di alcune proposizioni & dimostrazioni
attenenti al centro di grauità de i solidi. *pag. 289.*

GIOR-



GIORNATA PRIMA.

Interlocutori,

SALVIATI, SAGREDO,
E SIMPLICIO.

Salu.



Argo campo di filosofare à g'intelletti specolatiui parmi che porga la frequente pratica del famoso Arsenale di Voi Sig. Veneziani, & in particolare in quella parte, che Mecanica si domanda: atteso che quint ogni sorte di strumento, e di machina vien continuamente posta in opera da numero grande d'artefci, trà i quali e per l'offeruazioni fatte da i loro antecessori, e per quelle, che di propria auuertenza vanno continuamente per se stessi facendo, è forza, che ue ne siano de i peritiissimi, e di finissimo discorso.

Sagr. V. S. non s'inganna punto: & io come per natura curioso frequento per mio diporto la visita di questo luogo, e la pratica di questi, che noi per certa preminenza, che tengono sopra'l resto della maestranza, domandiamo Proti; la conferenza de i quali mi hà più volte aiutato nell' inuestigazione della ragione di effetti non solo marauigliosi, mà reconditi ancora, e quasi inopinabili: è vero che tal volta anco mi hà messo in confusione, & in disperazione di poter penetrare, come possa seguire quello, che lontano da ogni mio concetto mi dimostra il senso esser vero; e pur quello, che poco fa ci diceua quel buon vecchio, è vn dettato, & vna proposizione ben' assai vulgata, mà però io la reputaua in tutto vana, come molte

A

altre,

altre, che sono in bocca de i poco intelligenti, credo, da loro introdotte per mostrar di saper dir qualche cosa intorno à quello, di che non son capaci.

Salu. V. S. vuol forse dire di quell' ultimo pronunziato, ch'ei profferì, mentre ricercavamo d'intendere, per qual ragione faceuano tanto maggior apparecchio di sostegni, armamenti, & altri ripari, e fortificazioni intorno à quella gran Galeazza, che si doueua varare, che non si fa intorno à vasselli minori, doue egli rispose ciò farsi per euitare il pericolo di direnarsi, oppressa dal grauissimo peso della sua vasta mole, inconueniente, al quale non son soggetti i legni minori?

Sagr. Di cotesto intendo, e sopra tutto dell' ultima conclusione, ch'ei soggiunse, la quale io hò sempre stimata concetto vano del vulgo: cioè che in queste, & altre simili machine non bisogna argumentare dalle piccole alle grandi, perche molte inuentioni di machine riescono in piccolo, che in grandi poi non sussistono. Mà essendo che tutte le ragioni della meccanica hanno i fondamenti loro nella Geometria, nella quale non veggo, che la grandezza, e la piccolezza faccia i cerchi, i triangoli, i Cilindri, i Coni, e qualunque altre figure solide soggette ad altre passioni queste, & ad altre quelle, quando la machina grande sia fabricata in tutti i suoi membri conforme alle proporzioni della minore, che sia valida, e resistente all' esercizio, alquale ella è destinata, non sò vedere, perche essa ancora non sia esente da gl'incontri, che sopraggiugner gli possono sinistri, e destruttori.

Salu. Il detto del vulgo è assolutamente vano, e talmente vano, che il suo contrario si potrà profferire con altrettanta verità, dicendo, che molte machine si potranno far più perfette in grande, che in piccolo, come per esempio vn' Oriuolo, che mostri, e batta le hore, più giusto si farà d'una tal grandezza, che di vn' altra minore. Con miglior fondamento usurpano quel medesimo detto altri più intelligenti, i quali della riuscita di tali machine grandi non conforme à quello, che si raccoglie dalle pure, & astratte dimostrazioni
Geome-

Geometriche, ne rimettono la causa nell' imperfezzione della materia, che soggiace à molte alterazioni, & imperfezzioni. Mà qui non sò s'io potrò senza inciampare in qualche nota di arroganza, dire che nè anco il ricorrere all' imperfezzioni della materia potenti à contaminare le purissime dimostrazioni Matematiche, basti à scusare l'inobbedienza delle machine in concreto alle medesime astratte, & Ideali: tuttauia io pure il dirò affermando, che astraendo tutte l'imperfezzioni della Materia, e supponendola perfettissima, & inalterabile, e da ogni accidental mutazione esente, tuttauia il solo esser materiale fa, che la machina maggiore fabbricata dell' istessa materia, e con l'istesse proporzioni, che la minore, in tutte l'altre condizioni risponderà con giusta simmetria alla minore, fuor che nella robustezza, e resistenza contro alle violente inuasioni: mà quanto più sarà grande tanto à proporzione sarà più debole. E perche io suppongo la materia essere inalterabile, cioè sempre l'istessa, è manifesto, che di lei, come di affezione eterna, e necessaria, si possano produr dimostrazioni non meno dell' altre schiette, e pure Matematiche. Però S. Sagr. reuochi pur l'opinione, che teneua, e forse insieme con tutti gli altri, che nella Mecanica han fatto studio, che le machine, e le fabbriche composte delle medesime materie con puntuale offeruanza delle medesime proporzioni trà le loro parti debban' esser' egualmente, ò per dir meglio proporzionalmente disposte al resistere, & al cedere alle inuasioni, & impeti esterni; perche si può Geometricamente dimostrare sempre le maggiori essere à proporzione men resistenti, che le minori: sì che ultimamente non solo di tutte le machine, e fabbriche artificiali, mà delle naturali ancora sia vn termine necessariamente ascritto, oltre al quale nè l'arte, nè la natura possa trapassare: trapassar dico con offeruar sempre l'istesse proporzioni con l'identità della materia.

Sagr. Io già mi sento riuolgere il ceruello, e quasi nugola dal baleno repentinamente aperta ingombrarmi la mente da momentanea, & insolita luce, che da lontano mi accenna, e subito confonde, & asconde imaginazioni straniere, & indigeste. E da quanto

ella hà detto, parmi che dourebbe seguire, che fusse impossibil cosa costruire due fabbriche dell' istessa materia simili, e diseguali; e trà di loro con egual proporzione resistenti; e quando ciò sia, sarà anco impossibile trouar due sole aste dell' istesso legno trà di loro simili in robustezza, e valore, mà diseguali in grandezza.

Salu. Così è Sig. Sagr. e per meglio assicurarci, che noi conuenghiamo nel medesimo concetto, dico, che se noi ridurremo vn' asta di legno à tal lunghezza, e grossezza, che fitta, v. gr. in vn muro ad angoli retti, cioè parallela all' orizonte, sia ridotta all' ultima lunghezza, che si possa reggere, si che allungata vn pelo più, si spezzasse grauata dal proprio peso, questa sarà vnica al mondo: si che essendo per esemplo, la sua lunghezza centupla della sua grossezza, nissuna altra asta della medesima materia potrà ritrouarsi, che essendo in lunghezza centupla della sua grossezza, sia, come quella, precisamente habile à sostener se medesima, e nulla di più: mà tutte le maggiori si fiaccheranno, e le minori saranno potenti à sostener' oltre al proprio peso qualch' altro appresso. E questo, ch'io dico dello stato di regger se medesimo, intendasi detto di ogni altra costituzione, e così se vn corrente potrà reggere il peso di dieci correnti suoi eguali, vna traue simile à lui non potrà altramente regger' il peso di dieci sue eguali. Mà notino in grazia V. S. e'l Sig. Simpl. nostro, quanto le conclusioni vere benchè nel primo aspetto sembrano improbabili, additate solamente qualche poco depongono le vesti, che le occultauano, e nude, e semplici fanno de' lor segreti gioconda mostra. Chi non vede, come vn cauallo cadendo da vn' altezza di tre braccia, ò quattro, si romperà l' ossa, mà vn cane da vna tale, e vn gatto da vna di otto, ò dieci, non si farà mal nissuno, come nè vn grillo da vna torre, nè vna formica precipitandosi dall' orbe lunare? I piccoli fanciulli restano illesi in cadute, doue i prouetti si rompono gli stinchi, ò la testa. E come gli animali più piccoli sono à proporzione più robusti, e forti de' maggiori, così le piante minori meglio si sostentano: e già credo, che amendue voi apprendiate, che vna Quercia dugento braccia alta

§
non potrebbe sostenere i suoi rami sparsi alla similitudine di vna di mediocre grandezza, e che la natura non potrebbe fare vn cavallo grande per venti caualli, nè vn gigante dieci volte più alto di vn huomo, se non ò miracolosamente, ò con l'alterar' assai le proporzioni delle membra, & in particolare dell' ossa, ingrossandole molto, e molto sopra la simmetria dell' ossa comuni. Il creder parimente, che nelle machine artificiali egualmente siano fattibili, e conseruabili le grandissime e le piccole, è errore manifesto: e così per esempio piccole Guglie, Colonnette, & altre solide figure sicuramente si potranno maneggiare, distendere, e rizzare senza rischio di rompersi, che le grandissime per ogni sinistro accidente andranno in pezzi, e non per altra cagione, che per il lor proprio peso. E qui è forza, che io vi racconti vn caso degno veramente di esser saputo, come sono tutti gli accidenti, che accascano fuori dell' aspettazione, e massime quando il partito preso per ouviare à vno inconueniente riesca poi causa potissima del disordine. Era vna grossissima colonna di marmo distesa, e posata presso alle sue estremità sopra due pezzi di traue; cadde in pensiero dopo certo tempo ad vn Mecanico, che fusse bene per maggiormente assicurarsi, che grauata dal proprio peso non si rompesse nel mezzo, supporgli anco in questa parte vn terzo simile sostegno: parue il consiglio generalmente molto oportuno, ma l'esito lo dimostrò essere stato tutto l'opposito: atteso che non passarono molti mesi, che la Colonna si trouò fessa, e rotta giusto sopra il nuouo appoggio di mezzo.

Simp. Accidente in vero marauiglioso, e veramente præter spem, quando però fusse deriuato dall' aggiugnervi il nuouo sostegno di mezzo.

Salu. Da quello sicuramente deriuò egli, e la riconosciuta cagion dell' effetto leua la marauiglia: perche deposti in piana terra i due pezzi della Colonna, si vedde che l'uno de i traui su'l quale appoggiaua vna delle testate, si era per la lunghezza del tempo infracidato, & auallato, e restando quel di mezzo durissimo, e forte, fù causa, che la metà della Colonna restasse in aria abbandona-

nata dall' estremo sostegno ; onde il proprio souerchio peso gli fece fare quello , che non haurebbe fatto , se solo sopra i due primi si fusse appoggiata , perche all' auuallarsi qual si fusse di loro , ella ancora l'haurebbe seguito. E qui non si può dubitare , che tal' accidente non farebbe auuenuto in una piccola Colonna , benche della medesima pietra , e di lunghezza rispondente alla sua grossezza con la proporzione medesima della grossezza , e lunghezza della Colonna grande.

Sagr. Già sin qui resto io assicurato della verità dell' effetto , mà non penetro già la ragione , come nel crescerfi la materia non deua con l'istesso ragguaglio multiplicarsi la resistenza , e gagliardia ; e tanto più mi confondo , quanto per l'opposito veggo in altri casi crescerfi molto più la robustezza alla resistenza al romperfi , che non cresce l'ingrossamento della materia ; che se , v. gr. saranno due chiodi fitti in un muro , l'uno più grosso il doppio dell' altro , quello reggerà non solamente doppio peso di questo , mà triplo , e quadruplo.

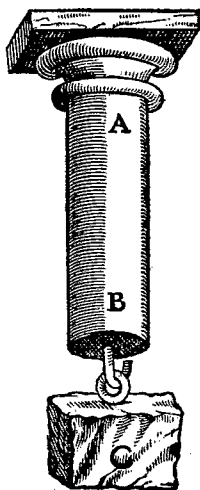
Salu. Dite pur' ottuplo , nè direte lontano dal vero : nè questo effetto contraria à quello , ancor che in sembiante apparisca così diuerso.

Sagr. Adunque Sig. Saluiati spianateci questi scogli , e dichiarateci queste oscurità , se ne haute il modo : che ben conietture questa materia delle resistenze essere un campo pieno di belle , e utili contemplazioni , e se vi contentate , che questo sia il soggetto de i nostri ragionamenti di oggi , à me , e credo , al Sig. Simp. sarà gratissimo.

Salu. Non posso macar di seruirle , purchè la memoria serua me in sumministrarmi quello , che già appresi dal nostro Acc^{co}. che sopra tal materia haueua fatte molte speculazioni , e tutte conforme al suo solito Geometricamēte dimostrate : in modo che non senza ragione questa sua potrebbe chiamarsi vna nuoua scienza ; perche se bene alcune delle conclusioni sono state da altri , e prima di tutti da Aristotele offeruate , tuttania nè sono delle più belle , nè (quello
che

che più importa) da i loro primarii, e indubitati fondamenti con necessarie dimostrazioni prouate. E perche, come dico, voglio dimostratiuamente accertarui, e non con solamente probabili discorsi persuaderui; supponendo, che habbate quella cognizione delle conclusioni Mecaniche da altri sin quì fondatamente trattate, che per il nostro bisogno sarà necessaria; conuiene che auanti ogni altra cosa consideriamo, qual' effetto sia quello, che si opera nella frazzione di vn legno, ò di altro solido, le cui parti saldamente sono attaccate; perche questa è la prima nozione, nella qual consiste il primo, e semplice principio, che come notissimo conuiene supporfi. per più chiara esplikazione di che: segniamo il Cilindro, ò, Prisma A B di legno, ò di altra materia solida, e coerente, fermato di sopra in A, e pendente à piombo, al quale nell' altra estremità B sia attaccato il peso C; è manifesto, che qualunque si sia la tenacità, e coerenza trà di loro delle parti di esso solido, pur che non sia infinita, potrà esser superata dalla forza del traente peso C: la cui grauità pongo, che possa accrescersi, quanto ne piace, e esso solido finalmente si strapperà à guisa d'una corda: e si come nella corda noi intendiamo la sua resistenza deriuare dalla moltitudine delle fila della canapa, che la compongono, così nel legno si scorgono le sue fibre, e filamenti distesi per lungo, che lo rendono grandemente più resistente allo strappamento, che non sarebbe qualsiuoglia canapo della medesima grossezza: mà nel Cilindro di pietra, ò di metallo la coerenza (che ancora par maggiore) delle sue parti dipende da altro glutine, che da filamenti, ò fibre, e pure essi ancora da valido tiramento vengono spezzati.

Simp. Se il negozio procede, come voi dite, intendo bene, che i filamenti nel legno, che son lunghi, quanto l'istesso legno, posson
ren-



renderlo gagliardo, e resistente à gran forza, che se gli faccia per romperlo: mà una corda composta di fili di canapa non più lunghi di due, ò tre braccia l'uno, come potrà ridursi alla lunghezza di cento restando tanto gagliardo? In oltre vorrei anco sentire la vostra opinione intorno all' attaccamento delle parti de i metalli, delle pietre, e di altre materie priue di tali filamenti, che pur, s'io non m'inganno, è anco più tenace.

Salu. In nuoue specolazioni, e non molto al nostro intento necessarie conuerrà diuertire, se douremo delle promosse difficoltà portar le soluzioni.

Sagt. Mà se le digressioni possono arrecarci la cognizione di nuoue verità, che progiudica à noi non obbligati à un metodo serrato, e conciso, mà che solo per proprio gusto facciamo i nostri congressi, digredir' ora per non perder quelle notizie, che forse lasciata l'incontrata occasione, un' altra volta non ci si rappresenterebbe? Anzi chi sà, che bene spesso non si possono scoprir curiosità più belle delle primariamente cercate conclusioni? pregoui per tanto io ancora à dar sodisfazione al Sig. Simpl., & à me non men di esso curioso, e desideroso d'intender, qual sia quel glutine, che si tenacemente ritien congiunte le parti de i solidi, che pur finalmente sono dissolubili: cognizione che pur' anco è necessaria per intender la coerenza delle parti de gli stessi filamenti, de i quali alcuni de i solidi son composti.

Salu. Eccomi à seruirui, poiche così vi piace. È la prima difficoltà, come possono i filamenti d'una corda lunga cento braccia sì saldamente connettersi insieme (non essendo ciascheduno di essi lungo più di due, ò tre) che gran violenza ci voglia à disseparargli. Ma ditemi S. Simpl. non potreste voi d'un sol filo di canapa tener l'una dell' estremità talmente stretta frà le dita, che io tirando dall' altra, prima che liberarlo dalla vostra mano, lo rompesti? certo sì: quando dunque i fili della canapa fusser non solo nell' estremità, mà in tutta la lor lunghezza con gran forza, da chi gli circondasse, tenuti stretti, non è manifesta cosa, che lo sbarbargli da chi gli strigne

strigne sarebbe assai più difficile, che il rompergli? mà nella corda l'istesso atto dell' attorcerla strigne le fila scambieuolmente trà di loro, in maniera, che tirando poi con gran forza la fune, i suoi filamenti si spezzano, e non si separano l'uno dall' altro; come manifestamente si conosce dal vederli nella rottura i filamenti cortissimi, e non lunghi almeno vn braccio l'uno, come douria vederli, quando la diuision della corda si facesse non per lo strappamento delle fila, mà per la sola separazione dell' vno dall' altro strisciando.

Sagr. Aggiungasi in confermazion di questo il vederli tal volta romper la corda non per il tirarla per lo lungo, mà solo per il souerchiamente attorcerla: argomento par' à me concludente, le fila esser talmente trà di loro scambieuolmente compresse, che le compressioni non permettono alle compresse scorrer quel minimo, che sarebbe necessario per allungar le spire acciò potessero circondar la fune, che nel torcimento si scorcia, & in conseguenza qualche poco s'ingrossa.

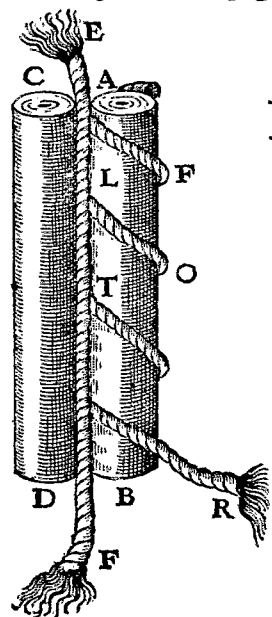
Salu. Voi benissimo dite: mà considerate appresso, come vna verità si tira dietro l'altra. Quel filo, che stretto trà le dita non segue, chi con qualche forza tirandolo vorrebbe di trà esse sottrarlo, resiste perche da doppia compressione vien ritenuto, auuenga che non meno il dito superiore preme contro all' inferiore, che questo si preme contro à quello. E non è dubbio, che quando di queste due premure se ne potesse ritenere vna sola, resterebbe la metà di quella resistenza, che dalle due congiunte dependea: mà perche non si può con l'alzar, v. gr. il dito superiore leuar la sua pressione senza rimuouer' anco l'altra parte, conuiene con nuouo artificio conseruarne vna di loro, e trouar modo che l'istesso filo comprima se medesimo contro al dito, ò altro corpo solido, sopra'l quale si posa, e far si che l'istessa forza, che lo tira per separarnelo, tanto più ue lo comprima, quanto più gagliardamente lo tira: e questo si conseguirà con l'auuolgere à guisa di spira il filo medesimo intorno al solido. Ilche acciò meglio s'intenda, ne segnerò vn poco di figura; e questi

A B, C D siano due Cilindri, e trà essi disteso il filo E F, che per

B

mag-

maggiore chiarezza ce lo figureremo essere vna cordicella: non è dubbio, che premendo gagliardamente i due Cilindri l'uno contro all'

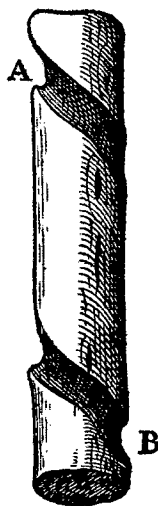


altro, la corda FE tirata dall'estremità F resisterà à non piccola violenza prima che scorrere trà i due solidi comprimendola: mà se rimuoueremo l'uno di loro, la corda benchè continui di toccar l'altro, non però da tal tocco sarò ritenuta, che liberamente non scorra. Mà se ritenendola benchè debolmente attaccata verso la sommità del Cilindro A l'auuolgeremo intorno à quello à foggia di spira AFLOTR, e dal capo R la tireremo: è manifesto, che ella comincerà à strignere il Cilindro, e se le spire, e volute saranno molte, sempre più nel validamente tirare si comprimerà la corda addosso al Cilindro: e facendosi con la multiplicazione delle spire più lungo il tocco, & in conseguenza men superabile, difficile si farà sempre più lo scorrer della corda, e l'acconsentir

alla traente forza. Hor chi non vede, che tale è la resistenza delle filameta, che con mille, e mille simili auuolgimenti il grosso canapo contessono? Anzi lo strignimento di simili tortuosità collega tanto tenacemente, che di non molti giunchi, nè anco molto lunghi, si che poche son le spire, con le quali trà di loro s'intrecciano, si compongono robustissime funi, che mi par che domandino, suste.

Sagr. Cessa per il vostro discorso nella mia mente la marauiglia di due effetti, de i quali le ragioni non bene erano comprese da me. Vno era il vedere, come due, o al più tre riuolte del canapo intorno al fuso dell' Argano poteuano non solamente ritenerlo, che tirato dall' immensa forza del peso, che ei sostiene, scorrendo non gli cedesse, mà che di più girando l' Argano il medesimo fuso col solo tocco del canapo, che lo strigne, potesse con li succedenti rauuolgimenti

gimenti tirare, e solleuare vastissime pietre, mentre che le braccia d'un debile ragazzo vanno ritenendo, e radunando l'altro capo del medesimo canapo. L'altro è d'un semplice, mà arguto ordigno trouato da vn giouane mio parente per poter con vna corda calarsi da vna finestra senza scorticarsi crudelmente le palme delle mani, come poco tempo auanti gli era interuenuto con sua grandissima offesa. Ne farò per facile intelligenza vn piccolo schizzo. Intorno à vn simil Cilindro di legno *AB* grosso, come vna canna, e lungo circa vn palmo incauò vn canaletto in forma di spira di vna voluta, e mezzo, e non più, e di larghezza capace della corda, che volena adoprare; e questa fece entrare per il canale dal termine *A*, & uscire per l'altro *B*, circondando poi tal Cilindro, e corda con vn cannone pur di legno, ouero anco di latta ma diuiso per lungo, & ingangherato, si che liberamente potesse aprirsi, e chiudersi: & abbracciando poi, e strignendo con ambe le mani esso cannone, raccomandata la corda à vn fermo ritegno di sopra, si sospese sù le braccia, e riuscì tale la compressione della corda tra'l cannone ambiente, e'l Cilindro, che ad arbitrio suo strignendo fortemente le mani poteua sostenersi senza calare, & allentandole vn poco si calaua lentamente à suo piacimento.



Salu. Ingegnosa veramente inuenzione, e per intera esplicazione della sua natura mi par di scorgere così per ombra, che qualche altra specolazione si potesse aggiugnere: mà non voglio per ora digredir più sopra di questo particolare; e massime volèdo voi sentir' il mio pensiero intorno alla resistenza allo strapparfi de gli altri corpi, la cui testura non è di filamenti, come quella delle funi, e della maggior parte de i legni: mà la coerenza delle parti loro in altre cagioni par che consista, le quali per mio giuditio si riducono à due

capi; l'uno de i quali è quella decantata repugnanza, che hà la natura all' ammettere il vacuo: per l'altro bisogna (non bastando questo del Vacuo) introdur qualche glutine, visco, ò colla, che tenacemente colleghi le particole, delle quali esso corpo è composto. Dirò prima del Vacuo, mostrando con chiare esperienze, quale, e quanta sia la sua virtù. E prima il vederli, quando ne piaccia, due piastre di marmo, di metallo, ò di vetro esquisitamente spianate, pulite, e lustre, che posata l'una sù l'altra, senza veruna fatica se gli muoue sopra strisciando (sicuro argomento, che nissun glutine le congiugne) mà che volendo separarle, mantenendole equidistanti, tal repugnanza si troua, che la superiore solleva, e si tira dietro l'altra, e perpetuamente la ritiene sollevata, ancorche assai grossa, e graue, euidentemente ci mostra l'orrore della natura nel douer ammettere, se ben per breue momento di tempo, lo spazio voto, che tra di quelle rimarrebbe auanti, che il concorso delle parti dell' ari a circostante l'hauesse occupato, e ripieno. Vedesi anco, che quando bene tali due lastre non fussero esattamente pulite, e perciò che il lor contatto non fusse esquisito del tutto, nel volerle separar lentamente niuna resistenza si troua fuor di quella della sola grauità, mà in vn' alzamento repentino l'inferior pietra si solleva, mà subito ricade, seguendo solamente la scurana per quel breuissimo tempo, che basta per la distrazione di quella poca d'aria, che s'interponeua trà le lastre, che non ben combaciauano, e per l'ingresso dell' altra circunfusa. Tal resistenza, che così sensatamente si scorge trà le due lastre, non si può dubitare, che parimente non risegga trà le parti di vn solido, e che nel loro attaccamento non entri almanco à parte, e come causa concomitante.

Sagr. Fermate di gratia, e concedetemi, ch'io dica vna particolar considerazione, che pur' ora mi è caduta in mente: e questa è, che il vedere, come la piastra inferiore segue la superiore, e che con moto velocissimo vien sollevata, ci rende sicuri che, contro al detto di molti Filosofi, è forse d' Aristotele medesimo il moto nel vacuo non farebbe instantaneo: perche quando fusse tale, le nominate due lastre
 senza

senza repugnanza veruna si separerebbero, già che il medesimo instante di tempo basterebbe per la loro separazione, e per il concorso dell' aria ambiente à riempier quel vacuo, che tra esse potesse restare. Dal seguir dunque che fa l' inferior lastra la superiore, si raccoglie, come nel vacuo il moto non sarebbe instantaneo. E si raccoglie insieme, che pur tra le medesime piastre resti qualche vacuo almeno per breuissimo tempo, cioè per tutto quello, che passa nel movimento dell' ambiente mentre concorre à riempiere il Vacuo: che se Vacuo non vi restasse, nè di concorso, nè di moto di ambiente vi sarebbe bisogno. Conuerrà dunque dire, che pur per violenza, ò contro à natura il vacuo tal' or si conceda (benche l'opinion mia è, che nissuna cosa sia contro à natura saluo che l'impossibile, il quale poi non è mai.) Mà qui mi nasce vn'altra difficoltà: & è che se ben l'esperienza m'assicura della verità della conclusione, l'intelletto non resta già interamente appagato della causa, alla quale cotale effetto viene attribuito. Imperoche l'effetto della separazione delle due lastre è anteriore al vacuo, che in conseguenza alla separazione succederebbe: e perche mi pare, che la causa debba se non di tempo, almeno di natura precedere all' effetto, e che d'un' effetto positivo positiva altresì debba esser la causa, non restò capace, come dell' aderenza delle due piastre, e della repugnanza all' esser separate, effetti che già sono in atto, si possa referir la cagione al Vacuo, che non è, ma che harebbe à seguire. E delle cose che non sono, nissuna può esser l'operazione conforme al pronunziato certissimo del Filosofo.

Simp. Mà già che concedete questo Assioma ad Aristotele, non credo, che siate per negargliene vn' altro bellissimo, e vero: e questo è che la natura non intraprende à voler fare quello, che repugna ad esser fatto: dal qual Pronunziato mi par che dependa la soluzione del nostro dubbio: perche dunque à se medesimo repugna essere vno spazio vacuo, vieta la natura il far quello, in conseguenza di che necessariamente succederebbe il vacuo; e tale è la separazione delle due lastre.

Sagr. Hora ammesso per soluzione adeguata del mio dubbio

questo che produce il S. Simpl. seguitando il cominciato discorso, parmi che questa medesima repugnanza al Vacuo deurebbe esser bastante ritegno delle parti di vn solido di pietra, ò di metallo, ò se altre ve ne sono, che più saldamente stiano congiunte, e renitenti alla diuisione. Perche se di vno effetto vna sola è la cagione, si come io hò inteso, e creduto, ò se pur molte se n'assegnano, ad vna sola si riducono; perche questa del Vacuo che sicuramente è, non basterà per tutte le resistenze?

Salu. Io per ora non voglio entrare in questa contesa, se il Vacuo senz' altro ritegno sia per se solo bastante à tenere vnite le parti disgiunibili de i corpi consistenti, mà vi dico bene, che la ragione del Vacuo che milita, e conclude nelle due piastre, non basta per se sola al saldo collegamento delle parti di vn solido Cilindro di marmo, ò di metallo, le quali violentate da forze gagliarde, che dirittamente le tirino, finalmente si separano, e si diuidono. E quando io troui modo di distinguer questa già conosciuta resistenza dependente dal Vacuo, da ogni altra, qualunque ella si fusse, che con lei concorresse in fortificar l'attaccamento, e che io vi faccia vedere, come essa sola non sia à gran pezzo bastante per tale effetto, non concederete voi, che sia necessario introdurne altra? Aintatelo S. Simpl. già che egli stà ambiguo sopra quello, che debba rispondere.

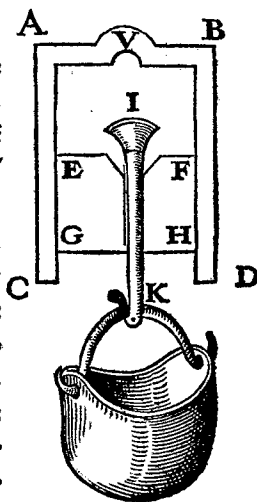
Simp. E forza, che la sospensione del Sig. Sagr. sia per altro rispetto, non restando luogo di dubitare sopra sì chiara, e necessaria conseguenza.

Sagr. Voi S. Simpl. l'hauete indouinato. Andano pensando, se non bastando vn Million d'oro l'anno, che vien di Spagna per pagar l'esercito, fusse necessario far' altra prouisione, che di danari per le paghe de Soldati. Mà seguitate pur S. Saluiati, e supponendo ch'io ammetta la vostra conseguenza, mostrateci il modo di separare l'operazione del Vacuo dall'altre, e misurandola fateci vedere, come ella sia scarsa per l'effetto, di che si parla.

Salu. Il vostro Demonio vi assiste. Dirò il modo dell'appartar la virtù del Vacuo dall'altre, e poi la maniera del misurarla. E per appar-

appartarla piglieremo una materia continua, le cui parti manchino di ogni altra resistenza alla separazione fuor che di quella del Vacuo, quale à lungo è stato dimostrato in certo Trattato del nostro Acc^{co} esser l'Acqua. Talche qualunque volta si disponesse un Cilindro d'Acqua, e che attratto si sentisse resistenza allo staccamento delle sue parti, questo da altra cagione, che dalla repugnanza al Vacuo, non potrebbe riconoscersi. Per far poi una tale esperienza mi son' immaginato un' artificio, il quale con l'aiuto di un poco di disegno meglio, che con semplici parole, potrò dichiarare. Figuro questo CABD essere il profilo di un Cilindro di metallo, ò di vetro, che sarebbe meglio voto dentro, mà giustissimamente tornito, nel cui concauo entri con esquisitissimo contatto un Cilindro di legno,

il cui profilo noto EGHF, il qual Cilindro si possa spignere in sù, e'n giù: e questo voglio, che sia bucatò nel mezzo, sì che vi passi un filo di ferro oncinato nell' estremità K, e l'altro capo I vadia ingrossandosi in forma di Cono, ò turbine, facendo che il foro fatto nel legno sia nella parte di sopra esso ancora incauato in forma di Conica superficie aggiustata puntualmente per riceuere la Conica estremità I del Ferro IK, qualunque volta si tiri in giù dalla parte K. Insetto il legno, ò vogliamolo chiamar Zaffo EH nel cauo Cilindro AD non voglio, ch' arriui sino alla superior superficie di esso Cilindro, mà che ne resti lontano due, ò tre dita: e tale spazio dene esser ripieno di Acqua, la quale vi si metterà tenendo il vaso con la bocca CD all' in sù, e calcandoni sopra il Zaffo EH col tenere il turbine I remoto alquanto dal cauo del legno, per lasciar l'esito all' aria, che nel calcare il Zaffo se n'uscirà per il foro del legno, che perciò si fa alquanto più largo della grossezza dell' asticciuola di ferro IK. Dato l'esito all' aria, e ritirato il ferro, che
ben



ben suggelli su'l legno col suo turbine I si riuolterà il vaso tutto con la bocca all' in giù, & attaccando all' oncinò K vn recipiente da metterui dentro rena, ò altra materia graue, si caricherà tanto che finalmente la superior superficie EF del Zaffo si staccherà dall' inferiore dell' Acqua, alla quale niente altro la teneua congiunta, che la repugnanza del Vacuo: pesando poi il Zaffo col ferro, col recipiente, e con ciò che vi sarà dentro, haremo la quantità della forza del Vacuo: e se attaccato à vn Cilindro di marmo, ò di cristallo grosso, quanto il Cilindro dell' Acqua, peso tale, che insieme col peso proprio dell' istesso marmo, ò cristallo pareggi la grauità di tutte le nominate bagaglie, ne seguirà la rottura, potremo senza verun dubbio affermare, la sola ragion del Vacuo tener le parti del marmo, e cristallo congiunte; mà non bastando, e che per romperlo bisogna aggiugnerui quattro volte altrettanto peso, conuerrà dire la resistenza del Vacuo esser delle cinque parti vna, e l'altra quadrupla di quella del Vacuo.

Simp. Non si può negare, che l'inuentione non sia ingegnosa: mà l'hò per soggetta à molte difficoltà, che me la rendono dubbia; perche chi ci assicura, che l'aria non possa penetrar tra'l vetro, e'l Zaffo, ancorche si circondi bene di stoppa, ò altra materia cedente; e così acciò che'l Cono I saldi bene il foro, forse non basterebbe l'ugnerlo con cera, ò trementina: in oltre perche non potrebbero le parti dell' Acqua distrarsi, e rarefarsi; perche non penetrare aria, ò esalazioni, ò altre sustanze più sottili per le porosità del legno, ò anche dell' istesso vetro?

Salu. Molto destramente ci muoue il S. Simp. le difficoltà, & in parte ci sumministra i rimedii, quanto alla penetrazion dell' aria per il legno, ò tra'l legno, e'l vetro. Mà io oltre di ciò noto, che potremo nell' istesso tempo accorgerci con acquisto di nuoue cognizioni, se le promesse difficoltà haranno luogo, imperò che se l' Acqua sarà per natura, se ben con violenza, distraibile, come accade nell' aria, si vedrà il Zaffo calare; e se faremo nella parte superiore del vetro vn poco di ombelico prominente come questo V penetrando
per

per la sostanza, ò porosità del vetro, ò del legno, aria, ò altra più tenue, e spiritosa materia, si vedrà radunare (cedendogli l'acqua) nell' eminenza ∇ , le quali cose, quando non si scorgano, verremo assicurati l'esperienza esser con le debite cautele stata tentata; e conosceremo l'acqua non esser distraibile, nè il vetro esser permeabile da veruna materia benche sottilissima.

Sagr. Et io mercè di questi discorsi ritrouo la causa di vn' effetto, che lungo tempo m'ha tenuto la mente ingombrata di marauiglia, e vota d'intelligenza. Offeruai già vna Citerna, nella quale per trarne l'acqua fù fatta fare vna Tromba, da chi forse credeua, mà vanamente, di poterne cauar con minor fatica l'istessa, ò maggior quantità, che con le secchie ordinarie; & hà questa tromba il suo stantuffo, e animella sù alta, sì che l'acqua si fa salire per attrazione, e non per impulso, come fanno le Trombe, che danno l'ordigno da basso. Questa sin che nella Citerna vi è acqua sino ad vna determinata altezza, la tira abbondantemente, mà quando l'acqua abbassa oltre à vn determinato segno, la Tromba non lauora più. Io credetti, la prima volta che offeruai tale accidente, che l'ordigno fusse guasto, e trouato il Maestro, acciò lo raccomandasse, mi disse che non vi era altrimenti difetto alcuno fuor che nell'acqua, la quale essendosi abbassata troppo, non patina d'esser' alzata à tanta altezza; e mi soggiunse nè con Trombe, nè con altra machina, che solleui l'acqua per attrazione, esser possibile farla montare vn capello più di diciotto braccia, e siano le Trombe larghe, ò strette, questa è la misura dell' altezza limitatissima. Et io sin hora sono stato così poco accorto, che intendendo, che vna corda, vna mazza di legno, e vna verga di ferro si può tanto, e tanto allungare, che finalmente il suo proprio peso la strappi, tenendola attaccata in alto, non mi è souenuto, che l'istesso molto più ageuolmente accaderà di vna corda, ò verga di acqua. E che altro è quello, che si attrae nella Tromba, che vn Cilindro di acqua, il quale hauendo la sua attaccatura di sopra, allungato più, e più, finalmente arriuà à quel termine, oltre al quale tirato dal suo già fatto souerchio peso non altrimenti che se fusse vna corda, si strappa?

C

Salu.

Salu. Così puntualmente cammina il negozio; e perche la medesima altezza delle diciotto braccia è il prefisso termine dell' altezza, alla quale qualsiuoglia quantità d'acqua, siano cioè le Trombe larghissime, ò strette, ò strettissime, quanto vn fil di paglia può sostentarfi, tutta volta che noi peseremo l'acqua contenuta in diciotto braccia di cannone, sia largo, ò stretto, haremo il valore della resistenza del Vacuo ne i Cilindri di qualsiuoglia materia solida grossi quanto sono i concaui de i cannoni proposti. E già che hauriam detto tanto, mostriamo, come di tutti i metalli, pietre, legni, vetri &c. si può facilmente ritrouare sino à quanta lunghezza si potrebbero allungare Cilindri, fili, ò verghe di qualsiuoglia grossezza; oltre alla quale grauati dal proprio peso più non potrebbero reggersi, mà si strapperebbero. Piglisi per esemplo vn fil di rame di qualsiuoglia grossezza, e lunghezza, e fermato vn de suoi capi ad alto si vadia aggiugnendo all' altro maggior, è maggior peso, si che finalmente si strappi, e sia il peso massimo, che potesse sostenere, v. gr. cinquanta libbre. È manifesto, che cinquanta libbre di rame oltre al proprio peso, che sia per esemplo vn' ottauo d'oncia tirato in filo di tal grossezza, sarebbe la lunghezza massima del filo, che se stesso potesse reggere. Misurisi poi quanto era lungo il filo, che si strappò, e sia, v. gr. vn braccio: e perche pesò vn' ottauo d'oncia, e esse se stesso, e cinquanta libbre appresso, che sono ottauo d'oncia quattro mila ottocento, diremo tutti i fili di rame qualunque si sia la loro grossezza poterfi reggere sino alla lunghezza di quattro mila ottocento vn braccio, e non più; e così vna verga di rame potendo reggersi sino alla lunghezza di quattro mila ottocento vn braccio, la resistenza, che ella troua dependente dal Vacuo, rispetto al restante è tanta, quanto importa il peso d'una verga d'acqua lunga braccia diciotto, e grossa, quanto quella stessa di rame; e trouandosi v. gr. il rame esser noue volte più graue dell' acqua, di qualunque verga di rame la resistenza allo strapparfi dependente dalla ragion del Vacuo importa, quanto è il peso di due braccia dell' istessa verga; e con simil discorso, & operazione, si potranno trouare le lunghezze delle
 fila,

fila, ò verghe di tutte le materie solide ridotte alla massima, che sostener si possa, & insieme qual parte habbia il Vacuo nella loro resistenza.

Sagr. Resta hora, che ci dichiarate in qual cosa consista il resto della renitenza, cioè, qual sia il glutine, ò visco, che ritien' attaccate le parti del solido oltre à quello, che deriva dal Vacuo; perche io non saprei immaginarmi, qual colla sia quella, che non possa esser' arsa, e consumata in vna ardentissima fornace in due, tre, e quattro mesi, nè in dieci, ò in cento; doue stando tanto tempo argento, oro, e vetro liquefatti, cauati poi tornano le parti loro nel freddarsi à riunirsi, e rattaccarsi, come prima. Oltre che la medesima difficoltà, che hò nell' attaccamento delle parti del vetro, l'harò io nelle parti della colla, cioè, che cosa sia quella, che le tiene così saldamente congiunte.

Salu. Pur poco fa vi dissi, che l' vostro Demonio vi assisteua: sono io ancora nelle medesime angustie, & ancor' io toccando con mano, come la repugnanza al Vacuo è indubitalmente quella, che non permette, se non con gran violenza, la separazione delle due lastre, e più delle due gran parti della Colonna di marmo, ò di bronzo, non sò vedere, come non habbia ad hauer luogo, & esser parimente cagione della coerenza delle parti minori, e sino delle minime ultime delle medesime materie; & essendo che d' un' effetto vna sola è la vera, e potissima causa, mentre io non trouo altro glutine, perche non debbo tentar di vedere, se questo del Vacuo, che si troua, può bastarci?

Simp. Se di già voi hauete dimostrato la resistenza del gran Vacuo nel separarsi le due gran parti di vn solido esser piccolissima in comparazion di quella, che tien congiunte le particole minime, come non volete tener più che per certo questa esser diuersissima da quella?

Salu. A questo rispose il S. Sagr. che pur si pagauano tutti i particolari Soldati con danari raccolti da imposizioni generali di soldi, e di quattrini, se bene vn Million d' oro non bastaua à pagar tutto

l'escercito. E chi sà, che altri minutissimi Vacui non lauorino per le minutissime particole, sì che per tutto sia dell' istessa moneta quello, con che si tengono tutte le parti congiunte? Io vi dirò quello, che tal' ora mi è passato per l'imaginaçione: ve lo dò, non come verità risoluta, mà come vna qual si sia fantasia piena anco d'indigestioni sottoponendola à più alte contemplazioni. Cauatene se nulla vi è, che vi gusti, il resto giudicatelo, come più vi pare. Nel considerare tal volta, come andando il fuoco serpendo trà le minime particole di questo, e di quel metallo, che tanto saldamente si trouano congiunte, finalmente le separa, e disunisce; e come poi partendosi il fuoco tornano con la medesima tenacità di prima à ricongiugnerse senza diminuirsi punto la quantità nell' Oro, e pochissimo in altri metalli anco per lungo tempo, che restino distrutti, pensai, che ciò potesse accadere, perche le sottilissime particole del fuoco penetrando per gli angusti pori del metallo (trà i quali per la loro strettezza non potessero passare i minimi dell' aria, nè di molti altri fluidi) col riempiere i minimi Vacui trà esse fraposti liberassero le minime particole di quello dalla violenza, con la quale i medesimi Vacui l'una contro l'altra attraggono, proibendogli la separazione; e così potendosi liberamente muouere, la lor massa ne diuenisse fluida, e tale restasse, sin che gl'ignicoli trà esse dimorassero: partendosi poi quelli, e lasciando i pristini Vacui, tornasse la lor solita attrazione, & in conseguenza l'attaccamento delle parti. Et all' istanza del S. Simp. parmi, che si possa rispondere, che se bene tali Vacui sarebber piccolissimi, & in conseguenza ciascheduno facile ad esser superato, tuttauia l'innumerabile moltitudine innumerabilmente (per così dire) moltiplica le resistenze: e quale, e quanta sia la forza, che da numero immenso di debolissimi momenti insieme congiunti risulta, porgacene euidentissimo argomento il veder noi vn peso di Milioni di libbre sostenuto da canapi grossissimi, cedere, e finalmente lasciarsi vincere, e solleuare dall' assalto de gl' innumerabili atomi di acqua, li quali ò spinti dall' Austro, ò pur che distesi in tenuissima nebbia si vadano mouendo per l'aria, vanno à cacciarsi
trà

trà fibra, e fibra de i canapi tiratissimi, nè può l'immensa forza del pendente peso vietargli l'entrata; si che penetrando per gli angusti meati ingrossano le corde, e per consequenza le scorciano, onde la mole gravissima à forza vien sollevata.

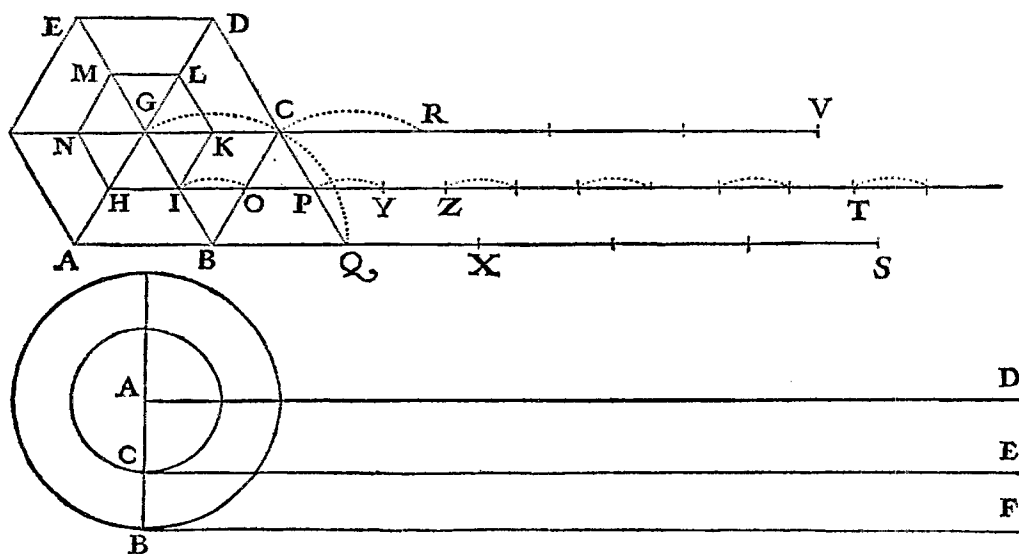
Sagr. Ei non è dubbio alcuno, che, mentre una resistenza non sia infinita, può dalla moltitudine di minutissime forze esser superata; si che anco vn numero di formiche stracicherebbe per terra una naue carica di grano: perche il senso ci mostra cotidianamente, che una formica destramente porta vn granello; e chiara cosa è, che nella naue non sono infiniti granelli, mà compresi dentro à qualche numero, del quale sene può prendere vn' altro quattro, e sei volte maggiore, al quale se se ne prenderà vn' altro di formiche eguale, e si porranno in opera, condurranno per terra il grano, e la naue ancora. È ben vero, che bisognerà, che il numero sia grande, come anco per mio parere quello de i Vacui, che tengono attaccati i minimi del metallo.

Salu. Mà quando bisognasse, che fossero anche infiniti, l'hauete voi forse per impossibile?

Sagr. Nò, quando quel metallo fusse vna mole infinita: altrimenti.

Salu. Altrimenti che? Orsù già che si è messo mano à i Paradoffi, veggiamo se in qualche maniera si potesse dimostrare, come in vna continua estensione finita non repugni il poter si ritrovar' infiniti Vacui: e nell' istesso tempo ci verrà se non altro, almeno arrecata vna soluzione del più ammirabil problema, che sia da Aristotele messo trà quelli, che esso medesimo addimanda ammirandi, dico trà le questioni Meccaniche; e la soluzione potrebbe esser per auventura non meno esplicante, e concludente di quella, che egli medesimo ne arreca; e diuersa anco da quello, che molto acutamente vi considera il dottissimo Mons. di Gueuara. Mà bisogna prima dichiarare vna Proposizione non toccata da altri, dalla quale dipende lo scioglimento della questione, che poi, s'io non m'inganno, si tira dietro altre notizie nuoue, & ammirande; per intelligenza di che

accuratamente descriueremo la figura: però Intendiamo vn poligono equilatero, & equiangolo di quanti lati esser si voglia, descritto intorno à questo centro G, e sia per hora vn Essagono ABCDEF, simile al quale, & ad esso concentrico ne descriueremo vn' altro minore, quale noteremo HIKLMN, e del maggiore si prolunghi vn lato AB indeterminatamente verso S, e del minore il rispondente lato HI sia verso la medesima parte similmente prodotto, segnando



la linea HT parallela all' AS, e per il centro passi l'altra alle medesime equidistante GV. Fatto questo intendiamo il maggior poligono rinolgersi sopra la linea AS portando seco l'altro poligono minore. È chiaro che stando fisso il punto B termine del lato AB, mentre si comincia la reuoluzione, l'angolo A si solleuerà, e'l punto C s'abbasserà descriuendo l'arco CQ, si che il lato BC si adatti alla linea à se stesso eguale BQ: mà in tal conuersione l'angolo I del minor poligono si eleuerà sopra la linea IT per esser la IB obliqua sopra l'AS: nè prima tornerà il punto I sù la parallela IT, se non quando

quando il punto C sarà peruenuto in Q : all' ora l' I sarà caduto in O dopo hauer descritto l'arco IO fuori della linea HT , & all' ora il lato IK sarà passato in OP . Ma il centro G trà tanto sempre haue-
rà caminato fuori della linea GV , sù la quale non sarà tornato, se non dopo hauer descritto l'arco GC . Fatto questo primo passo, il poligono maggiore sarà trasferito à posare co'l lato BC . sù la linea BQ . il lato IK del minore sopra la linea OP hauendo saltato tutta la parte IO senza toccarla, e'l centro G peruenuto in C facendo tutto il suo corso fuori della parallela GV . E finalmente tutta la figura si sarà rimessa in vn posto simile al primo; si che continuandosi la reuoluzione, e venendo al secondo passo il lato del maggior poligono DC si adatterà alla parte QX , il KL del minore (hauendo prima saltato l'arco PY) caderà in YZ , & il centro procedendo sempre fuori della GV in essa caderà solamente in R dopo il gran salto CR . Et in ultimo finita vna intera conuersione, il maggior poligono haurà calcate sopra la sua AS , sei linee eguali al suo perimetro senza veruna interposizione, il poligono minore harà parimente impresse sei linee eguali all' ambito suo, mà discontinue dall' interposizione di cinque archi, sotto i quali restano le corde: parti della parallela HT non tocche dal poligono; e finalmente il centro G non è conuenuto mai con la parallela GV saluo che in sei punti. Di qui potete comprendere, come lo spazio passato dal minor poligono è quasi eguale al passato dal maggiore, cioè la linea HT alla AS , della quale è solamente minore, quanto è la corda d'uno di questi archi, intendendo però la linea HT insieme con li spazii de i cinque archi. Hora questo, che vi hò esposto, e dichiarato nell' esempio di questi Essagoni, vorrei che intendeste accadere di tutti gli altri poligoni, di quanti lati esser si vogliano, purchè siano simili, concentrici, e congiunti; e che alla conuersion del maggiore s'intenda rigirarsi anco l'altro quanto si voglia minore; che intendeste, dico, le linee da essi passate esser prossimamente eguali, computando nello spazio passato dal minore gl'interualli sotto gli archetti non tocchi da parte veruna del perimetro di esso minor poligono. Passa dunque il
gran

gran poligono di mille lati, e misura consequentemente una linea retta eguale al suo ambito; e nell'istesso tempo il piccolo passa una prossimamente egual linea, mà interrottamente composta di mille particelle eguali à i suoi mille lati, con l'interposizione di mille spazii vacui; che tali possiamo chiamargli in relazione alle mille linee tocche da i lati del poligono. Et il detto sin quì non hà veruna difficoltà, ò dubitazione. Mà ditemi, se intorno à vn centro, qual sia, v gr. questo punto A, noi descriueremo due cerchi concentrici, & insieme vniti, e che da i punti C B de i lor semidiametri siano tirate le tangenti CE, BF, & ad esse per il centro A la parallela AD, intendendo girato il cerchio maggiore sopra la linea BF (posta eguale alla di lui circonferenza, come parimente le altre due CE, AD) compita che habbia una reuoluzione, che hauerà fatto il minor cerchio, e che il centro? questo sicuramente hauerà scorsa, e toccata tutta la linea AD, e la circonferenza di quello hauerà con li suoi toccamenti misurata tutta la CE, facendo l'istesso, che fecero i poligoni di sopra: in questo solamente differenti, che la linea HT non fu toccherà in tutte le sue parti dal perimetro del minor poligono, mà ne furon lasciate tante intatte con l'interposizione di vacui salti, quante furon le parti tocche da i lati; mà quì ne i cerchi mai non si separa la circonferenza del minor cerchio dalla linea CE, si che alcuna sua parte non venga toccherà, nè mai quello, che toccherà della circonferenza è manco del toccato nella retta. Hor come dunque può senza salti scorrere il cerchio minore una linea tanto maggiore della sua circonferenza?

Sagr. Andaua pensando, se si potesse dire, che si come il centro del cerchio esso solo stracicato sopra AD la toccherà tutta essendo anco vn punto solo, così potessero i punti della circonferenza minore tirati dal moto della maggiore andare strascicandosi per qualche particella della linea CE.

Salu. Questo non può essere per due ragioni; prima perche non sarebbe maggior ragione, che alcuno de i toccamenti simili al C andassero stracicando per qualche parte della linea CE, & altri no:
e quan-

e quando questo fusse essendo tali toccamenti (perche son punti) infiniti gli strascichi sopra la CE sarebbero infiniti, & essendo quanti, farebbero una linea infinita, mà la CE è finita. L'altra ragione è, che mutando il cerchio grande nella sua conuersione continuamente contatto, non può non mutarlo parimente il minor cerchio, non si potendo da altro punto, che dal punto B tirare una linea retta sino al centro A , e che passasse per il punto C , si che mutando contatto la circonferenza grande lo muta ancora la piccola, nè punto alcuno della piccola tocca più d'un punto della sua retta CE , oltre che anco nella conuersione de i poligoni nissun punto del perimetro del minore si adattaua à più d'un punto della linea, che dal medesimo perimetro ueniua misurata, come si può facilmente intendere, considerando la linea IK esser parallela alla BC , onde sin che la BC non si schiaccia sopra la BQ , la IK resta sollevata sopra la IP , nè prima la calca, se non nel medesimo instante che la BC si unisce con la BQ , & allora tutta insieme la IK si unisce con la OP , e poi immediatamente se gli eleua sopra.

Sagr. Il negozio è veramente molto intrigato, nè à me souuiene scioglimento alcuno, però diteci quello, che à noi conuiene.

Salu. Io ricorrerei alla consideratione de i poligoni sopra considerati, l'effetto de' i quali è intelligibile, e di già compreso, e direi, che si come ne i poligoni di cento mila lati alla linea passata, e misurata dal perimetro del maggiore, cioè, da i cento mila suoi lati continuamente distesi, è eguale la misurata da i cento mila lati del minore, mà con l'interposizione di cento mila spazii vacui traposti: così direi ne i cerchi (che son poligoni di lati infiniti) la linea passata da gl' infiniti lati del cerchio grande, continuamente disposti, esser pareggiata in lunghezza dalla linea passata da gl' infiniti lati del minore, mà da questi con l'interposizione d'altrettanti vacui trà essi; e si come i lati non son quanti, mà bene infiniti, così gl' interposti vacui non son quanti, mà infiniti, quelli cioè infiniti punti tutti pieni, e questi infiniti punti parte pieni, e parte vacui. E qui voglio, che notiate come risoluendo, e diuidendo una linea in parti

D

quante,

quante, e per conseguenza numerate, non è possibile disporle in una estensione maggiore di quella, che occupava mentre stauano continue, e congiunte, senza l'interposizione d'altrettanti spazii vacui, mà imaginandola risoluta in parti non quante, cioè ne' suoi infiniti indivisibili la possiamo concepire distratta in immenso senza l'interposizione di spazii quanti vacui, mà si bene d'infiniti indivisibili vacui. E questo che si dice delle semplici linee, s'intenderà detto delle superficie, e de corpi solidi, considerandogli composti di infiniti atomi non quanti; mentre gli vorremo diuidere in parti quante, non è dubbio, che non potremo disporle in spazii più ampli del primo occupato dal solido se non con l'interposizione di spazii quanti vacui, vacui dico almeno della materia del solido: mà se intenderemo l'altissima, & ultima resolutione fatta ne i primi componenti non quanti, & infiniti, potremo concepire tali componenti distratti in spazio immenso senza l'interposizione di spazii quanti vacui, mà solamente di vacui infiniti non quanti; & in questa guisa non repugna distrarsi, v. gr. un piccolo globetto d'oro in uno spazio grandissimo senza ammettere spazii quanti vacui: tutta volta però, che ammettiamo l'Oro esser composto di infiniti indivisibili.

Simp. Parmi che voi caminiate alla via di quei vacui disseminati di certo Filosofo antico.

Salu. Mà però voi non soggiugnete: Il quale negava la provvidenza diuina: come in certo simil proposito assai poco à proposito soggiunse un tale antagonista del nostro Accademico.

Simp. Veddi bene, e non senza stomaco, il liuore del mal' affetto contraddittore; mà io non solamente per termine di buona creanza non toccherei simili tasti, mà perche sò quanto sono discordi dalla mente ben temperata, e bene organizzata di V. S. non solo religiosa, e pia, mà cattolica, e santa. Mà ritornando sul proposito: Molte difficoltà sento nascermi da gli hauti discorsi, dalle quali veramente io non saprei liberarmi. E per una mi si para auanti questa, che se le circonferenze de i due cerchi sono eguali alle due rette

C E, B F,

CE, BF, questa continuamente presa, e quella con l'interposizione d'infiniti punti vacui, l'AD descritta dal centro, che è un punto solo in qual maniera si potrà chiamare ad esso eguale contenendone infiniti. In oltre quel comporre la linea di punti, il diuisibile di indiuisibili, il quanto di non quanti, mi paiono scogli assai duri da passargli: E l'istesso douer' ammettere il vacuo tanto concludentemente reprobato da Aristotele non manca delle medesime difficoltà.

Salu. Ci sono veramente coteste, e dell'altre: mà ricordiamoci, che siamo trà gl'infiniti, e gl'indiuisibili, quelli incomprendibili dal nostro intelletto finito per la lor grandezza, e questi per la lor piccolezza; con tuttociò veggiamo, che l'humano discorso non vuol rimanersi dall'aggirarsegli attorno, dal che pigliando io ancora qualche libertà produrrei alcuna mia fantasticheria se non concludente necessariamente, almeno per la nouità apportatrice di qualche marauiglia: mà forse il diuertir tanto lungamente dal cominciato cammino potrebbe parerui importuno, e però poco grato.

Sagr. Di grazia godiamo del beneficio, e priuilegio, che s'hà dal parlar con i viui, e tra gli amici, e più di cose arbitrarie, e non necessarie, differente dal trattar co' i libri morti, li quali ti eccitano mille dubbii, e nissuno te ne risoluono. Fateci dunque partecipi di quelle considerazioni, che il corso de i nostri ragionamenti vi suggerisce, che non ci mancherà tempo, mercè dell'esser noi disobbli-gati da funzioni necessarie, di continuar, e risolvere l'altre materie intraprese, & in particolare i dubbii toccati dal S. Simp. non si trapassino in tutti i modi.

Salu. Così si faccia, poiche tale è il vostro gusto: e cominciando dal primo, che fu, come si possa mai capire, che un sol punto sia eguale ad una linea, vedendo di non ci poter far' altro per ora, prouerò di quietare, ò almeno temperare una improbabilità con un'altra simile, ò maggiore, come taluolta una marauiglia si attutisce con un miracolo. E questo sarà col mostrarui due superficie eguali, & insieme due corpi pur eguali, e sopra le medesime dette superficie, come basi loro, collocati andarli continuamente, & egualmente e

eguale à quella circular superficie, che è base della parte della Scodella, che è come se dicesimo vn nastro di larghezza, quanta è la linea GI (notate intanto, che cosa sono le definizioni de i Matematici, che sono vna imposizion di nomi, ò vogliam dire abbreviazioni di parlare, ordinate & introdotte per leuar lo stento tedioso, che voi, & io sentiamo di presente per non hauer conuenuto insieme di chiamar, v. gr. questa superficie nastro circolare, e quel solido acutissimo della scodella rasoio rotondo) hor comunque vi piaccia chiamargli, bastiui intendere che il piano prodotto per qualsiuoglia distanza, pur che sia parallelo alla base, cioè al cerchio il cui diametro DE taglia sempre i due solidi, cioè la parte del Cono CHL, e la superior parte della scodella eguali trà di loro: e parimente le due superficie basi di tali solidi, cioè il detto nastro, e'l cerchio HL pur trà loro eguali. Dal che ne segue la marauiglia accennata; cioè che se intenderemo il segante piano successiuamente inalzato verso la linea AB, sempre le parti de i solidi tagliate sono eguali, come anco le superficie, che son basi loro, pur sempre sono eguali, e finalmente alzando, e alzando, tanto li due solidi (sempre eguali) quanto le lor basi (superficie pur sempre eguali) vanno à terminare l'una coppia di loro in vna circonferenza di vn cerchio, e l'altra in vn sol punto; che tali sono l'orlo supremo della scodella, e la cuspidè del cono. Or mentre che nella diminuzione de i due solidi si và sino all'ultimo mantenendo sempre tra essi la egualità, ben par conueniente il dire, che gli altiissimi, & ultimi termini di tali menomamenti restino trà di loro eguali, e non l'uno infinitamente maggior dell'altro: par dunque che la circonferenza di vn cerchio immenso possa chiamarsi eguale à vn sol punto; e questo che accade ne i solidi, accade parimente nelle superficie basi loro, che esse ancora conseruando nella comune diminuzione sempre la egualità vanno in fine ad incontrare nel momento della loro vltima diminuzione, quella per suo termine la circonferenza di vn cerchio, e questa vn sol punto. Li quali perche non si deuon chiamare eguali, se sono le vltime reliquie, e vestigie lasciate da grandezze eguali? E notate appresso,

che quando ben fussero tali vasi capaci de gl'immensi Emisferii celesti, tanto gli orli loro supremi, e le punte de i contenuti con seruando sempre trà loro l'egualità andrebbero à terminare quelli in circonferenze eguali à quelle de i cerchi massimi de gli Orbi celesti, e questi in semplici punti. Onde conforme à quello, che tali specolaçioni ne persuadono, anco tutte le circonferenze di cerchi quanto si voglia diseguali, posson chiamarsi tra loro eguali, e ciascheduna eguale à vn punto solo.

Sagr. La specolaçione mi par tanto gentile, e peregrina, che io quando ben potessi, non me gli vorrei opporre, che mi parrebbe vn mezzo sacrilegio lacerar sì bella struttura calpestandola con qualche pedantesco affronto; però per intera sodisfaçione recateci pur la proua, che dite Geometrica del mantenersi sempre l'egualità trà quei solidi, e quelle basi loro, che penso, che non possa esser se non molto arguta, essendo così sottile la filosofica meditaçione, che da tal conclusionè dipende.

Salu. La dimostratione è anco breue, & facile. Ripigliamo la segnata figura, nella quale per esser l'angolo IPC retto il quadrato del semidiametro IC è eguale alli due quadrati de i lati IP , PC . Mà il semidiametro IC è eguale alla AC , e questa alla GP , e la CP è eguale alla PH ; adunque il quadrato della linea GP è eguale alli due quadrati delle IP , PH , e'l quadruplo a i quadrupli; cioè il quadrato del diametro GN è eguale alli due quadrati IO , HL ; e perche i cerchi son trà loro, come i quadrati de lor diametri, il cerchio il cui diametro GN sarà eguale alli due cerchi, i cui diametri IO , HL , e tolto via il comune cerchio, il cui diametro IO , il residuo del cerchio GN sarà eguale al cerchio, il cui diametro è HL . E questo è quanto alla prima parte: quanto poi all'altra parte lasceremo per hora la dimostratione, si perche volendola noi vedere la troueremo nella duodecima Proposizione del libro secondo de centro grauitatis solidorum posta dal S. Luca Valerio nuouo Archimede dell'età nostra, il quale per vn altro suo proposito se ne serui; si perche nel caso nostro basta l'hauer veduto, come le superficie già dichiarate siano
sempre

sempre eguali; e che diminuendosi sempre egualmente vadano a terminare l'una in un sol punto, e l'altra nella circonferenza d'un cerchio maggiore anco di qualsivoglia grandissimo perche in questa conseguenza sola versa la nostra marauiglia.

Sagr. Ingegnosa la dimostrazione, quanto mirabile la riflessione fattai sopra. Hor sentiamo qualche cosa circa l'altra difficoltà promossa dal S. Simp. se però hauete alcuna particolarità da dirui sopra, che crederci che non potesse essere, essendo vna controuersia stata tanto essagitata.

Salu. Haurò qualche mio pensiero particolare, replicando prima quel che poco fà diSSI, cioè, che l'infinito è per se solo da noi incomprendibile, come anco gl'indiuisibili: or pensate quel che faranno congiunti insieme: e pur se vogliamo compor la linea di punti indiuisibili bisogna fargli infiniti; e così conuiene apprender nel medesimo tempo l'infinito, e l'indiuisibile. Le cose, che in più volte mi son passate per la mente in tal proposito, son molte, parte delle quali, e forse le più considerabili potrebb'esser, che così improvvisamente non mi souenissero, mà nel progresso del ragionamento potrà accadere che destando io a voi, & in particolare al S. Simp. obiezzioni, e difficoltà, essi all'incontro mi facessero ricordar di quello, che senza tale eccitamento restasse dormendo nella fantasia; e però con la solita libertà sia lecito produrre in mezzo i nostri humani capricci, che tali meritamente possiamo nominargli in comparazione delle dottrine soprannaturali, sole vere, e sicure determinatrici delle nostre controuerse, e scorte inerranti ne i nostri oscuri, e dubbii sentieri, ò più tosto Labirinti.

*Tra le prime istanze, che si sogliono produrre contro à quelli, che compongono il continuo d'indiuisibili, suol'esser quella, che vno indiuisibile aggiunto a vn' altro indiuisibile non produce cosa diuisibile; perche se ciò fusse, ne seguirebbe che anco l'indiuisibile fusse diuisibile, perche quando due indiuisibili, come per esempio due punti congiunti facessero vna quantità, qual sarebbe vna linea diuisibile, molto più sarebbe tale vna composta di trè, di cinque, di sette,
e di*

e di altre moltitudini dispari; le quali linee essendo poi segabili in due parti eguali rendono segabile quell'indivisibile, che nel mezzo era collocato. In questa, & altre obbiezioni di questo genere si dà soddisfazione alla parte con dirgli, che non solamente due indivisibili, ma nè dieci, nè cento, nè mille non compongono una grandezza divisibile, e quanta, ma si bene infiniti.

Simp. Qui nasce subito il dubbio, che mi pare insolubile; & è che sendo noi sicuri trovarsi linee una maggior dell'altra, tutta volta che amendue contenghino punti infiniti bisogna confessare trovarsi nel medesimo genere una cosa maggior dell'infinito; perchè la infinità de i punti della linea maggiore eccederà l'infinità de i punti della minore. Ora questo darsi un infinito maggior dell'infinito mi par concetto da non poter esser capito in verun modo.

Salu. Queste son di quelle difficoltà, che derivano dal discorrer che noi facciamo col nostro intelletto finito intorno a gl'infiniti, dandogli quelli attributi, che noi diamo alle cose finite, e terminate; il che penso, che sia inconueniente; perchè stimo che questi attributi di maggioranza, minorità, & egualità non conuenghino a gl'infiniti, de i quali non si può dire uno esser maggiore, o minore, o eguale all'altro; per proua di che già mi souenne vn sì fatto discorso, il quale per più chiara esplicazione proporrò per interrogazioni al S. Simp. che hà mossa la difficoltà.

Io suppongo che voi benissimo sappiate, quali sono i numeri quadrati, e quali i non quadrati.

Simp. Sò benissimo, che il numero quadrato è quello, che nasce dalla moltiplicazione d'un altro numero in se medesimo, e così il quattro, il noue, son numeri quadrati nascendo quello dal dua, e questo dal tre in se medesimi moltiplicati.

Salu. Benissimo; E sapete ancora, che si come i prodotti si chiamano quadrati, i producenti, cioè, quelli che si moltiplicano, si chiamano lati, o radici, gli altri poi, che non nascono da numeri moltiplicati in se stessi non sono altrimenti quadrati. Onde se io dirò, i numeri tutti comprendendo i quadrati, e i non quadrati
esser

esser più che i quadrati soli, dirò proposizione verissima; non è così?

Simp. Non si può dir altrimenti.

Salu. Interrogando io di poi, quanti siano i numeri quadrati, si può con verità rispondere, loro esser tanti, quante sono le proprie radici, auuenga che ogni quadrato hà la sua radice, ogni radice il suo quadrato, nè quadrato alcuno hà più d'una sola radice, nè radice alcuna più d'un quadrato solo.

Simp. Così stà.

Salu. Mà se io domanderò, quante siano le radici, non si può negare, che elle non siano, quante tutti i numeri, poiche non vi è numero alcuno che non sia radice di qualche quadrato: E stante questo conuerrà dire, che i numeri quadrati siano quanti tutti i numeri, poiche tanti sono quante le lor radici, e radici son tutti i numeri; e pur da principio dicemmo tutti i numeri esser assai più, che tutti i quadrati, essendo la maggior parte non quadrati; e pur tuttauia si v'è la moltitudine de i quadrati sempre con maggior proporzione diminuendo, quanto à maggior numeri si trapassa; perche sino à cento vi sono dieci quadrati, che è quanto à dire, la decima parte esser quadrati: in dieci mila solo la centesima parte son quadrati: in vn milione solo la millesima, e pur nel numero infinito, se concepir lo potessimo, bisognerebbe dire tanti essere i quadrati, quanti tutti i numeri insieme.

Sagr. Che dunque si hà da determinare in questa occasione?

Salu. Io non veggio che ad altra decisione si possa venire, che à dire infiniti essere tutti i numeri, infiniti i quadrati, infinite le loro radici: nè la moltitudine de' quadrati esser minore di quella di tutti i numeri, nè questa maggior di quella; & in vltima conclusione gli attributi di eguale, maggiore, e minore non hauer luogo ne gl' infiniti, mà solo nelle quantità terminate. E però quando il S. Simp. mi propone più linee diseguali, e mi domanda come possa essere, che nelle maggiori non siano più punti, che nelle minori, io gli rispondo, che non ve ne sono nè più nè manco, nè altrettanti; mà in

E

ciasche-

ciascheduna infiniti. O veramente se io gli rispondeffi i punti nell' una esser quanti sono i numeri quadrati; in vn' altra maggiore, quanti tutti i numeri; in quella piccolina, quanti sono i numeri cubi, non potrei io hauergli dato sodisfazione col porre più in una che nell' altra, e pure in ciascheduna infiniti? e questo è quanto alla prima difficoltà.

Sagr. Fermate in grazia, e concedetemi, che io aggiunga al detto sin qui vn pensiero, che pur ora mi giugne; e questo è che stanti le cose dette sin qui parmi, che non solamente non si possa dire vn' infinito esser maggiore d'un' altro infinito, mà nè anco che e' sia maggior d'un finito, perche se'l numero infinito fusse maggiore, v. gr. del Millione, ne seguirebbe, che passando dal Millione ad altri, & ad altri continuamente maggiori si camminasse verso l'infinito; il che non è; anzi per l'opposito à quanto maggiori numeri facciamo passaggio, tanto più ci discostiamo dal numero infinito; perche ne i numeri quanto più si pigliano grandi, sempre più, e più rari sono i numeri quadrati in essi contenuti, mà nel numero infinito i quadrati non possono esser manco che tutti i numeri, come pur ora si è concluso; adunque l'andar' verso numeri sempre maggiori, e maggiori è vn' discostarsi dal numero infinito.

Salu. E così dal vostro ingegnoso discorso si conclude gli attributi di maggiore, minore, ò eguale non hauer luogo non solamente tra gl' infiniti, mà nè anco trà gl' infiniti, e i finiti.

Passo hora ad vn' altra considerazione, & è che stante che la linea, & ogni continuo sian diuisibili in sempre diuisibili, non veggo, come si possa sfuggire la composizione essere di infiniti indiuisibili: perche una diuisione, e subdivisione che si possa profeguir perpetuamente, suppone che le parti siano infinite, perche altramente la subdivisione sarebbe terminabile; e l'esser le parti infinite si tira in consequenza l'esser non quante; perche quanti infiniti fanno vn' estensione infinita; e così habbiamo il continuo composto d' infiniti indiuisibili.

Simp. Mà se noi possiamo profeguir sempre la diuisione in parti quante,

quante, che necessità habbiamo noi di douer per tal rispetto introdur le non quante?

Salu. L'istesso poter profeguir perpetuamente la diuisione in parti quante induce la necessità della composizione di infiniti non quanti. Imperoche venendo più alle strette io vi domando, che resolutamente mi diciate, se le parti quante nel continuo per vostro credere son finite, ò infinite?

Simp. Io vi rispondo esser infinite, e finite: infinite in potenza, e finite in atto. Infinite in potenza, cioè innanzi alla diuisione; mà finite in atto, cioè dopo che son diuise, perche le parti non s'intendono attualmente esser nel suo tutto se non dopo esser diuise, ò almeno segnate; altramente si dicono esserui in potenza.

Salu. Si che vna linea lunga, v. gr. venti palmi non si dice contener venti linee di vn palmo l'una attualmente se non dopo la diuisione in venti parti eguali: mà per auanti si dice contenerle solamente in potenza. Hor sia, come vi piace: e ditemi se fatta l'attual diuisione di tali parti quel primo tutto cresce, ò diminuisce, ò pur resta della medesima grandezza?

Simp. Non cresce, nè scema.

Salu. Così credo io ancora. Adunque le parti quante nel continuo ò vi siano in atto, ò vi siano in potenza non fanno la sua quantità maggiore, nè minore: mà chiara cosa è, che parti quante attualmente contenute nel lor tutto, se sono infinite, lo fanno di grandezza infinita, adunque parti quante benche in potenza solamente infinite, non possono esser contenute, se non in vna grandezza infinita; adunque nella finita parti quante infinite nè in atto, nè in potenza possono esser contenute.

Sagr. Come dunque potrà esser vero, che il continuo possa incessabilmente diuidersi in parti capaci sempre di nuoua diuisione?

Salu. Par che quella distinzione d'atto, e di potenza vi renda fattibile per vn verso quel, che per vn' altro sarebbe impossibile. Mà io vedrò d'aggiustar meglio queste partite con fare vn' altro computo. Et al quesito, che domanda, se le parti quante nel conti-

nuo terminato fian finite, ò infinite, risponderò tutto l'opposito di quel, che rispose dianzi il S. Simp. cioè non esser nè finite, nè infinite.

Simp. Ciò non harei saputo mai risponder' io, non pensando che si trouasse termine alcuno mezzano tra'l finito, e l'infito; si che la diuisione, ò distinzione che pone vna cosa ò esser finita, ò infinite, fusse manchenole, e difettosa.

Salu. A me par ch' ella sia, e parlando delle quantità discrete, parmi che tra le finite, e l'infinite ci sia vn terzo medio termine, che è il Rispondere ad ogni segnato numero: si che domandato nel presente proposito, se le parti quante nel continuo siano finite, ò infinite, la più congrua risposta sia il dire non esser nè finite, ne infinite, mà tante che rispondono ad ogni segnato numero: per il che fare è necessario, che elle non siano comprese dentro à vn limitato numero, perche non risponderrebbero ad vn maggiore; mà nè anco è necessario, che elle siano infinite, perche niuno assegnato numero è infinito. E così ad arbitrio del domandante vna proposta linea gliela potremo assegnare in cento parti quante, e in mille, e in cento mila conforme à qual numero più gli piacerà: mà diuisa in infinite questo non già. Concedo dunque à i Signori Filosofi, che il continuo contiene quante parti quante piace loro, e gli ammetto che le contenga in atto, ò in potenza à lor gusto, e bene placito: mà gli soggiungo poi, che nel modo che in vna linea di dieci canne si contengono dieci linee d'una canna l'una, e quaranta d'un braccio l'una, e ottanta di mezzo braccio, così contiene ella punti infiniti; chiamategli poi in atto, ò in potenza come più vi piace, che io S. Simp. in questo particolare mi rimetto al vostro arbitrio, e giudizio.

Simp. Io non posso non laudare il vostro discorso: mà hò gran paura, che questa parità dell' esser contenuti i punti, come le parti quante, non corra con intera puntualità; nè che à voi sarà così ageuole il diuidere la proposta linea in infiniti punti come à quei Filosofi in dieci canne, ò in quaranta braccia, anzi hò per impossibile del tutto il ridurr' ad effetto tal diuisione; si che questa sarà

farà una di quelle potenze, che mai non si riducono in atto.

Salu. L'esser' una cosa fattibile se non con fatica, ò diligenza, ò in gran lunghezza di tempo, non la rende impossibile, perche penso che voi altresì non così ageuolmente vi sbrigherete da una diuisione da farsi d'una linea in mille parti, e molto meno douendo diuiderla in 937, ò altro gran numero primo. Mà se questa, che voi per auuentura stimate diuisione impossibile, io ve la riducesse à così spedita, come se altri la douesse segare in quaranta, vi contentereste voi di ammetterla più placidamente nella nostra conuersazione?

Simp. Io gusto del vostro trattar, come fate talora, con qualche piaceuolezza; & al questo vi rispondo, che la facilità mi parrebbe grande più che à bastanza, quando il risolverla in punti non fusse più laborioso, che in diuiderla in mille parti.

Salu. Qui voglio dirui cosa, che forse vi farà marauigliare in proposito del volere, ò poter resolver la linea ne suoi infiniti, tenendo quell' ordine, che altri tiene nel diuiderla in quaranta, sessanta, ò cento parti, cioè con l'andarla diuidendo in due, e poi in quattro, col qual' ordine chi credesse di trouare i suoi infiniti punti, s'ingannerebbe indigrosso, perche con tal progresso nè men' alla diuision di tutte le parti quante si peruerrebbe in eterno; mà de gli indiuisibili, tanto è lontano il poter giugner per cotale strada al cercato termine, che più tosto altri se ne discosta, e mentre pensa col continuar la diuisione, e col multiplicar la moltitudine delle parti, di auvicinarsi alla infinità, credo che sempre più se n'allontani: e la mia ragione è questa. Nel discorso hauto poco fa concludemmo, che nel numero infinito bisognaua che tanti fussero i quadrati, ò i cubi, quanti tutti i numeri, poiche e questi, e quelli tanti sono, quante le radici loro, e radici son tutti i numeri. Vedemmo appresso, che quanto maggiori numeri si pigliauano, tanto più radi se trouauano in essi i lor quadrati, e piu radi ancora i lor cubi; adunque è manifesto, che à quanto maggiori numeri noi trapaßiamo, tanto più ci discostiamo dal numero infinito; dal che ne seguita, che tornando in dietro (poiche tal progresso sempre più ci allontana dal termine

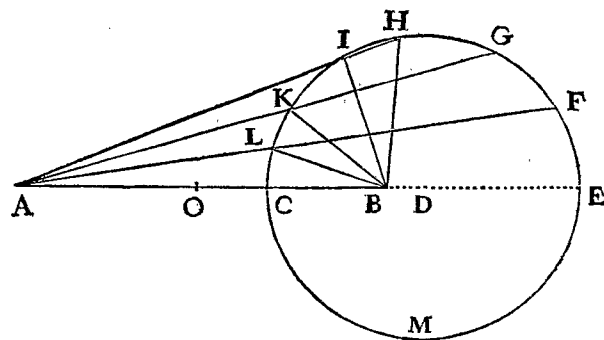
ricercato) se numero alcuno può dirsi infinito, questo sia l'unità; e veramente in essa son quelle condizioni, e necessari requisiti del numero infinito, dico, del contener in se tanti quadrati, quanti cubi, e quanti tutti i numeri.

Simp. Io non capisco bene, come si deua intender questo negozio.

Salu. Il negozio non hà in se dubbio veruno, perche l'unità è quadrato, è cubo, è quadrato quadrato, e tutte le altre dignità; ne vi è particolarità veruna essenziale à i quadrati, à i cubi, che non conuenga all' vno; come, v. gr. proprietà di due numeri quadrati è l'hauer trà di loro vn numero medio proporzionale: pigliate qualsiuoglia numero quadrato per l'uno de termini, e per l'altro l'unità, sempre ci trouerete vn numero medio proporzionale. Siano due numeri quadrati, 9 & 4, eccoui trà l'9 e l'uno, medio proporzionale il 3, fra l'4 e l'uno media il 2, e trà i due quadrati 9 e 4 vi è il 6 in mezzo. Proprietà de i cubi è l'esser tra essi necessariamente due numeri medii proporzionali. Ponete 8, e 27 già trà loro son medii 12, e 18, e trà l'uno, e l'8 mediano il 2, e l'4, trà l'uno, e l'27 il 3 e l'9. Concludiamo per tanto non ci essere altro numero infinito, che l'unità. E queste sono delle marauiglie, che superano la capacità della nostra immaginazione, e che deuriano farci accorti, quanto grauemente si erri, mentre altri voglia discorrere intorno à gl' infiniti con quei medesimi attributi, che noi vsiamo intorno à i finiti, le nature de i quali non hanno veruna conuenienza trà di loro. In proposito di che non voglio tacerui vn mirabile accidente, che pur hora mi souuene, e splicante l'infinita differenza, anzi repugnanza, e contrarietà di natura, che incontrerebbe vna quantità terminata nel trapassar all' infinita. Segniamo questa linea retta AB di qualsiuoglia lunghezza; e preso in lei qualsiuoglia punto C, che in parti diseguali la diuida: Dico, che partendosi coppie di linee da i termini AB, che ritenendo frà di loro la medesima proporzione, che hanno le parti AC, BC vadiano à concorrere insieme, i punti de i lor concorsi andranno tutti nella circonferenza di vn medesimo cerchio:

come

come per esempio, partendosi le AL, BL da i punti AB, & hauendo tra di loro la medesima proporzione, che hanno le parti AC, BC, & andando à concorrere nel punto L, e ritenendo l'istessa proporzione altre due AK, BK, concorrendo in K altre AI, BI, AH, HB, AG, GB, AF, FB, AE, EB, dico che i punti de i concorsi L, K, I, H, G, F, E cascano tutti nella circonferenza di un istesso



cerchio: talche se ci immagineremo il punto C muouersi continuamente con tal legge, che le linee da esso prodotte sino à i termini fissi AB mantenghino sempre la proporzione medesima, che hanno le prime parti AC, CB, tal punto C descriuerà la circonferenza d'un cerchio, come appresso vi dimostrerò. Et il cerchio in cotal modo descritto sarà sempre maggiore, e maggiore infinitamente, secondo che il punto C sarà preso più vicino al punto di mezzo che sia O, e minore sarà quel cerchio, che dal punto più vicino all'estremità B sarà descritto; in maniera che da i punti infiniti, che pigliar si possono nella linea OB, si descriueranno cerchi (mouendogli con l'esplicita legge) di qualsiuoglia grandezza, minori della luce dell'occhio d'una pulce, e maggiori dell'Equinoziale del primo Mobile. Hora se alzandosi qualsiuoglia de i punti compresi tra i termini OB da tutti si descriuono cerchi, e immensi da i punti prossimi all'O alzando l'istesso O e continuando di muouerlo con l'osservanza dell'istesso decreto, cioè che le linee da esso prodotte sino à i termini AB riten-

ritenghino la proporzione, che hanno le prime linee AO, OB , che linea verrà segnata? Segnerassi la circonferenza d'un cerchio, mà d'un cerchio maggiore di tutti gli altri massimi, di vn cerchio dunque infinito; mà si segna anco vna linea retta, e perpendicolare sopra la BA eretta dal punto O , e prodotta in infinito senza mai tornare a riunire il suo termine ultimo col suo primo, come ben tornano l'altre; imperoche la segnata per il moto limitato del punto C dopo segnato il mezzo cerchio superiore CHE , continuaua di segnare l'inferiore EMC riunendo insieme i suoi estremi termini nel punto C . Mà il punto O mossosi per segnar come tutti gli altri della linea AB (perche i punti presi nell' altra parte OA descriueranno essi ancora i lor cerchi, & i massimi i punti prossimi all' O) il suo cerchio per farlo massimo di tutti, e per consequenza infinito, non può più ritornare nel suo primo termine, & in somma describe vna linea retta infinita per circonferenza del suo infinito cerchio. Considerate ora, qual differenza sia da vn cerchio finito à vn' infinito, poiche questo muta talmente l'essere, che totalmente perde l'essere, e il poter' essere; che già ben chiaramente comprendiamo non si poter dare vn cerchio infinito; il che si tira poi in consequenza nè meno poter' essere vna sfera infinita, nè altro qualsiuoglia corpo, ò superficie figurata, e infinita. Hor che diremo di cotali metamorfosi nel passar dal finito all' infinito? E perche douiamo sentir repugnanza maggiore mentre cercando l'infinito ne i numeri andiamo à concluderlo nell' vno? E mentre che rompendo vn solido in molte parti, e seguitando di ridurlo in minutissima poluere, risoluto che si fusse ne gl' infiniti suoi atomi non più diuisibili, perche non potremmo dire quello esser ritornato in vn solo continuo, mà forse fluido, come l'acqua, ò l' mercurio, ò l' medesimo metallo liquefatto? E non vediamo noi le pietre liquefarsi in vetro, & il vetro medesimo co' l' molto fuoco farsi fluido più che l'acqua?

Sagr. Douiamo dunque credere i fluidi esser tali, perche sono risolti ne i primi infiniti, indiuisibili suoi componenti?

Salu. Io non sò trouar miglior ripiego per risoluer' alcune sentate

sate apparenze, tra le quali vna è questa. Mentre io piglio vn corpo duro ò sia pietra, ò metallo, e che con martello, ò sottilissima lima lo vò al possibile diuidendo in minutissima, & impalpabile poluere, chiara cosa è che i suoi minimi ancor che per la lor piccolezza siano impercettibili a vno a vno dalla nostra vista, e dal tatto: tuttauia son' eglino ancor quanti, figurati, e numerabili; e di essi accade, che accumulati insieme si sostengono ammuccchiati; e scauati sino à certo segno, resta la cavità senza che le parti d'intorno scorrano à riempierla; agitati, e commossi subito si fermano, tantosto che il motore esterno gli abbandona. E questi medesimi effetti fanno ancora tutti gli aggregati di corpusculi maggiori, e maggiori, e di ogni figura ancor che sferica, come veggiamo ne i monti di miglio, di grano, di migliarole di piombo, e d'ogni altra materia. Mà se noi tenteremo di vedere tali accidenti nell' acqua, nissuno ve ne troueremo, mà sollevata immediatamente si spiana, se da vaso, ò altra esterno ritegno non sia sostenuta; incauata subito scorre à riempier la cavità, & agitata per lungchissimo tempo vò fluttuando, e per spazii grandissimi distendendo le sue onde. Da questo mi par di potere molto ragioneuolmente arguire i minimi dell' acqua, ne i quali ella pur sembra esser risoluta (poiche hà minor consistenza di qualsiuoglia sottilissima poluere, anzi non hà consistenza nissuna) esser differentissima da i minimi quanti, e diuisibili; nè saprei ritrouarci altra differenza, che l'esser' indiuisibili. Parmi anco che la sua esquisiteissima trasparenza ce ne porga assai ferma coniettura; perche se noi piglieremo del più trasparente cristallo che sia, e lo cominceremo à rompere, e pestare, ridotto in poluere, perde la trasparenza, e sempre più quanto più sottilmente si trita; mà l'acqua che pure è sommamente trita, è anco sommamente diafana. L'Oro, e l'Argento con acque forti poluerizzati più sottilmente, che con qualsiuoglia lima, pur restano in poluere, mà non diuengon fluidi; nè prima si liquefanno che gl' indiuisibili del fuoco, ò de i raggi del sole gli dissolouono, credo, ne i lor primi altissimi componenti infiniti, indiuisibili.

Sagr. *Questo che V. S. hà toccato della luce, hò io più volte veduto con marauiglia, veduto, dico, con vno specchio concauo di trè palmi di diametro liquefare il piombo in vn' instante; onde io son venuto in opinione, che quando lo specchio fusse grandissimo e ben terso, e di figura parabolica, liquefarebbe non meno ogni altro metallo in breuissimo tempo, vedendo che quello, nè molto grande, nè ben lustro, e di cavità sferica con tanta forza liquefacena il piombo, & abbruciana ogni materia combustibile: effetti che mi rendono credibili le marauiglie de gli specchi d' Archimede.*

Salu. *Intorno à gli effetti de gli specchi d' Archimede mi rese credibile ogni miracolo, che si legge in più Scrittori, la lettura de i libri dell' istesso Archimede già da me con infinito stupore letti, e studiati: e se nulla di dubbio mi fusse restato, quello che ultimamente hà dato in luce intorno allo specchio vstorio il P. Buon^a. Cauri. e che io con ammirazione hò letto, è bastato à cessarmi ogni difficoltà.*

Sagr. *Veddi ancor' io cotesto trattato, e con gusto, e marauiglia grande lo lessi, e perche per auanti haueuo conoscenza della persona mi andai confermando nel concetto, che di esso haueuo già preso, ch' ei fusse per riuscire vno de principali Matematici dell' età nostra. Mà tornando all' effetto marauiglioso de i raggi Solari nel liquefare i metalli douiamo noi credere, che tale, e sì veemente operazione sia senza moto, ò pur che sia con moto, mà velocissimo?*

Salu. *Gli altri incendii, e dissoluzioni veggiamo noi farsi con moto, e con moto velocissimo. Veggansi le operazioni de i fulmini, della poluere nelle mine, e ne i petardi, & in somma quanto il velocitar co' i mantici la fiamma de i carboni mista con vapori grossi, e non puri accresca di forza nel liquefar' i metalli: onde io non saprei intendere che l' azione della luce benche purissima potesse esser senza moto, & anco velocissimo.*

Sagr. *Mà quale, e quanta douiamo noi stimare, che sia questa velocità del lume? forse instantanea, momentanea, ò pur come gli altri mouimenti temporanea? nè potremo con esperienza assicurarci qual' ella sia?*

Simp.

Simp. Mostra l'esperienza quotidiana l'espansion del lume esser instantanea; mentre che vedendo in gran lontananza sparar un' Artiglieria lo splendor della fiamma senza interposizion di tempo si conduce à gli occhi nostri, mà non già il suono all' orecchie se non dopo notabile interuallo di tempo.

Sagr. Eh' Sig. Simp. da coteſta notiffima esperienza non si raccoglie altro, se non che il suono si conduce al nostro vdito men breue di quello, che si conduca il lume; mà non mi assicura se la venuta del lume sia per ciò instantanea più che temporanea, mà velociffima. Ne simile offeruazione conclude più che l'altra di chi dice: subito giunto il Sole all' orizonte arriua il suo splendore à gli occhi nostri; imperò che chi mi assicura, che prima non giugnessero i suoi raggi al detto termine che alla nostra vista?

Salu. La poca concludenza di queste, e di altre simili offeruazioni mi fece vna volta pensare à qualche modo di poterci senza errore accertar, se l'illuminazione, cioè se l'espansion del lume fusse veramente instantanea; poiche il moto assai veloce del suono ci assicura quella della luce non poter esser se non velociffima. E l'esperienza, che mi souenne, fù tale. Voglio che due pigliino un lume per vno, il quale tenendolo dentro lanterna, ò altro ricetto, possino andar coprendo, e scoprendo con l'interposizion della mano alla vista del compagno; e che ponendosi l'uno incontro all' altro in distanza di poche braccia vadano addestrandosi nello scoprire, & occultare il lor lume alla vista del compagno: si che quando l'uno vede il lume dell' altro, immediatamente scuopra il suo; la qual corrispondenza dopo alcune risposte fattesi scambievolmente verrà loro talmente aggiustata, che senza sensibile suario alla scoperta dell' vno risponderà immediatamente la scoperta dell' altro, si che quando l'uno scuopre il suo lume vedrà nell' istesso tempo comparire alla sua vista il lume dell' altro. Aggiustata cotal pratica in questa piccolissima distanza pongansi i due medesimi compagni con due simili lumi in lontananza di due, ò tre miglia; e tornando di notte à far l'istessa esperienza vadano offeruando attentamente se le risposte delle loro

scoperte, & occultazioni seguono secondo l'istesso tenore, che facevano da vicino; che seguendo si potrà assai sicuramente concludere l'espansion del lume essere instantanea; che quando ella ricercasse tempo, in vna lontananza di trè miglia, che importano sei per l'andata d'un lume, e venuta dell' altro, la dimora dourebbe esser' assai offeruabile. E quando si volesse far tal offeruazione in distanze maggiori, cioè di otto, ò dieci miglia, potremo seruirci del Telescopio, aggiustandone vn per vno gli offeruatori al luogo, doue la notte si hanno à mettere in pratica i lumi, li quali ancor che non molto grandi, e per ciò inuisibili in tanta lontananza all' occhio libero, mà ben facili à coprirsi, e scoprirsi, con l'aiuto de i Telescopii già aggiustati, e fermati potranno esser commodamente veduti.

Sagr. L'esperienza mi pare d'inuenzione non men sicura, che ingegnosa, mà diteci quello che nel praticarla hauete concluso.

Salu. Veramente non l'ho sperimentata saluo che in lontananza piccola, cioè manco d'un miglio, dal che non hò potuto assicurar mi se veramente la comparsa del lume opposto sia instantanea; mà ben, se non instantanea, velocissima, e direi momentanea è ella; e per ora l'assimiglierei à quel moto, che veggiamo farsi dallo splendore del baleno veduto trà le nugole lontane otto, ò dieci miglia: del qual lume distinguiamo il principio, e dirò, il capo, e fonte in vn luogo particolare trà esse nugole; mà bene immediatamente segue la sua espansione amplissima per le altre circostanti: che mi pare argomento quella farsi con qualche poco di tempo; perche quando l'illuminazione fusse fatta tutta insieme, e non per parti, non par che si potesse distinguer la sua origine, e dirò il suo centro dalle sue falde, e dilatazioni estreme. Mà in quai pelaghi ci andiamo noi inauuertentemente pian piano ingolfando? trà i vacui, trà gl' infiniti, trà gl' indiuisibili, trà i mouimenti instantanei, per non poter mai dopo mille discorsi giugnere à riu?

Sagr. Cosè veramente molto sproporzionate al nostro intendimento. Ecco l'infinito cercato trà i numeri par che vadia à terminar nell' unita: da gl' indiuisibili nasce il sempre diuisibile: il vacuo

non par, che risegga se non indiuisibilmente mescolato tra'l pieno; & in somma in queste cose si muta talmente la natura delle comunemente intese da noi, che sin' alla circonferenza d'un cerchio douenta vna linea retta infinita, che s'io hò ben tenuto à memoria, è quella Proposizione che voi S. Salu. doueni con Geometrica dimostrazione far manifesta. Però quando vi piaccia, sarà bene senza più digredire arrecarcela.

Salu. Eccomi à seruirle dimostrando per piena intelligenza il seguente Problema: Data vna linea retta diuisa secondo qualsiuoglia proporzione in parti diseguali, descriuere vn cerchio, alla cui circonferenza prodotte à qualsiuoglia punto di essa due linee rette da i termini della data linea ritenghino la proporzion medesima, che hanno trà di loro le parti di essa linea data sì che omologhe siano quelle, che si partono da i medesimi termini.

Sia la data retta linea AB , diuisa in qualsiuoglia modo in parti diseguali nel punto C , bisogna descriuere il cerchio, à qualsiuoglia punto, della cui circonferenza concorrendo due rette prodotte da i termini AB habbiano trà di loro la propozion medesima, che hanno tra di loro le parti AC , BC , sì che omologhe sian quelle che si partono dall' istesso termine. Sopra'l centro C con l'interuallo della minor parte CB intendasi descritto vn cerchio, alla circonferenza del quale venga tangente dal punto A la retta AD indeterminatamente prolungata verso E , e sia il contatto in D , e congiungasi la CD , che sarà perpendicolare alla AE , & alla BA sia perpendicolare la BE , la quale prodotta concorrerà con la AE , essendo l'angolo A acuto: sia il concorso in E , di doue si ecciti la perpendicolare alla AE , che prodotta vadia à concorrere con la AB infinitamente prolungata in F . Dico primieramente le due rette FE , FC esser' eguali: imperò che tirata la EC haremo ne i due triangoli DEC , BEC li due lati dell' vno DE , EC eguali alli due dell' altro BE , EC essendo le due DE , EB tangenti del cerchio DB , e le basi DC , CB parimente eguali; onde li due angoli DEC , BEC saranno eguali. E perche all' angolo BCE per esser retto manca quanto è l'angolo CEB

Dico parimente come AC à CB , così essere AH ad HB . Prolunghisi HB sino alla circonferenza in I , e congiungasi IF . E perche già si è visto come AB à BG così essere CB à BF , sarà il rettangolo ABF eguale al rettangolo CBG , cioè IBH , e però come AB à BH così IB à BH e sono gli angoli al B eguali, adunque AH ad HB stà come IF , cioè EF ad FB & AE ad EB .

Dico oltre à ciò, che è impossibile, che le linee, che habbiano tal proporzione partendosi da i termini AB , concorrano à verun punto ò dentro, ò fuori del cerchio CEG . Imperò che, se è possibile, concorrano due tali linee al punto L posto fuori: e siano le AL , BL , e prolunghisi la LB sino alla circonferenza in M , e congiungasi MF . Se dunque la AL alla BL è come la AC alla BC , cioè come la MF alla FB , haremo due triangoli ALB , MFB , li quali intorno alli due angoli ALB , MFB hanno i lati proporzionali, gli angoli alla cima nel punto B eguali, e li due rimanenti FMB , LAB minori che retti (imperò che l'angolo retto al punto M hà per base tutto il diametro CG , e non la sola parte BF , e l'altro al punto A è acuto, perche la linea AL omologa della AC è maggiore della BL omologa della BC) adunque i triangoli ABL , MBF son simili: e però come AB à BL , così MB à BF , onde il rettangolo ABF sarà eguale al rettangolo MBL ; mà il rettangolo ABF s'è dimostrato eguale al CBG ; adunque il rettangolo MBL è eguale al rettangolo CBG , il che è impossibile; adunque il concorso, non può cader fuor del cerchio. E nel medesimo modo si dimostrerà non poter cader dentro, adunque tutti i concorsi cascano nella circonferenza stessa.

Mà è tempo, che torniamo à dar sodisfazione al desiderio del *S. Simp.* mostrandogli come il risoluer la linea ne suoi infiniti punti non è non solamente impossibile, mà nè meno hà in se maggior difficoltà, che l' distinguere le sue parti quante, fatto però vn supposto, il quale penso *S. Simp.* che non siate per negarmi; e questo è, che non mi ricerchete, che io vi separi i punti l'uno dall' altro, & ve gli faccia veder' à vno à vno distinti sopra questa carta; perche io ancora mi contenterei, che senza staccar l'una dall' altra le quat-

tro,

tro, ò le sei parti d'una linea, mi mostraste le sue diuisioni segnate, ò al più piegate ad angoli formandone vn quadrato, ò vn' effagono; perche mi persuado pure che all' ora le chiamereste à bastanza distinte, & attuate.

Simp. Veramente sì.

Salu. Hora se l'inflettere vna linea ad angoli formandone hora vn quadrato, hora vn' ottangolo, hora vn poligono di quaranta, di cento, ò di mille angoli è mutazione bastante à ridurre all' atto quelle quattro, otto, quaranta, cento, e mille parti, che prima nella linea diritta erano per vostro detto in potenza: quando io formi di lei vn poligono di lati infiniti, cioè quando io la infletta nella circonferenza d'un cerchio, non potrò io con pari licenza dire d'hauer ridotto all' atto quelle parti infinite, che voi prima, mentre erà retta, diceui esser in lei contenute in potenza? nè si può negare tal risoluzione esser fatta ne suoi infiniti punti non meno che quella delle sue quattro parti nel formarne vn quadrato, ò nelle sue mille nel formarne vn millagono; imperò che in lei non manca veruna delle condizioni, che si trouano nel poligono di mille, e di cento mila lati. Questo applicato à vna linea retta se gli posa sopra toccandola con vno de suoi lati, cioè, con vna sua cento millesima parte; il cerchio, che è vn poligono di lati infiniti, tocca la medesima retta con vno de suoi lati, che è vn sol punto diuerso da tutti i suoi collaterali, e perciò da quelli diuiso, e distinto, non meno che vn lato del poligono da i suoi conterminali. E come il poligono riuoltato sopra vn piano stampa con i toccamenti conseguenti de suoi lati vna linea retta eguale al suo perimetro: così il cerchio girato sopra vn tal piano descrive con gl' infiniti suoi successiui contatti vna linea retta egual' alla propria circonferenza. Non sò adesso S. Simp. se i Sig. Peripatetici, à i quali io ammetto, come verissimo concetto, il continuo esser diuisibile in sempre diuisibili, si che continuando vna tal' diuisione, e suddiuisione; mai non si peruerebbe alla fine, si conteranno di concedere a me niuna delle tali loro diuisioni esser l'ultima, come veramente non è, poiche sempre vene restà vn' altra; mà
bene

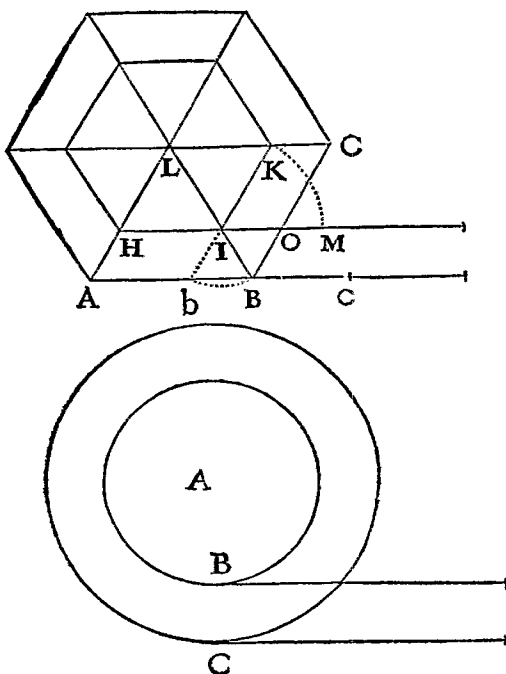
bene l'ultima, & altissima esser quella, che lo risolve in infiniti indivisibili, alla quale concedo che non si perverrebbe mai diuidendo successivamente in maggiore, e maggior moltitudine di parti; mà seruendosi della maniera, che propongo io di distinguere, e risolvere tutta la infinita in un tratto solo (artificio che non mi dourebbe esser negato) crederei che douessero quietarsi, & ammetter questa composizione del continuo di atomi assolutamente indivisibili. E massime essendo questa una strada forse più d'ogni altra corrente per trarci fuori di molto intrigati laberinti, quali sono oltre à quello già toccato della coerenza delle parti de i solidi, il comprender come stia il negozio della rarefazione, e della condensazione, senza incorrer per causa di quella nell'inconueniente di douere ammettere spazii vacui, e per questa la penetrazione de i corpi: inconuenienti che amendue mi pare, ch' assai destramente vengano schiuati con l'ammetter detta composizione d'indivisibili.

Simp. Io non so quello, che i Peripatetici fusser per dire, atteso che le considerazioni fatte da voi credo che gli giugnerebbero per la maggior parte nuoue, e come tali conuerrebbe esaminarle; e potrebbe accadere, che quelli vi ritrouassero risposte, e soluzioni potenti à sciorre quei nodi, che io per la breuità del tempo, e per la debolezza del mio ingegno non saprei di presente risolvere. Però sospendendo per hora questa parte sentirei ben'volentieri come l'introduzione di questi indivisibili faciliti l'intelligenza della condensazione, e della rarefazione schiuando nell'istesso tempo il vacuo, e la penetrazione de i corpi.

Sagr. Sentirò io ancora con gran brama la medesima cosa all'intelletto mio tanto oscura: con questo però che io non rimanga defraudato di sentire, conforme à quello che poco fa disse il S. Simp. le ragioni d'Aristotele in confutazione del Vacuo, & in conseguenza le soluzioni, che voi gli arrecate, come conuien fare, mentre voi ammettete quello che esso nega.

Salu. Faremo l'uno e l'altro. E quanto al primo è necessario, che si come in grazia della rarefazione ci seruiamo della linea descritta

dal minor cerchio maggiore della propria circonferenza, mentre vien mosso alla reuoluzione del maggiore, così per intelligenza della condensazione mostriamo come alla conuerzione fatta dal minor cerchio, il maggiore descriua una linea retta minore della sua circonferenza; per la cui più chiara esplicazione porremo innanzi la considerazione di quello che accade ne i Poligoni. In una descrizione simile à quell' altra siano due Essagoni circa il comune centro L, che siano questi ABC, HIK con le linee parallele HOM, ABC, sopra le quali si habbiano à far le reuoluzioni; e fermato l'angolo I del Poligono minore volgasi esso Poligono sin che il lato IK caschi sopra la parallela, nel qual moto il punto K descriuerà l'arco KM, e'l lato KI si vnirà con la parte IM, trà tanto bisogna vedere quel che farà il lato CB del Poligono maggiore. E perche il rimolgi-mento si fa sopra il



punto I la linea IB col termine suo B descriuerà tornando in dietro l'arco Bb sotto alla parallela cA, tal che quando il lato KI si congiugnerà con la linea MI, il lato BC si vnirà con la linea bc, con l'auanzarsi per l'innanzi solamente, quanto è la parte Bc, e ritirando in dietro la parte suttesa all' arco Bb, la quale vien sopraposta
alla

alla linea BA , & intendendo continuarsi nell'istesso modo la conuersione fatta dal minor Poligono, questo descriuerà bene, e passerà sopra la sua parallela vna linea eguale al suo perimetro; mà il maggiore passerà vna linea minore del suo perimetro la quantità di tante linee bB , quanti sono vno manco de suoi lati; e farà tal linea prossimamente eguale alla descrittà dal Poligono minore, eccedendola solamente di quanto è la bB . Quì dunque senza veruna repugnanza si scorge la cagione, per la quale il maggior Poligono non trapassi (portato dal minore) con i suoi lati linea maggiore della passata dal minore; che è perche vna parte di ciascheduno si sovrappone al suo precedente conterminale.

Mà se considereremo i due cerchi intorno al centro A , li quali sopra le lor parallele posino, toccando il minore la sua nel punto B , & il maggiore la sua nel punto C , quì nel cominciar' à far la reuoluzione del minore, non auerrà che il punto B resti per qualche tempo immobile, sì che la linea BC dando in dietro trasporti il punto C , come accadeua ne i Poligoni, che restando fisso il punto I sin che il lato KI cadesse sopra la linea IM , la linea IB riportaua in dietro il B termine del lato CB sino in b , onde il lato BC cadeua in bc sovrappoendo alla linea BA la parte Bb , e solo auanzandosi per l'innanzi la parte Bc eguale alla IM , cioè à vn lato del Poligono minore; per le quali sovrapposizioni, che sono gli eccessi de i lati maggiori sopra i minori, gli auanzi che restano eguali à i lati del minor Poligono vengono à comporre nell'intera reuoluzione la linea retta eguale alla segnata, e misurata dal Poligono minore. Mà quì dico, che se noi vorremo applicare vn simil discorso all'effetto de i cerchi, conuerrà dire, doue i lati di qualsiuoglia Poligono son compresi da qualche numero, i lati del cerchio sono infiniti; quelli son quanti, e diuisibili, questi non quanti, e indiuisibili: i termini de i lati del Poligono nella reuoluzione stanno per qualche tempo fermi, cioè, ciascheduno tal parte del tempo di vna intera conuersione, qual parte esso è di tutto il perimetro: ne i cerchi similmente le diuore de termini de suoi infiniti lati son momentanee, che tal parte

è un'istante d'un tempo quanto, qual'è un punto d'una linea, che ne contiene infiniti; i regressi in dietro fatti da i lati del maggior Poligono sono non di tutto'l lato, ma solamente dell' eccello suo sopra'l lato del minore, acquistando per l'innanzi tanto di spazio, quanto è il detto minor lato: ne i cerchi il punto, ò lato C nella quiete instantanea del termine B si ritira in dietro, quanto è il suo eccello sopra'l lato B acquistando per l'innanzi quanto è il medesimo B. Et in somma gl' infiniti lati indivisibili del maggior cerchio con gl' infiniti indivisibili ritiramenti loro fatti nell' infinite instantanee dimore de gl' infiniti termini de gl' infiniti lati del minor cerchio, e con i loro infiniti progressi eguali à gl' infiniti lati di esso minor cerchio, compongono, e disegnano una linea eguale alla descritta dal minor cerchio contenente in sé infinite soprapposizioni non quante, che fanno una costipazione e condensazione senza veruna penetrazione di parti quante, quale non si può intendere farsi nella linea diuisa in parti quante, quale è il perimetro di qualsivoglia Poligono, il quale disteso in linea retta non si può ridurre in minor lunghezza, se non col far che i lati si soprapponghino, e penetrino l'un l'altro. Questa costipazione di parti non quante mà infinite senza penetrazione di parti quante, e la prima distrazione di sopra dichiarata de gl' infiniti indivisibili con l'interposizione di vacui indivisibili, credo che sia il più che dir si possa per la condensazione, e rarefazione de i corpi senza necessità d'introdurre la penetrazione de i corpi, ò gli spazii quanti vacui. Se ci è cosa che vi gusti, fatene capitale, se no reputatela vana, e'l mio discorso ancora, e ricercate da qualche altro esplicazione di maggior quiete per l'intelletto. Solo queste due parole vi replico, che noi siamo tra gl' infiniti, e gl' indivisibili.

Sagr. Che il pensiero sia sottile, & à miei orecchi nuovo, e peregrino, lo confesso liberamente, se poi nel fatto stesso la natura proceda con tal' ordine, non saprei che risolvermi; vero è che sin ch'io non sentissi cosa che maggiormente mi quietassi per non rimaner muto affatto, m'atterrei à questa. Mà forse il S. Simp. haurà (quello che

che sin qui non hò incontrato) modo di esplicare l'esplicazione, che in materia così astrusa da i Filosofi si arrega; che in vero quel che sin qui hò letto circa la condensazione, è per me così denso, e quel della rarefazione così sottile, che la mia debil vista questo non comprende, e quello non penetra.

Simp. Io son pieno di confusione, e trouo duri intoppi nell' uentiero, e nell' altro, & in particolare in questo nuouo: perche secondo questa regola vn' oncia d' Oro si potrebbe rarefare, e distrarre in vna mole maggiore di tutta la terra, e tutta la terra condensare, e ridurre in minor mole di vna noce; cose che io non credo, nè credo che voi medesimo crediate; e le considerazioni, e dimostrazioni sin qui fatte da voi, come che son cose Matematiche astratte, e separate dalla materia sensibile, credo che applicate alle materie fisiche, e naturali non camminerebbero secondo coteste regole.

Salu. Che io vi sia per far vedere l'inuisibile, nè io lo saprei fare, nè credo che voi lo ricerchiate, mà per quanto da i nostri sensi può esser compreso, già che voi hauete nominato l'Oro, non veggiam noi farsi immensa distrazione delle sue parti? Non sò, se vi sia occorso il veder le maniere, che tengono gli artefici in condur l'Oro tirato, il quale non è veramente Oro se non in superficie, mà la materia interna è argento; & il modo del condurlo è tale. Pigliano vn Cilindro, ò volete dire vna verga d'argento lunga circa mezzo braccio, e grossa per tre, ò quattro volte il dito pollice, e questa indorano con foglie d'oro battuto, che sapete esser così sottile, che quasi v'è vagando per l'aria, e di tali foglie ne soprapongono otto, ò dieci; e non più. Dorato che è, cominciano a tirarlo con forza immensa facendolo passare per fori della filiera, tornando à farlo ripassare molte, e molte volte successiuamente per fori più angusti, sì che dopo molte, e molte ripassate lo riducono alla sottigliezza d'un capello di donna, se non maggiore, e tuttaua resta dorato in superficie. Lascio hora considerare à voi quale sia la sottigliezza, e distrazione, alla quale si è ridotta la sostanza dell' Oro.

Simp. Io non veggo che da questa operazione venga in conseguenza

quenza un' assottigliamento della materia dell' Oro da farne quelle marauiglie, che voi vorreste : prima perche già la prima doratura fù di dieci foglie d' Oro, che vengono à far notabile grossezza : secondariamente se ben nel tirare, e assottigliar quell' argento cresce in lunghezza, scema però anco tanto in grossezza, che compensando l'una dimensione con l'altra la superficie non si agumenta tanto, che per vestir l'argento di oro bisogni ridurlo à sottigliezza maggiore di quella delle prime foglie.

Salu. V'ingannate d' assai S. Simp. perche l'accrescimento della superficie e sudduplo dell' allungamento, come io potrei Geometricamente dimostrarui.

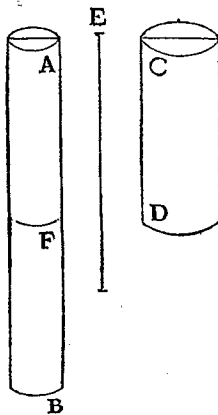
Sagr. Io e per me, e per il S. Simp. vi pregherei à recarci tal dimostrazione, se però credete, che da noi possa esser capita.

Salu. Vedrò se così improuisamente mi torna à memoria. Già è manifesto, che quel primo grosso Cilindro d' Argento, & il filo lunghissimo tirato sono due Cilindri eguali essendo l'istesso argento; tal che s'io mostrerò, qual porporzione habbiano trà di loro le superficie de i Cilindri eguali, haueremo l'intento. Dico per tanto che

Le superficie de i Cilindri eguali trattone le basi son tra di loro in sudduplicata proporzione delle loro lunghezze.

Siano due Cilindri eguali, l'altezze de i quali AB , CD , e sia la linea E media proporzionale trà esse. Dico la superficie del Cilindro AB trattone le basi alla superficie del Cilindro CD trattone parimente le basi hauer la medesima proporzione, che la linea AB alla linea E , che è suddupla della proporzione di AB à CD . Taglisi la parte del Cilindro AB in F , e sia l'altezza AF eguale alla CD . E perche le basi de Cilindri eguali rispondon contrariamente alle loro altezze, il cerchio base del Cilindro CD al cerchio base del Cilindro AB sarà come l'altezza BA alla DC , e perche i cerchi son trà loro come i quadrati de i diametri, haranno detti quadrati la medesima proporzione, che la BA alla CD , mà come BA à CD così il quadrato BA al quadrato della E . son dunque tali quattro quadrati proporzionali; e però i lor lati ancora saranno

faranno proporzionali; e come la linea AB alla E, così il diametro del cerchio C al diametro del cerchio A, mà come i diametri, così sono le circonferenze, e come le circonferenze, così sono ancora le superficie de Cilindri egualmente alti; adunque come la linea AB alla E, così la superficie del Cilindro CD alla superficie del Cilindro AF. Perche dunque l'altezza AF alla AB stà come la superficie AF alla superficie AB, e come l'altezza AB alla linea E, così la superficie CD alla AF sarà per la perturbata, come l'altezza AF alla E, così la superficie CD alla superficie AB, e conuertendo come la superficie del Cilindro AB alla superficie del Cilindro CD, così la linea E alla AF, cioè alla CD, ò vero la AB alla E, che è proporzione suddupla della AB alla CD, che è quello che bisognaua prouare.



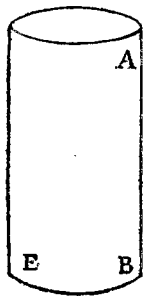
Hora se noi applicheremo questo, che si è dimostrato, al nostro proposito, presupposto che quel Cilindro d'Argento, che fù dorato, mentre non era più lungo di mezzo braccio, e grosso tre, ò quattro volte più del dito pollice, assottigliato alla finezza d'un capello si sia allungato sino in venti mila braccia (che sarebbe anche più assai) troueremo la sua superficie esser cresciuta dugento volte più di quello che era: & in conseguenza quelle foglie d'Oro, che furon sopraposte dieci in numero, distese in superficie dugento volte maggiore ci assicurano l'Oro, che cuopre la superficie delle tante braccia di filo restar non più grosso, che la ventesima parte d'una foglia dell'ordinario Oro battuto. Considerate hora voi, qual sia la sua sottigliezza, e se è possibile concepirla fatta senza vna immensa distrazione di parti: e se questa vi pare vna esperienza, che tenda anche ad vna composizione d'infiniti indiuisibili nelle materie fisiche: se ben di ciò non mancano altri più gagliardi, e concludenti rincontri.

Sagr.

Sagr. La dimostrazione mi par tanto bella, che quando non hauesse forza di persuader quel primo intento, per il quale è stata prodotta (che pur mi par che ve l'habbia grande) ad ogni modo benissimo si è impiegato questo breue tempo che per sentirla si è speso.

Salu. Già che veggo, che gustate tanto di queste Geometriche dimostrazioni apportatrici da guadagni sicuri, vi dirò la compagna di questa, che sodisfa ad un quesito curioso assai. Nella passata hauiamo quello, che accaggia de i Cilindri eguali, ma diuersi di altezze, o vero lunghezze: è ben sentire quello che auuenga à i Cilindri eguali di superficie, ma diseguali d'altezze; intendendo sempre delle superficie sole, che gli circondano intorno cioè non comprendendo le due basi superiore, e inferiore. Dico dunque che

I Cilindri retti, le superficie de i quali trattone le basi siano eguali, hanno frà di loro la medesima proporzione che le loro altezze contrariamente prese.



Siano eguali le superficie de i due Cilindri AE , CF , ma l'altrezza di questo CD maggiore dell'altrezza dell'altro AB . Dico il Cilindro AE al Cilindro CF hauer la medesima proporzione, che l'altrezza CD alla AB . Perche dunque la superficie CF è eguale alla superficie AE , sarà il Cilindro CF minore dell' AE , perche se li fusse eguale, la sua superficie per la passata proposizione sarebbe maggiore della superficie AE , e molto più, se il medesimo Cilindro CF fusse maggiore dell' AE . Intendasi il Cilindro ID eguale all' AE adunq, per la precedente la superficie del Cilindro ID alla superficie dell' AE starà, come l'altrezza IF alla media trà IF , AB . Ma essendo per il dato la superficie AE eguale alla CF & hauendo la super-

superficie ID alla CF la medesima proporzione, che l'altezza IF alla CD , adunque la CD è media trà le IF , AB . In oltre essendo il Cilindro ID eguale al Cilindro AE , haranno amendue la medesima proporzione al Cilindro CF , mà l' ID al CF stà come l'altezza IF alla CD , adunque il Cilindro AE al Cilindro CF harà la medesima proporzione, che la linea IF alla CD , cioè, che la CD alla AB , che è l'intento.

Di quì s'intende la ragione d'un accidente, che non senza marauiglia vien sentito dal popolo; & è, come possa essere, che il medesimo pezzo di tela più lungo per vn' verso, che per l'altro, se se ne facesse vn sacco da tenerui dentro del grano, come si costumano fare con vn fondo di tauola, terrà più seruendoci per l'altezza del sacco della minor misura della tela, e con l'altra circondando la tauola del fondo, che facendo per l'opposito. Come se, v. gr. la tela per vn verso fusse sei braccia, e per l'altro dodici, più terrà, quando con la lunghezza di dodici si circondi la tauola del fondo, restando il sacco alto braccia sei, che se si circondasse vn fondo di sei braccia hauendone dodici per altezza. Hora da quello, che si è dimostrato alla generica notizia del capir più per quel verso, che per questo, si aggingne la specifica, e particolare scienza del quanto ei contenga più: che è, che tanto più terrà, quanto sarà più basso, e tanto meno, quanto più alto: e così nelle misure assegnate essendo la tela il doppio più lunga, che larga, cucita per la lunghezza terrà la metà manco, che per l'altro verso. E parimente hauendo una stuoia per fare una bugnola, lunga venticinque braccia, e larga, v. gr. sette piegata per lo lungo terrà solamente sette misure di quelle, che per l'altro verso ne terrebbe venticinque.

Sagr. E così con nostro gusto particolare andiamo continuamente acquistando nuoue cognizioni curiose, e non ignude di utilità. Mà nel proposito toccato adesso veramente non credo, che trà quelli che mancano di qualche cognizione di Geometria se ne trouassero quattro per cento che non restassero à prima giunta ingannati, che quei corpi, che da superficie eguali son contenuti, non fussero ancora

in tutto eguali: sì come nell' istesso errore incorrono parlando delle superficie, che per determinar, come spesse volte accade, delle grandezze di diuerse Città intera cognizione gli par d' hauerne, qualunque volta fanno la quantità de i recinti di quelle, ignorando che può essere vn recinto eguale à vn altro, e la piazza contenuta da questo assai maggiore della piazza di quello, il che accade non solamente trà le superficie irregolari, mà trà le regolari, trà le quali quelle di più lati son sempre più capaci di quelle di manco lati; si che in ultimo il cerchio come Poligono di lati infiniti è capacissimo sopra tutti gli altri Poligoni di egual circuito; di che mi ricordo hauerne con gusto particolare veduta la dimostrazione studiando la Sfera del Sacrobosco con vn dottissimo Commentario sopra.

Salu. *E verissimo, & hauendo io ancora incontrato coteſto luogo mi dette occasione di ritrouare, come con vna sola, e breue dimostrazione si concluda il cerchio esser maggiore di tutte le figure regolari isoperimetre, e dell' altre quelle di più lati maggiori di quelle di manco.*

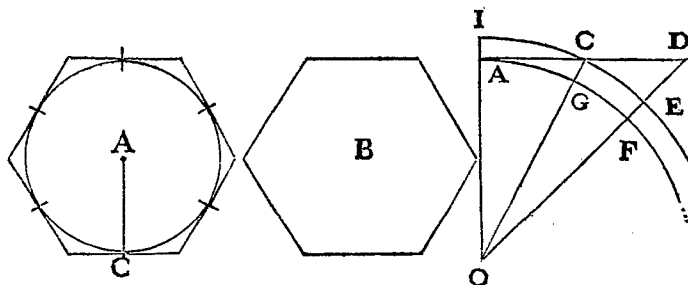
Sagr. *Et io che sento tanto diletto in certe proposizioni, e dimostrazioni scelte, e non triuiali, importunandoui vi prego, che me ne facciate partecipe.*

Salu. *In breui parole vi spedisco, dimostrando il seguente Teorema, cioè;*

Il cerchio è medio proporzionale trà qualsiuogliano due Poligoni regolari tra di loro simili, de i quali vno gli sia circoscritto, e l'altro gli sia isoperimetro: in oltre essendo egli minore di tutti i circoscritti, è all' incontro massimo di tutti gl' isoperimetri. De i medesimi poi circoscritti, quelli che hanno più angoli, son minori di quelli, che ne hanno manco: mà all' incontro de gl' isoperimetri, quelli di più angoli son maggiori.

Delli due Poligoni simili A, B sia l' A circoscritto al cerchio A, e l'altro B ad esso cerchio sia isoperimetro. Dico il cerchio esser medio proporzionale trà essi. Imperò che (tirato il semidiametro AC) essend

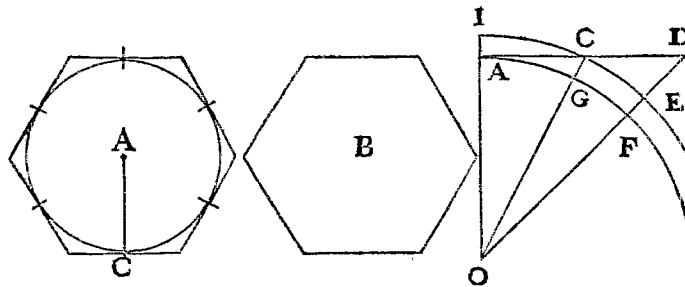
essendo il cerchio eguale à quel triangolo rettangolo, de i lati del quale, che sono intorno all'angolo retto, vno sia eguale al semidiametro AC , e l'altro alla circonferenza; e similmente essendo il Poligono A eguale al triangolo rettangolo, che intorno all'angolo retto hà vno de i lati eguale alla medesima retta AC , e l'altro al perimetro del medesimo Poligono; è manifesto il circoscritto Poligono hauer' al Cerchio la medesima proporzione, che hà il suo perimetro



alla circonferenza di esso Cerchio, cioè al perimetro del Poligono B , che alla circonferenza detta si pone eguale: mà il Poligono A al B hà doppia proporzione, che'l suo perimetro al perimetro di B (essendo figure simili) adunque il Cerchio A è medio proporzionale trà i due Poligoni A, B , & essendo il Poligono A maggior del cerchio A , è manifesto esso cerchio A esser maggiore del Poligono B suo isoperimetro, & in conseguenza massimo di tutti i Poligoni regolari suoi isoperimetri.

Quanto all'altra parte, cioè di prouare, che de i Poligoni circoscritti al medesimo Cerchio, quello di manco lati sia maggior di quello di più lati: mà che all'incontro de i Poligoni isoperimetri quello di più lati sia maggiore di quello di manco lati, dimostreremo così. Nel Cerchio, il cui centro O semidiametro OA sia la tangente AD , & in essa pongasi per esempio AD esser la metà del lato del Pentagono circoscritto, & AC metà del lato dell'Ettagono, e tirinsi le rette OGC, OFD , e centro O interuallo OC descrivasi l'arco ECl . E perche il triangolo DOC è maggiore del Settore EOC ,

e'l Settore COI maggiore del triangolo COA maggior proporzione harà il triangolo DOC al triangolo COA che'l Settore EOC



al Settore COI , cioè che'l Settore FOG al Settore GOA , e componendo, e permutando il triangolo DOA al Settore FOA harà maggior proporzione, che il triangolo COA al Settore GOA , e dieci triangoli DOA à dieci Settori FOA haranno maggior proporzione, che quattordici triangoli COI à quattordici Settori GOA cioè il Pentagono circoscritto harà maggior proporzione al Cerchio, che non gli hà l'Ettagono: e però il Pentagono sarà maggior dell'Ettagono. Intendosi hora vn Ettagono, & vn Pentagono isoperimetri al medesimo Cerchio. Dico l'Ettagono esser maggior del Pentagono. Imperò che essendo l'istesso Cerchio medio proporzionale tra'l Pentagono circoscritto, e'l Pentagono suo isoperimetro, e parimente medio tra'l circoscritto, e l'isoperimetro Ettagono; essendosi prouato il circoscritto Pentagono esser maggior del circoscritto Ettagono, haurà esso Pentagono maggior proporzione al Cerchio, che l'Ettagono; cioè il Cerchio harà maggior proporzione al suo isoperimetro Pentagono, che all' isoperimetro Ettagono; adunque il Pentagono è minore dell' isoperimetro Ettagono. Che si douea dimostrare.

Sagr. Gentilissima dimostrazione, e molto acuta. Mà doue siamo trascorsi à ingolfarci nella Geometria, mentre eramo su'l considerare le difficoltà promosse dal S. Simp. che veramente son di gran considerazione, & in particolare quella della condensazione mi par durissima.

Salu.

Salu. Se la condensazione, e la rarefazione son moti opposti, doue si vegga vna immensa rarefazione, non si potrà negare vna non men grandissima condensazione; mà rarefazioni immense, e quel che accresce la marauiglia, quasi che momentanee le veggiamo noi tutto'l giorno: e quale sterminata rarefazione è quella di vna poca quantità di poluere d'artiglieria risolta in vna mole vastissima di fuoco? e quale oltre à questa l'espansione, direi quasi, senza termine della sua luce? E se quel fuoco, e questo lume si riunissero insieme, che pur non è impossibile, poiche dianzi stettero dentro quel piccolo spazio, qual condensamento sarebbe questo? Voi discorrendo trouerete mille di tali rarefazioni, che sono molto più in pronto ad esser offeruate, che le condensazioni: perche le materie dense son più trattabili, e sottoposte à i nostri sensi, che ben maneggiamo le legne, e le vediamo risolvere in fuoco, e in luce, mà non così veggiamo il fuoco, e'l lume condensarsi à costituire il legno; veggiamo i frutti, i fiori, e mille altre solide materie risolversi in gran parte in odori, ma non così offeruiamo gli atomi odorosi concorrere alla costituzione de i solidi odorati; mà doue manca la sensata offeruazione, si deue supplir col discorso, che basterà per farci capaci non men del moto alla rarefazione, e resolutione de i solidi, che alla condensazione delle sostanze tenui, e rarissime. In oltre noi trattiamo, come si possa far la condensazione, e rarefazione de i corpi, che si possono rarefare, e condensare, specolando in qual maniera ciò possa esser fatto senza l'introduzion del Vacuo, e della penetrazione de i corpi; il che non esclude, che in natura possano esser materie, che non ammettono tali accidenti, & in consequenza non danno luogo à quelli, che voi chiamate inconuenienti, e impossibili. E finalmente S. Simp. io in grazia di voi altri Signori Filosofi mi sono affaticato in specolare, come si possa intendere farsi la condensazione, e la rarefazione senza ammetter la penetrazione de i corpi, e l'introduzione de gli spazii vacui, effetti da voi negati, & aborriti; che quando voi gli voleste concedere, io non vi farei così duro contraddittore. Però ò ammettete questi inconuenienti,

ò gradite le mie specolazioni , ò trouatene di più aggiustate.

Sagr. Alla negatiua della penetrazione son' io del tutto con i Filosofi Peripatetici , à quella del Vacuo vorrei sentir ben ponderare la dimostrazione d' Aristotele , con la quale ei l'impugna , e quello che voi S. Salu. gli opponete. Il S. Simp. mi farà grazia di arrear puntualmente la proua del Filosofo: e voi S. Salu. la risposta.

Simp. Aristotele, per quanto mi souuene, insurge contro alcuni antichi, i quali introduceuano il Vacuo, come necessario per il moto , dicendo , che questo senza quello non si potrebbe fare ; à questo contrapponendosi Aristotele dimostra, che all' opposto il farsi (come veggiamo) il moto distrugge la posizione del Vacuo; e' il suo progresso è tale. Fa due supposizioni l'una è di mobili diuersi in grauità mossi nel medesimo mezzo : l'altra è dell' istesso mobile mosso in diuersi mezzi. Quanto al primo, suppone che mobili diuersi in grauità si muouano nell' istesso mezzo con diseguali velocità , le quali mantengano trà di loro la medesima proporzione , che le grauità; si che per esempio vn mobile dieci volte più graue di vn' altro si muoua dieci volte più velocemente. Nell' altra posizione piglia che le velocità del medesimo mobile in diuersi mezzi ritengano trà di loro la proporzione contraria di quella , che hanno le grossezze , ò densità di essi mezzi ; talmente che posto , v. gr. che la crassizie dell' acqua fusse dieci volte maggiore di quella dell' aria , vuole che la velocità nell' aria sia dieci volte più che la velocità nell' acqua. E da questo secondo supposto trae la dimostrazione in cotal forma. Perche la tenuità del Vacuo supera d' infinito interuallo la corpulenza ben che sottilissima di qualsiuoglia mezzo pieno , ogni mobile che nel mezzo pieno si mouesse per qualche spazio in qualche tempo , nel Vacuo dourebbe muouersi in vno instante : mà farsi moto in vno instante è impossibile , adunque darsi il Vacuo in grazia del moto è impossibile.

Salu. L'argomento si vede che è ad hominem, cioè contro à quelli, che volenano il Vacuo come necessario per il moto, che se io concederò l'argomento come concludente concedendo insieme , che nel

Vacuo

Vacuo non si farebbe il moto, la posizion del Vacuo assolutamente presa, e non in relazione al moto, non vien destrutta, mà per dire quel che per auentura potrebbè rispondere quegli antichi, acciò meglio si scorga, quanto concluda la dimostrazione d' Aristotele, mi par che si potrebbe andar contro à gli assunti di quello, negandogli amendue. E quanto al primo: io grandemente dubito, che Aristotele non sperimentasse mai quanto sia vero, che due pietre vna più graue dell' altra dieci volte lasciate nel medesimo instante cader da vn altezza, v. gr. di cento braccia fusser talmente differenti nelle lor velocità, che all' arriuo della maggior in terra l' altra si trouasse non hauere nè anco sceso dieci braccia.

Simp. Si vede pure dalle sue parole, ch' ei mostra d' hauerlo sperimentato, perche ei dice: Veggiamo il più graue: hor quel veder si accenna l' hauerne fatta l' esperienza.

Sagr. Mà io S. Simp. che n' hò fatto la proua, vi assicuro, che vna palla d' artiglieria, che pesi cento, dugento, e anco più libbre, non anticiperà di vn palmo solamente l' arriuo in terra della palla d' un moschetto, che ne pesi vna mezza, venendo anco dall' altezza di dugento braccia.

Salu. Mà senz' altre esperienze con breue, e concludente dimostrazione possiamo chiaramente prouare non esser vero, che vn mobile più graue si muoua più velocemente d' un' altro men graue, intendendo di mobili dell' istessa materia; & in somma di quelli de i quali parla Aristotele. Però ditemi S. Simp. se voi ammettete, che di ciascheduno corpo graue cadente sia vna da natura determinata velocità; si che l' accrescer gliela, ò diminuir gliela non si possa se non con vsargli violenza, ò opporgli qualche impedimento.

Simp. Non si può dubitare, che l' istesso mobile nell' istesso mezzo habbia vna statuita, e da natura determinata velocità, la quale non se gli possa accrescere se non con nuouo impeto conferitogli, ò diminuir gliela saluo che con qualche impedimento che lo ritardi.

Salu. Quando dunque noi haueffimo due mobili, le naturali velo-

velocità de i quelli fussero ineguali, è manifesto che se noi congiugnissimo il più tardo col più veloce, questo del più tardo sarebbe in parte ritardato, & il tardo in parte velocitato dall' altro più veloce. Non concorrete voi meco in quest' opinione?

Simp. Parmi che così debba indubitabilmente seguire.

Salu. Mà se questo è, & è insieme vero, che vna pietra grande si muoua per esemplo con otto gradi di velocità, & vna minore con quattro, adunque congiugnendole amendue insieme il composto di loro si mouerà con velocità minore di otto gradi; mà le due pietre congiunte insieme fanno vna pietra maggiore, che quella prima che si moueua con otto gradi di velocità, adunque questa maggiore si muoue men velocemente, che la minore; che è contro alla vostra supposizione. Vedete dunque come dal suppor che'l mobile più graue si muoua più velocemente del men graue, io vi concludo il più graue muouerfi men velocemente.

Simp. Io mi trouo auuiluppato: perche mi par pure, che la pietra minore aggiunta alla maggiore gli aggiunga peso, e aggiugnendogli peso non sò, come non debba aggiugnerli velocità, o almeno non diminuirgliela.

Salu. Qui commettete vn' altro errore, S. Simp. perche non è vero, che quella minor pietra accresca peso alla maggiore.

Simp. Oh questo passa bene ogni mio concetto.

Salu. Non lo passerà altrimenti, fatto ch' io v' habbia accorto dell' equiuoco, nel quale voi andate fluttuando. però auuertite, che bisogna distinguere i graui posti in moto, da i medesimi costituiti in quiete; vna pietra messa nella bilancia non solamente acquista peso maggiore col soprapporgli vn' altra pietra, mà anco la giunta di vn penneccio di stoppa la farà pesar più quelle sei, ò dieci once che peserà la stoppa; mà se voi lascerete liberamente cader da vn altezza la pietra legata con la stoppa, credete voi che nel moto la stoppa grauiti sopra la pietra, onde gli debba accelerar il suo moto: ò pur credete che ella la ritarderà sostenendola in parte? Sentiamo grauitarci sù le spalle, mentre vogliamo opporci al moto, che farebbe quel peso,

peso, che ci stà addosso; mà se noi scendessimo con quella velocità, che quel tal graue naturalmente scenderebbe, in che modo volete che ci preme, e grauiti sopra? Non vedete che questo sarebbe vn voler ferir con la lancia colui che vi corre innanzi con tanta velocità con quanta, ò con maggiore di quella, con la quale voi lo seguite. Concludete per tanto, che nella libera, e naturale caduta la minor pietra non grauita sopra la maggiore, & in conseguenza non gli accresce peso, come fa nella quiete.

Simp. Mà chi posasse la maggior sopra la minore?

Salu. Gli accrescerebbe peso, quando il suo moto fusse più veloce; mà già si è concluso, che quando la minore fusse più tarda, ritarderebbe in parte la velocità della maggiore, tal che il lor composto si mouerebbe men veloce essendo maggiore dell' altra; che è contro al vostro assunto. Concludiamo per ciò, che i mobili grandi, e i piccoli ancora essendo della medesima grauità in spezie si muouono con pari velocità.

Simp. Il vostro discorso procede benissimo veramente, tuttavia mi par duro à credere, che una lagrima di piombo si habbia à muouer così veloce, come una palla d' artiglieria.

Salu. Voi doueui dire vn grano di rena, come una macina da guado. Io non vorrei Sig. Simp. che voi faceste, come alcuni altri fanno, che diuertendo il discorso dal principale intento vi attaccaste à vn mio detto, che mancasse dal vero quant' è vn capello, e che sotto questo capello voleste nasconder vn difetto d' un' altro, grande quant' vna Gomona da naue. Aristotele dice: Vna palla di ferro di cento libbre cadendo dall' altezza di cento braccia arriuu in terra prima che vna di vna libbra sia scesa vn sol braccio: Io dico ch' ell' arriuuano nell' istesso tempo: Voi trouate, che la maggiore anticipa due dita la minore, cioè che quando la grande percuote in terra, l' altra ne è lontana due dita: voi hora vorreste dopo queste due dita appiattare le nonantanoue braccia d' Aristotele, e parlando solo del mio minimo errore, metter sotto silenzio l' altro massimo. Aristotele pronunzia, che Mobili di diuersa grauità nel medesimo

mezzo si muouono (per quanto dipende dalla gravità) con velocità proporzionate à i pesi loro, e l'esemplifica con Mobili, ne i quali si possa scorgere il puro, & assoluto effetto del peso, lasciando l'altre considerazioni sì delle figure, come de i minimi momenti, le quali cose grande alterazione riceuono dal mezzo, che altera il semplice effetto della sola gravità; che perciò si vede l'Oro grauiissimo sopra tutte l'altre materie ridotto in una sottilissima foglia andar vagando per aria, l'istesso fanno i sassi pestati in sottilissima poluere. Ma se voi volete mantenere la proposizione vniuersale, bisogna che voi mostriate la proporzione delle velocità offeruarsi in tutti i graui, e che vn sasso di venti libbre si muoua dieci volte più veloce che vno di due: il che vi dico esser falso, e che cadendo dall' altezza di cinquanta, ò cento braccia arriuano in terra nell' istesso momento.

Simp. Forse da grandissime altezze di migliaia di braccia seguirebbe quello, che in queste altezze minori non si vede accadere.

Salu. Se Aristotele hauesse inteso questo, voi gli addossereste vn altro errore; che sarebbe vna bugia; perche non si trouando in terra tali altezze perpendicolari, chiara cosa è, che Aristotele non ne potena hauer fatta esperienza; e pur ci vuol persuadere d' hauerla fatta, mentre dice, che tale effetto si vede.

Simp. Aristotele veramente non si serue di questo principio, mà di quell' altro, che non credo che patisca queste difficoltà.

Salu. E l'altro ancora non è men falso di questo; e mi marauiglio che per voi stesso non penetriate la fallacia, e che non v'accorghiare, che quando fusse vero, che l'istesso Mobile in mezzi di differente sottilità, e rarità, & in somma di diuersa cedenza, quali per esempio son l'acqua, e l'aria, si mouesse con velocità nell' aria maggiore, che nell' acqua secondo la proporzione della rarità dell' aria à quella dell' acqua, ne seguirebbe che ogni Mobile, che scendesse per aria, scenderebbe anco nell' acqua; il che è tanto falso, quanto che moltissimi corpi scendono nell' aria, che nell' acqua non pur non scendono, mà formontano all' in sù.

Simp.

Simp. Io non intendo la necessità della vostra conseguenza; e più dirò che Aristotele parla di quei Mobili graui, che descendono nell' vn mezzo, e nell' altro, e non di quelli che scendono nell' aria, e nell' acqua vanno all' in sù.

Salu. Voi arrecate per il Filosofo di quelle difese, che egli assolutamente non produrrebbe per non aggrauar' il primo errore. Però ditemi se la corpulenza dell' acqua, ò quel che si sia che ritarda il moto, hà qualche proporzione alla corpulenza dell' aria, che meno lo ritarda; & hauendola assegnatela à vostro beneplacito.

Simp. Halla, e ponghiamo ch' ella sia in proporzione decupla; e che però la velocità di vn graue, che descenda in amendue gli elementi sarà dieci volte più tardo nell' acqua, che nell' aria.

Salu. Piglio adesso vn di quei graui, che vanno in giù nell' aria, mà nell' acqua nò: qual sarebbe vna palla di legno, e vi domando, che voi gli assegniate qual velocità più vi piace, mentre scende per aria.

Simp. Ponghiamo che ella si muoua con venti gradi di velocità.

Salu. Benissimo. Et è manifestò che tal velocità à qualche altra minore può hauer la medesima proporzione, che la corpulenza dell' acqua à quella dell' aria: e che questa sarà la velocità di due soli gradi; tal che veramente à filo, e à dirittura conforme all' assunto d' Aristotele si douerebbe concludere, che la palla di legno, che nell' aria dieci volte più cedente dell' acqua si muoue scendendo con venti gradi di velocità, nell' acqua dourebbe scendere con due, e non venir' à galla dal fondo come fà; se già voi non voleste dire, che nell' acqua il venir' ad alto nel legno sia l' istesso, che l' calare à basso con due gradi di velocità; il che non credo. Mà già che la palla del legno non cala al fondo, credo pure che mi concederete, che qualche altra palla d' altra materia diuersa dal legno si potrebbe trouare, che nell' acqua scendesse con due gradi di velocità.

Simp. Potrebbe si senza dubbio; mà di materia notabilmente più graue del legno.

Salu. Questo è quel ch' io vò cercando. Mà questa seconda

palla, che nell'acqua descende con due gradi di velocità, con quanta velocità descenderà nell'aria? Bisogna (se volete seruar la regola d'Aristotele) che rispondiate che si mouerà con venti gradi: ma venti gradi di velocità hauete voi medesimo assegnati alla palla di legno, adunque questa, e l'altra assai più graue si moueranno per l'aria con egual velocità. Hor come accorda il Filosofo questa conclusione con l'altra sua, che i Mobili di diuersa grauità nel medesimo mezzo si muouano con diuersa velocità, e diuersa tanto, quanto le grauità loro? Ma senza molto profonde contemplaçioni, come hauete voi fatto à non offeruar accidenti frequentissimi, e palpabilissimi, e non badare à due corpi, che nell'acqua si moueranno l'uno cento volte più velocemente dell'altro, mà che nell'aria poi quel più veloce non supererà l'altro di vn sol centesimo? come per esempio vn uouo di marmo scenderà nell'acqua cento volte più presto, che alcuno di gallina; che per l'aria nell'altezza di venti braccia non l'anticiperà di quattro dita; & in somma tal graue andrà al fondo in trè hore in dieci braccia d'acqua, che in aria le passerà in vna battuta, ò due di polso, e tale (come sarebbe vna palla di piombo) le passerà in tempo facilmente men che doppio. E qui sò ben S. Simp. che voi comprendete che non ci hà luogo distinzione, ò risposta veruna. Concludiamo per tanto, che tale argomento non conclude nulla contro al Vacuo; e quando concludesse, distruggerebbe solamente gli spazii notabilmente grandi, quali nè io, nè credo che quelli antichi supponessero naturalmente darsi, se ben forse con violenza si possan fare, come par che da varie esperienze si raccolga, le quali troppo lungo sarebbe il voler al presente arrecare.

Sagr. Vedendo che il S. Simp. tace, piglierò io campo di dire alcuna cosa. Già che assai apertamente hauete dimostrato, come non è altrimenti vero, che Mobili disegualmente graui si muouano nel medesimo mezzo con velocità proporzionate alle grauità loro, mà con eguale: intendendo de i graui dell'istessa materia, ò vero dell'istessa grauità in specie, mà non già (come credo) di grauità differenti in specie (perche non penso che voi intendiate di concluderci, ch' vna

ch' una palla di sughero si muoua con pari velocità, ch' una di piombo) & hauendo di più dimostrato molto chiaramente, come non è vero, che'l medesimo Mobile in mezzi di diuerse resistenze ritenga nelle velocità, e tardità sue la medesima proporzione, che le resistenze: à me sarebbe cosa gratissima il sentire, quali siano le proporzioni, che nell' vn caso, e nell' altro vengono offeruate.

Salu. I quesiti son belli, & io ci hò molte volte pensato; vi dirò il discorso fattoci attorno, e quello che ne hò in ultimo ritratto. Dopo essermi certificato non esser vero, che il medesimo Mobile in mezzi di diuersa resistenza offerui nella velocità la proporzione delle cedenze di essi mezzi; ne meno, che nel medesimo mezzo Mobili di diuersa grauità ritengano nelle velocità loro la proporzione di esse grauità (intendendo anco delle grauità diuerse in specie) cominciai à comporre insieme amendue questi accidenti, auuertendo quello che accadebbe de i Mobili differenti di grauità posti in mezzi di diuerse resistenze, e m'accorsi le disegualità delle velocità trouarsi tuttauia maggiori ne i mezzi più resistenti, che ne i più cedenti; e ciò con diuersità tali, che di due Mobili, che scendendo per aria pochissimo differiranno in velocità di moto, nell' acqua l' uno si mouerà dieci volte più veloce dell' altro; anzi che tale che nell' aria velocemente descende, nell' acqua non solo non scenderà, mà resterà del tutto priuo di moto, e quel che è più, si mouerà all' in sù: perche si potrà tal volta trouare qualche sorte di legno, ò qualche nodo, ò radica di quello, che nell' acqua potrà stare in quiete, che nell' aria velocemente descenderà.

Sagr. Io più volte mi son messo con vna estrema flemma per veder di ridurre vna palla di cera, che per se stessa non v' à fondo con l'aggiugnergli grani di rena, à segno tale di grauità simile all' acqua, che nel mezzo di quella si fermasse; nè mai per diligenza usata mi successe il poterlo conseguire; onde non sò se altra materia solida si ritroui tanto naturalmente simile in grauità all' acqua, che posta in essa in ogni luogo potesse fermarsi.

Salu. Sono in questo, come in mille altre operazioni, assai più

diligenti molti animali, che non siamo noi altri. E nel vostro caso i pesci vi harebber potuto porger qualche documento essendo in questo esercizio così dotti, che ad arbitrio loro si equilibrano non solo con vn' acqua, mà con differenti notabilmente ò per propria natura, ò per vna soprauenente torbida, ò per salsedine, che fa differenza assai grande; si equilibrano, dico, tanto esattamente, che senza punto muoversi restano in quiete in ogni luogo; e ciò per mio credere fanno eglino, seruendosi dello strumento datogli dalla natura à cotal fine, cioè, di quella vescichetta, che hanno in corpo, la quale per vno assai angusto meato risponde alla lor bocca; e per quello à posta loro ò mandano fuori parte dell' aria, che in dette vesciche si contiene, ò venendo col nuoto à galla, altra ne attraggono, rendendosi con tale arte or più, or meno graui dell' acqua, & à lor beneplacito equilibrandosegli.

Sagr. Io con vn' altro artifizio ingannai alcuni amici, appresso i quali mi ero vantato di ridurre quella palla di cera al giusto equilibrio con l'acqua; & hauendo messo nel fondo del vaso vna parte di acqua salata, e sopra quella della dolce, mostrai loro la palla, che à mezz' acqua si fermaua, e spinta nel fondo, ò sospinta ad alto nè in questo, nè in quel sito restaua, mà ritornaua nel mezzo.

Salu. Non è cotesta esperienza priua di utilità: per che trattandosi da i Medici in particolare delle diuerse qualità di acque, e trà l'altre principalmente della leggerezza, ò grauità più di questa, che di quella; con vna simil palla aggiustata, si che resti ambigua, per così dire, trà lo scendere, e l' salire in vn' acqua, per minima che sia la differenza di peso trà due acque, se in vna, tal palla scenderà, nell' altra che sia più graue, salirà. Et è talmente esatta cotal esperienza, che la giunta di due grani di sale solamente, che si mettino in sei libbre d'acqua, farà risalire dal fondo alla superficie quella palla, che vi era pur allora scesa. E più vi voglio dire in confermazione dell' esattezza di questa esperienza, & insieme per chiara proua della nulla resistenza dell' acqua all' esser diuisa, che non solamente l'ingrauirla con la mistione di qualche materia più graue

grauè di lei induce tanto notabil differenza, mà il riscaldarla, ò raffreddarla vn poco produce il medesimo effetto, e con sì sottile operazione, che l'infonder quattro gocciolè d'altra acqua vn poco più calda, ò vn poco più fredda delle sei libbre, farà che la palla vi scenda, ò vi formonti: vi scenderà infondendoui la calda, e monterà per l'infusione della fredda. Hor' vedete quanto s'ingannino quei Filosofi, che vogliono metter nell' acqua viscosità, ò altra congiunzione di parti, che la facciano resistente alla diuisione, ò penetrazione.

Sagr. Veddi molto concludenti discorsi intorno à questo argomento in vn trattato del nostro Accademico: tuttauia mi resta vn gagliardo scrupolo, il quale non sò rimuouere; perche se nulla di tenacità, e coerenza risiede trà le parti dell' acqua, come possono sostenerfi assai grandi pezzi, e molto rileuati in particolare sopra le foglie de i cauoli senza spargerfi, e spianarsi?

Salu. Ancor che vero sia che colui, che hà dalla sua la conclusione vera, possa risolvere tutte l'istanze, che vengono opposte in contrario, non però mi arrogherei io il poter ciò fare; nè la mia impotenza deue denigrare la candidezza della verità. Io primieramente vi confesso, che non sò, come vadia il negozio del sostenerfi quei globi d'acqua assai rileuati, e grandi, se bene io sò di certo, che da tenacità interna, che sia trà le sue parti, ciò non deriuà; onde resta necessario, che la cagione di cotal' effetto risegga fuori. Che ella non sia interna, oltre all' esperienze mostrate ve lo posso confermare con vn' altra efficacissima. Se le parti di quell' acqua, che rileuata si sostiene mentre è circondata dall' aria, haessero cagione interna per ciò fare, molto più si sosterebbono circondate che fussero da vn mezzo, nel quale haessero minor propensione di scendere, che nell' aria ambiente non hanno; mà vn mezzo tale sarebbe ogni fluido più graue dell' aria, come, v. gr. il vino: e però infondendo intorno à quel globo d'acqua del vino, se gli potrebbe alzare intorno intorno senza che le parti dell' acqua conglutinate dall' interna viscosità, si dissoluessero: mà ciò non accad' egli, anzi

non

non prima se gli accosterà il liquore sparsogli intorno, che senza aspettar, che molto se gli eleui intorno, si dissoluerà, e spianerà restandogli di sotto, se sarà vino rosso. È dunque esterna, e forse dell'aria ambiente la cagione di tale effetto: e veramente si offerua vna gran dissensione trà l'aria, e l'acqua, la quale hò io in vn' altra esperienza offeruata; e questa è: S'io empio d'acqua vna palla di cristallo, che habbia vn foro angusto, quanti' è la grossezza d'un fil di paglia, e così piena la volto con la bocca all' in giù, non però l'acqua benchè grauiissima, e pronta à scender per aria, nè l'aria altrettanto disposta à salire, come leggerissima, per l'acqua si accordano quella à scendere uscendo per il foro, e questa à salire entrandoui: mà restano amendue ritrose, e contumaci. All' incontro poi se io presenterò à quel foro vn' vaso con del vino rosso, che quasi insensibilmente è men graue dell' acqua, lo vedremo subito con tratti rosseggianti lentamente ascendere per mezzo l'acqua, e l'acqua con pari tardità scender per il vino senza punto mescolarsi, sin che finalmente la palla si empirà tutta di vino, e l'acqua calerà tutta nel fondo del vaso di sotto. Hor che si deue quì dire, ò che argumentarne fuor che vna disconuenienza tra l'acqua, e l'aria occulta à me, mà forse.

Simp. Mi vien quasi da ridere nel veder la grande antipatia, che hà il Sig. Salu. con l'antipatia, che nè pur vuol nominarla, e pur è tanto accommodata à scior la difficoltà.

*Salu. Hor sia questa in grazia del S. Simp. la soluzione del nostro dubbio; e lasciato il digredire torniamo al nostro proposito. Veduto come la differenza di velocità ne i Mobili di grauità diuerse si troua esser sommamente maggiore ne i mezzi piu, e più resistenti: mà che più? nel mezzo dell' Argento viuolo oro non solamente vado in fondo più velocemente del piombo, mà esso solo vi descende, e gli altri metalli, e pietre tutti vi si muouono in sù, e vi galleggiano; doue che trà palle d'Oro, di piombo, di rame, di porfido, ò di altre materie graui, quasi del tutto insensibile sarà la disegualità del moto per aria, che sicuramente vna palla d' Oro nel fine della scesa di cento braccia non preuerrà vna di rame di quattro dita: veduto,
dico,*

dico, questo cascò in opinione, che se si leuasse totalmente la resistenza del mezzo, tutte la materie descenderebbero con eguali velocità.

Simp. Gran detto è questo S. Salu. Io non crederò mai, che nell'istesso vacuo, se pur' vi si desse il moto, vn fiocco di lana si mouesse così veloce come vn pezzo di piombo.

Salu. Pian piano S. Simp. la vostra difficoltà non è tanto recondita, nè io così inauueduto, che si debba credere, che non mi sia souenuta, e che in conseguenza io non vi habbia trouato ripiego. Però per mia dichiarazione, e vostra intelligenza sentite il mio discorso. Noi siamo sù'l volere inuestigare quello che accaderebbe à i Mobili differenti di peso in vn mezzo, doue la resistenza sua fusse nulla, si che tutta la differenza di velocità, che trà essi Mobili si ritrouasse, referir si douesse alla sola disuguaglianza di peso. E perche solo vno spazio del tutto voto d'aria, e di ogni altro corpo ancor che tenue, e cedente, sarebbe atto à sensatamente, mostrarci quello che ricerchiamo, già che manchiamo di cotale spazio, andremo offeruando ciò che accaggia ne i mezzi più sottili, e meno resistenti in comparazione di quello, che si vede accadere ne gli altri manco sottili, e più resistenti: che se noi troueremo in fatto i Mobili differenti di grauità meno, e meno differir di velocità, secondo che in mezzi più, e più cedenti si troueranno; e che finalmente ancor che estremamente diseguali di peso nel mezzo più d'ogni altro tenue, se ben non voto, piccolissima si scorga, e quasi inofferuabile la diuersità della velocità, parmi che ben potremo con molto probabil coniectura credere, che nel Vacuo sarebbero le velocità loro del tutto eguali. Per tanto consideriamo ciò che accade nell'aria; doue per hauer' una figura di superficie ben terminata, e di materia leggerissima, voglio che pigliamo una vescica gonfiata, nella quale l'aria, che vi sarà dentro, peserà nel mezzo dell'aria stessa niente, ò poco, perche poco vi si potrà comprimere, talche la grauità è solo quella poca della stessa pellicola, che non sarebbe la millesima parte del peso d'una mole di piombo grande quanto la

medesima vescica gonfiata. Queste S. Simp. lasciate dall' altezza di quattro, ò sei braccia di quanto spazio stimereste, che'l piombo fusse per anticipare la vescica nella sua scesa? siate sicuro, che non l'anticiperebbe del triplo, nè anco del doppio, se ben già l'haresti fatto mille volte più veloce.

Simp. Potrebbe esser, che nel principio del moto, cioè nelle prime quattro, ò sei braccia accadesse cotesto che dite: mà nel progresso, & in una lunga continuazione credo che'l piombo se la lascerebbe in dietro non solamente delle dodici parti dello spazio le sei, mà anco le otto, e le dieci.

Salu. Et io ancora credo l'istesso: e non dubito che in distanze grandissime potesse il piombo hauer passato cento miglia di spazio, che la vescica ne hauesse passato vn solo. Mà questo S. Simp. mio che voi proponete come effetto contrariante alla mia proposizione, è quello che massimamente la conferma. È (torno à dire) l'intento mio dichiarare, come delle diuerse velocità di Mobili di differente gravità non ne sia altramente causa la diuersa gravità: mà che ciò dependa da accidenti esteriori, & in particolare dalla resistenza del mezzo, sì che tolta questa tutti i Mobili si mouerebber con i medesimi gradi di velocità. E questo deduco io principalmente da quello, che hora voi stesso ammettete, e che è verissimo, cioè, che di Mobili differenti di peso le velocità più, e più differiscono secondo che maggiori, e maggiori sono gli spazii, che essi van trapassando: effetto, che non seguirebbe, quando ei dependesse dalle differenti gravità: imperò che essendo esse sempre le medesime, medesima dourebbe mantenersi sempre la proportionione trà gli spazii passati, la qual proportionione noi veggiamo andar nella continuazion del moto sempre crescendo; poiche l'un Mobile gravissimo nella scesa d'un braccio non anticiperà il leggerissimo della decima parte di tale spazio, mà nella caduta di dodici braccia lo preuerà della terza parte, in quella di cento l'anticiperà di $\frac{90}{100}$.

Simp. Tutto bene: Mà seguitando le vostre vestigie, se la differenza di peso in Mobili di diuersa gravità non può cagionare la
mutazion

mutazion di proporzione nelle velocità loro, atteso che le gravità non si mutano: ne anco il mezzo, che sempre si suppone mantenersi l'istesso, potrà cagionar' alterazion' alcuna nella proporzione delle velocità.

Salu. Voi acutamente fatte istanza contro al mio detto, la quale è ben necessario di risolvere. Dico per tanto che vn corpo graue hà da natura intrinseco principio di muouersi verso' l comun centro de i graui, cioè, del nostro Globo terrestre, con mouimento continuamente accelerato, & accelerato sempre egualmente, cioè che in tempi eguali si fanno aggiunte eguali di nuoui momenti, e gradi di velocità; e questo si deue intender verificarsi, tutta volta che si rimouessero tutti gl' impedimenti accidentarii, & esterni; trà i quali uno ne ve hà, che noi rimuouer non possiamo, che è l'impedimento del mezzo pieno, mentre dal Mobile cadente deue esser' aperto, e lateralmente mosso, al qual moto trasuersale il mezzo, benche fluido, cedente, e quieto si oppone con resistenza hor minore, & hor maggiore, e maggiore: secondo che lentamente, ò velocemente ei deue aprirsi per dar il transito al Mobile, il quale perche, come hò detto, si va per sua natura continuamente accelerando, vien per consequenza ad incontrar continuamente resistenza maggiore nel mezzo, e però ritardamento, e diminuzione nell' acquisto di nuoui gradi di velocità; si che finalmente la velocità peruiene à tal segno, e la resistenza del mezzo à tal grandezza, che bilanciandosi frà loro leuano il più accelerarsi, e riducono il Mobile in vn moto equabile, & uniforme, nel quale egli continua poi di mantenersi sempre. E' dunque nel mezzo accrescimento di resistenza non perche si muti la sua essenza, mà perche si altera la velocità, con la quale ei deue aprirsi, e lateralmente muouersi, per cedere il passaggio al cadente, il quale va successivamente accelerandosi. Ora il vedere che la resistenza dell' aria al poco momento della vescica è grandissima, & al gran peso del piombo è piccolissima, mi fa tener per fermo, che chi la rimouesse del tutto, con l'arrecare alla vescica grandissimo com-

modo, ma ben poco al piombo, le velocità loro si pareggerebbero. Posto dunque questo principio, che nel mezzo doue ò per esser vacuo, ò per altro non fusse resistenza veruna, che ostasse alla velocità del moto, si che di tutti i Mobili le velocità fussier pari, potremo assai congruamente assegnar le proportioni delle velocità di Mobili simili, e dissimili nell' istesso, & in diuersi mezzi pieni, e però resistenti. E ciò conseguiremo col por mente, quanto la grauità del mezzo detrae alla grauità del Mobile, la qual grauità è lo strumento, col quale il Mobile si fa strada rispungendo le parti del mezzo alle bande: operazione che non accade nel mezzo vacuo; e che però differenza nissuna si hà da attendere dalla diuersa grauità, e perche è manifesto il mezzo detrarre alla grauità del corpo da lui contenuto, quant' è il peso d' altrettanta della sua materia, scemando con tal' proporzione le velocità de i Mobili, che nel mezzo non resistente sarebbero (come si è supposto) eguali, haremo l'intento. Come per esempio: posto che il piombo sia dieci mila volte più graue dell' aria, mà l' Ebano mille volte solamente delle velocità di queste due materie, che assolutamente prese, cioè, rimossa ogni resistenza, sarebber eguali, l' aria al piombo detrae delli dieci mila gradi vno, mà all' Ebano suttrae de mille gradi vno, ò vogliamo dire de i dieci mila dieci. Quando dunque il piombo, e l' Ebano scenderanno per aria da qualsiuoglia altezza, la quale rimosso l' ritardo dell' aria haurebbon passata nell' istesso tempo, l' aria alla velocità del piombo detrarrà de i dieci mila gradi vno, mà all' Ebano detrae de i dieci mila dieci: che è quanto à dire, che diuisa quella altezza, dalla quale si partono tali Mobili, in dieci mila parti, il piombo arriuerà in terra, restando in dietro l' Ebano, dieci anzi pur noue delle dette dieci mila parti. E che altro è questo, saluo che cadendo vna palla di piombo da vna torre alta dugento braccia trouar, che ella anticiperà vna d' Ebano di manco di quattro dita? Pesa l' Ebano mille volte più dell' aria, mà quella vescica così gonfia pesa solamente quattro volte tanto; l'aria dunque dalla intrinseca e naturale velocità dell' Ebano detrae de mille gradi vno, mà à quella,

acqua, possiamo senza notabile errore far conto, che l'aria non detragga cosa di momento dalla assoluta gravità, & in conseguenza dall' assoluta velocità di tali materie; onde speditamente trovato l'eccesso della gravità loro sopra la gravità dell' acqua, diremo la velocità loro per aria alla velocità loro per acqua hauer la medesima proporzione, che la loro totale gravità all' eccesso di questa sopra la gravità dell' acqua. Per esempio vna palla d' auorio pesa venti once, altrettanta acqua pesa once diciasette; adunque la velocità dell' auorio in aria alla sua velocità in acqua è prossimamente come venti à tre.

Sagr. Grandissimo acquisto hò fatto in vna materia per se stessa curiosa, e nella quale, mà senza profitto, hò molte volte affaticata la mente; nè mancherebbe altro per poter anche praticare queste specolazioni, se non il tronar modo di poter venire in cognizione di quanta sia la gravità dell' aria rispetto all' acqua, & in conseguenza all' altre materie graui.

Simp. Mà quando si trouasse, che l'aria in vece di gravità hauesse leggerezza, che si dourebbe dire de gli hauti discorsi per altro molto ingegnosi?

Salu. Conuerrebbe dire, che fossero stati veramente aerei, leggieri, e vani. Mà vorrete voi dubitare, se l'aria sia graue, mentre hauete il Testo chiaro d' Aristotele, che l'afferma, dicendo che tutti gli elementi hanno gravità, anco l'aria stessa; segno di che (soggiugne egli) ne è, che l' Otro gonfiato pesa più che sgonfiato.

Simp. Che l' Otro, ò pallone gonfiato pesi più, crederci io che procedesse non da gravità, che sia nell' aria, mà ne i molti vapori grossi tra essa mescolati in queste nostre regioni basse; mercè de i quali direi io che cresce la gravità dell' Otro.

Salu. Non vorrei che lo diceste voi, e molto meno che lo faceste dire ad Aristotele, perche parlando egli de gli elementi, e volendomi persuadere, che l'elemento dell' aria è graue, facendomelo veder con l'esperienza; se nel venire alla proua ei mi dicesse: Piglia
vn'

vn' Otro, e empilo di vapori grossi, & osserua che il suo peso crescerà; io gli direi che più ancora peserebbe chi l'empiesse di semola; ma soggiugnerei dopo che tali esperienze prouano, che le semole, & i vapori grossi son graui: ma quanto all' clemento dell' aria, resterei nel medesimo dubbio di prima. L'esperienza dunque di Aristotele è buona, e la proposizion vera. Ma non direi già così di cert' altra ragione presa pure à signo di vn tal Filosofo, del quale non mi souuene il nome, ma sò che l'hò letta, il quale argomenta l'aria esser più graue, che leggiera, per che più facilmente porta i graui all' in giù, che i leggieri all' in sù.

Sagr. Bene per mia fè. Adunque per questa ragione l'aria sarà molto più graue dell' acqua, auuenga che tutti i graui son portati più facilmente in giù per aria, che per acqua, e tutti i leggieri più ageuolmente in questa che in quella: anzi infinite materie salgono per acqua, che per aria calano à basso. Ma sia la grauità dell' Otro S. Simp. ò per i vapori grossi, ò per l'aria pura, questo niente osta al proposito nostro, che cerchiamo quel che accade à Mobili, che si muouono in questa nostra regione vaporosa. Però ritornando à quello che più mi preme: vorrei per intera, & assoluta instruzione della presente materia, non solo restare assicurato, che l'aria sia (come io tengo per fermo) graue, ma vorrei, se è possibile, saper quanta sia la sua grauità. Però S. Salu. se hauete da sodisfarmi in questo ancora, vi prego à farmene fauore.

Salu. Che nell' aria risegga grauità positiua, e non altrimenti, come alcuni hanno creduto, leggerezza, la quale forse in veruna materia non si ritroua, assai concludente argomento ce ne porge l'esperienza del pallone gonfiato posta da Aristotele, perche se qualità di assoluta, e positiua leggerezza fusse nell' aria, moltiplicata, e compressa l'aria crescerebbe la leggerezza, e'n conseguenza la propensione di andare in sù: ma l'esperienza mostra l'opposito. Quanto all' altra domanda, che è del modo d' inuestigare la sua grauità, io l'hò praticato in cotal maniera. Hò preso vn' fiasco di vetro assai capace, e col collo strozzato, al quale hò applicato vn ditale di

cuoio

cuoio legato bene stretto nella strozzatura del fiasco, hauendo in capo al detto ditale inserta, e saldamente fermata vn' animella da pallone, per la quale con vno schizzatoio hò per forza fatto passar nel fiasco molta quantità d'aria, della quale, perche patisce d'esser assaiissimo condensata, se ne può cacciare due, e tre altri fiaschi oltre à quella che naturalmente vi capisce. In vna esattissima bilancia hò io poi pesato molto precisamente tal fiasco con l'aria dentroni compressa, aggiustando il peso con minuta arena. Aperta poi l'animella e dato l'esito all'aria violentemente nel vaso contenuta, e rimessolo in bilancia, trouandola notabilmente alleggerito, sono andato detraendo del contrappeso tant arena, saluandola da parte, che la bilancia resti in equilibrio col residuo contrappeso, cioè col fiasco. E qui non è dubbio, che'l peso della rena saluata è quello dell'aria, che forzosamente fù messa nel fiasco, e che ultimamente n'è uscita. Mà tale esperienza sin qui non mi assicura d'altro, se non che l'aria contenuta violentemente nel vaso, pesò quanto la saluata arena, mà quanto resolutamente, e determinatamente pesi l'aria rispetto all'acqua, ò ad altra materia graue, non per ancora sò io, nè posso sapere, se io non misuro la quantità di quell'aria compressa: & à questa inuestigazione bisogna trouar regola, nella quale hò trouato di potere in due maniere procedere: l'una delle quali è di pigliar vn' altro simil fiasco pur come'l primo strozzato, alla strozzatura del quale sia strettamente legato vn' altro ditale che dall'altra sua testa abbracci l'animella dell'altro, e intorno à quella con saldissimo nodo sia legato. Questo secondo fiasco conuien che nel fondo sia forato, in modo che per tal foro si possa mettere vno stile di ferro, con il quale si possa, quando vorremo, aprir la detta animella per dar l'esito alla superchua aria dell'altro vaso pesata ch'ella sia: mà deue questo secondo fiasco esser pieno d'acqua. Apparechiato il tutto nella maniera detta, & aprendo con lo stile l'animella, l'aria uscendo con impeto, e passando nel vaso dell'acqua, la caccierà fuori per il foro del fondo; & è manifesto la quantità dell'acqua, che in tal'guisa verrà cacciata, esser' eguale alla mole, e quantità

tità d'aria, che dall' altro vaso sarà uscita; saluata dunque tale acqua, e tornato à pesare il vaso alleggerito dell' aria compressa (il quale suppongo che fusse pesato anche prima con detta aria sforzata) e detratto al modo già dichiarato l'arena superflua, è manifesto questa essere il giusto peso di tanta aria in mole, quanta è la mole dell' acqua scacciata, e saluata; la quale peseremo, e vedremo quante volte il peso suo conterà il peso della serbata arena; e senza errore potremo affermar tante volte esser più graue l'acqua dell' aria, la quale non sarà dieci volte altrimenti come par che stimasse Aristotele, mà ben circa quattrocento, come tale esperienza ne mostra.

L'altro modo è più speditiuo, e puossi fare con vn' vaso solo, cioè, col primo accomodato nel modo detto, nel quale non voglio, che mettiamo altra aria oltre à quella, che naturalmente vi si ritroua: mà voglio che vi cacciamo dell' acqua senza lasciare uscir punto di aria, la quale douendo cedere alla soprauenente acqua è forza che si comprima: spintauì dunque più acqua che sia possibile, che pure senza molta violenza vi se ne potrà mettere i tre quarti della tenuta del fiasco, mettasi sù la bilancia, e diligentissimamente si pesi, il che fatto tenendo il vaso col collo in sù, si apra l'animella dando l'uscita all'aria, della quale ne scapperà fuora giustamente quanta è l'acqua contenuta nel fiasco. Uscita che sia l'aria si torni à metter' il vaso in bilancia, il quale per la partita dell' aria si trouerà alleggerito, e detratto dal contrappeso il peso superfluo, da esso haremos la gravità di tant' aria, quanta è l'acqua del fiasco.

Simp. Gli artifizij ritronati da voi non si può dire che non siano sottili, e molto ingegnosi, mà mentre mi pare, che in apparenza diano intera sodisfazione all' intelletto, mi metton per vn' altro verso in confusione; imperò che essendo indubitabilmente vero, che gli elementi nelle proprie regioni non sono nè leggieri, nè graui non posso intender come, e doue quella porzione d'aria, che parue pesassi, v.gr. quattro dramme di rena, debba poi realmente hauer tal gravità nell' aria, nella quale ben la ritiene la rena, che la contrappeso; e però mi pare che l'esperienza douesse esser praticata non nell'

L

elemento

elemento dell'aria, mà in un mezzo doue l'aria stessa potesse esercitare il suo talento del peso, se ella veramente ne possiede.

Salu. Acuta certo è l'opposizione del S. Simp. e però è necessario che ella sia insolubile, o che la soluzione sia non men sottile. Che quell'aria, la quale compressa mostrò pesare quanto quella rena, posta in libertà nel suo elemento, non sia più per pesare, mà si ben la rena, è cosa chiarissima; e però per far tale esperienza conueniu eleggere un luogo, e un mezzo, doue l'aria non men che la rena potesse grauitare; perche comè più volte si è detto, il mezzo detrae dal peso à ogni materia, che vi s'immerge, tanto quant'è il peso d'altrrettanta parte dell'istesso mezzo, quant'è la mole immersa; si che l'aria all'aria leua tutta la grauità: l'operazione dunque acciò fusse fatta esattamente, conuerrebbe farla nel Vacuo, doue ogni graue eserciterebbe il suo momento senza diminuzione alcuna. Quando dunque S. Simp. noi pesassimo una porzione d'aria nel Vacuo, restereste allora sincerato, e assicurato del fatto?

Simp. Veramente sì; mà questo è un desiderare, o richieder l'impossibile.

Salu. E però grandissimo conuerrà che sia l'obbligo, che mi dourete, qual volta per amor vostro io effettui un' impossibile: mà io non voglio venderui quel che già vi hò donato: perche di già nell'addotta esperienza pesiamo noi l'aria nel Vacuo, e non nell'aria, o in altro mezzo pieno. Che alla mole S. Simp. che nel mezzo fluido s'immerge, venga dall'istesso mezzo detratto della grauità, ciò proniene, perche ei resiste all'esser' aperto, discacciato, e finalmente sollevato; segno di che ne dà la prontezza sua nel ricorrer subito à riempier lo spazio, che l'immersa mole in lui occupaua, qualunque volta e se ne parta: che quando di tale immersione ei nulla sentisse, niente opererebbe egli contro di quella. Hora ditemi, mentre che voi hauete in aria il fiasco di già pieno della medesima aria naturalmente contenutau, qual diuisione, scacciamento, o in somma qual mutazione riceue l'aria esterna ambiente dalla seconda aria, che nuouamente s'infonde con forza nel vaso? Forse s'ingrandisce

disce il fiasco, onde l'ambiente debba maggiormente ritirarsi per cederli luogo? certo nò; e però possiam dire, che la seconda aria non si immerge nell' ambiente non vi occupando ella spazio: mà è come se si mettesse nel Vacuo; anzi pur vi si mette ella realmente, e si trapone nei vacui non ben ripieni dalla prima aria non condensata. E veramente non sò conoscere differenza nissuna trà due costituzioni d'ambito, & ambiente, mentre in questa l'ambiente niente preme l'ambito, & in quella l'ambito punto non spinge contr' all' ambiente: e tali sono la locazione di qualche materia nel Vacuo, e la seconda aria compressa nel fiasco. Il peso dunque che si troua in tal' aria condensata, è quello che ella harebbe liberamente sparsa nel Vacuo. Ben' è vero che 'l peso della rena, che la contrappesò, come quella che era nell' aria libera, nel vacuo sarebbe stato un poco più del giusto; e però conuien dire, che l'aria pesata sia veramente alquanto men graue della rena, che la contrappesò, cioè, tanto quanto peserebbe altrettanta aria nel Vacuo.

Simp. Pur mi pareua, che nell' addotte esperienze vi fusse qualche cosa da desiderare; mà ora mi quieto interamente.

Salu. Le cose da me sin qui prodotte, & in particolare questa, che la differenza di grauità ben che grandissima non habbia parte veruna nel diuersificare le velocità de i Mobili, si che per quanto da quella depende, tutti si mouerebbero con egual celerità, è tanto nuoua, e nella prima apprensione remota dal verisimile, che quando non si haueffi modo di dilucidarla, e renderla più chiara che 'l Sole, meglio sarebbe il tacerla, che 'l pronunziarla; però già che me la sono lasciata scappar di bocca, conuien ch' io non lasci indietro esperienza, ò ragione, che possa corroborarla.

Sagr. Non questa sola, mà molte altre insieme dalle vostre proposizioni son così remote dalle opinioni, e dottrine comunemente riceuute, che spargendosi in publico vi conciterebber numero grande di contraddittori: essendo che l'innata condizione de gli huomini non vede con buon'occhio, che altri nel loro esercizio scuopra verità, ò falsità non scoperte da loro; e col dar titolo di in-

nouatori di dottrine poco grato à gli orecchi di molti, s'ingegnano di tagliar quei nodi, che non possono sciorre, e con mine sotterranee di dissipar quelli edifizij, che sono stati con gli strumenti consueti da pazienti artesci costrutti: mà con esso noi lontani da simili pretese l'esperienze vostre, e le ragioni bastano à quietarci: tuttauia quando habbate altre più palpabili esperienze, e ragioni più efficaci le sentiremo molto volentieri.

Salu. L'esperienza fatta con due Mobili quanto più si possa differenti di peso col fargli scendere da vn' altezza per offeruar se la velocità loro sia eguale, patisce qualche difficoltà: imperò che se l'altezza sarà grande, il mezzo che dall' impeto del cadente deue esser' aperto, e lateralmente spinto di molto maggior pregiudizio sarà al piccol momento del Mobile leggierrissimo, che alla violenza del grauiissimo, per lo che per lungo spazio il leggiero rimarrà indietro: e nell' altezza piccola si potrebbe dubitare se veramente non vi fusse differenza, ò pur se ve ne fusse, mà inosservabile. E però sono andato pensando di reiterar tante volte la scesa da piccole altezze, & accumulare insieme tante di quelle minime differenze di tempo, che potessero intercedere trà l'arriuo al termine del graue, e l'arriuo del leggiero, che così congiunte facessero vn tempo non solo osservabile, mà grandemente osservabile. In oltre per poter mi preualer di moti quanto si possa tardi, ne i quali manco lauora la resistenza del mezzo in alterar l'effetto, che dipende dalla semplice grauità, sono andato pensando di fare scendere i Mobili sopra vn piano decliue non molto eleuato sopra l'orizzontale, che sopra questo non meno che nel perpendicolo potrà scorgersi quello che facciano i graui differenti di peso; e passando più auanti hò anco voluto liberarmi da qualche impedimento, che potesse nascer dal contatto di essi Mobili su'l detto piano decliue, e finalmente hò preso due palle una di piombo, & una di sughero, quella ben più di cento volte più graue di questa, e ciascheduna di loro hò attaccata à due sottili spaghetti eguali lunghi quattro, ò cinque braccia legati ad alto: allonsanata poi l'una, e l'altra palla dallo stato perpendicolare
gli

gli hò dato l'andare nell'istesso momento, & esse scendendo per le circonferenze di cerchi descritti da gli spaghi eguali lor semidiametri, passate oltre al perpendicolo, son poi per le medesime strade ritornate indietro, e reiterando ben cento volte per lor medesime le andate, e le tornate, hanno sensatamente mostrato, come la graue v'è talmente sotto il tempo della leggiera, che nè in ben cento vibrazioni, nè in mille anticipa il tempo d'un minimo momento; mà camminano con passo egualissimo. Scorgesi anco l'operazione del mezzo, il quale arreca qualche impedimento al moto, assai più diminuisce le vibrazioni del sughero, che quelle del piombo; mà non però che le renda più, ò men frequenti, anzi quando gli archi passati dal sughero non fusser più che di cinque, o sei gradi, e quei del piombo cinquanta, ò sessanta son' eglin passati sotto i medesimi tempi.

Simp. Se questo è, come dunque non sarà la velocità del piombo maggiore della velocità del sughero? facendo quello sessanta gradi di viaggio nel tempo che questo ne passa appena sei?

Salu. Mà che direste S. Simp. quando amendue spedissero nell'istesso tempo i lor' viaggi, mentre il sughero allontanato dal perpendicolo trenta gradi hauesse à passar l'arco di sessanta, e' l'piombo slargato dal medesimo punto di mezzo due soli gradi scorresse l'arco di quattro? non sarebbe allora altrettanto più veloce il sughero? e pur l'esperienza mostra ciò auuenire; però notate. Slargato il pendolo del piombo, v. gr. cinquanta gradi dal perpendicolo, e di lì lasciato in libertà scorre, e passando oltre al perpendicolo quasi altri cinquanta descriue l'arco di quasi cento gradi; e ritornando per se stesso indietro descriue vn' altro poco minore arco, e continuando le sue vibrazioni dopo gran numero di quelle si reduce finalmente alla quiete: Ciascheduna di tali vibrazioni si fa sotto tempi eguali tanto quella di nouanta gradi, quanto quella di cinquanta, ò di venti, di dieci, di quattro: si che in conseguenza la velocità del Mobile vien sempre languendo, poiche sotto tempi eguali v'è passando successiuamente archi sempre minori, e minori. Vn simile,

anzi l'istesso effetto fa il sughero pendente da un filo altrettanto lungo, salvo che in minor numero di vibrazioni si conduce alla quiete, come meno atto mediante la sua leggerezza à superar l'ostacolo dell'aria: con tutto ciò tutte le vibrazioni grandi, e piccole si fanno sotto tempi eguali trà di loro, & eguali ancora à i tempi delle vibrazioni del piombo. Onde è vero, che se mentre il piombo passa un'arco di cinquanta gradi, il sughero ne passa uno di dieci, il sughero allora è più tardo del piombo; mà accaderà ancora all'incontro che'l sughero passi l'arco di cinquanta, quando il piombo passi quel di dieci, ò di sei; e così in diuersi tempi hor sarà più veloce il piombo, & hora il sughero; mà se gli stessi Mobili passeranno ancora sotto i medesimi tempi eguali, archi eguali, ben sicuramente si potrà dire allora essere le velocità loro eguali.

Simp. Mi pare e non mi pare, che questo discorso sia concludente, e mi sento nella mente una talqual confusione, che mi nasce dal muouerfi e l'uno e l'altro Mobile or-veloce, or tardo, & or tardissimo; che non mi lascia ridurre in chiaro, come vero sia, che le velocità loro sian sempre eguali.

Sagr. Concedami in grazia S. Satu. ch'io dica due parole. E ditemi S. Simp. se voi ammettete, che dir si possa con assoluta verità le velocità del sughero, e del piombo essere eguali, ogni volta che partendosi amendue nell'istesso momento dalla quiete, e mouendosi per le medesime inclinazioni passassero sempre spazij eguali in tempi eguali?

Simp. In questo si può dubitare, nè se gli può contraddire.

Sagr. Accade ora ne i pendoli, che ciaschedun di loro passi or sessanta gradi, or cinquanta, or trenta, or dieci, or otto, quattro, due, e quando amendue passano l'arco di sessanta gradi, lo passano nell'istesso tempo: nell'arco di cinquanta metton l'istesso tempo l'uno che l'altro Mobile: così nell'arco di trenta, di dieci, e de gli altri; e però si conclude che la velocità del piombo nell'arco di sessanta gradi è eguale alla velocità del sughero nell'arco medesimo di sessanta: e che le velocità nell'arco di cinquanta son pur trà loro eguali,

eguali, e così ne gli altri. *Ma non si dice già che la velocità che si esercita nell' arco di sessanta sia eguale alla velocità, che si esercita nell' arco di cinquanta, nè questa à quella dell' arco di trenta. Ma son sempre minori le velocità ne gli archi minori; il che si raccoglie dal veder noi sensatamente il medesimo Mobile metter tanto tempo nel passar l' arco grande de i sessanta gradi, quanto nel passare il minor di cinquanta, ò l' minimo di dieci, & in somma nell' esser passati tutti sempre sotto tempi eguali. È vero dunque che ben vanno è l' piombo, è l' sughero ritardando il moto secondo la diminuzione de gli archi, ma non però alterano la concordia loro nel mantener l' egualità della velocità in tutti i medesimi archi da loro passati. Hò voluto dir questo più per sentire, se hò ben capito il concetto del S. Salu. che per bisogno ch'io credeffi che hauesse il S. Simp. di più chiara esplicazione di quella del S. Salu. che è, come in tutte le sue cose, lucidissima, e tale che, sciogliendo egli il più delle volte questioni non solo in apparenza oscure, ma repugnanti alla natura, & al vero, con ragioni, ò osservazioni, ò esperienze tritissime, e familiari ad ogn' vno hà (come da diuersi hò inteso) dato occasione à tal' vno de i professori più stimati di far minor conto delle sue novità, tenendole come à vile per dependere da troppo bassi, e popolari fondamenti, quasi che la più ammirabile, e più da stimarsi condizione delle scienze dimostratiue, non sia lo scaturire, e pullulare da principii notissimi, intesi, e conceduti da tutti. Ma seguitiamo pur noi d' andarci pascendo di questi cibi leggieri; e posto che il S. Simp. sia restato appagato nell' intender, & ammettere, come l' interna grauità de i diuersi Mobili non habbia parte alcuna nel diuersificar le velocità loro, si che tutti per quanto da quella dipende, si mouerebber con l'istesse velocità; diteci S. Salu. in quello che voi riponete le sensate, & apparenti disegualità di moto; e rispondete à quell' istanza, che oppone il S. Simp. e ch'io parimente confermo, dico del vederfi non solamente una palla d' artiglieria muouersi più velocemente d' una migliarola di piombo, che poca sarà la differenza di velocità rispetto à quella, che v' oppongo io di Mobili*
dell'

dell' istessa materia, de i quali alcuni de i maggiori scenderanno in meno d'una battuta di polso in vn mezzo quello spazio, che altri minori non lo passeranno in vn' ora, nè in quattro, nè in venti, quali sono le pietre, e la minuta rena, e massime quella sottilissima, che intorbidà l'acqua, nel qual mezzo in molte ore non scende per due braccia, che pietruzze nè molto grandi passano in vna battuta di polso.

Salu. Quel che operi il mezzo nel ritardar più i Mobili, secondo che trà di loro son in spezie men graui, già si è dichiarato, mostrando ciò accadere dalla sottrazione di peso. Mà come il medesimo mezzo possa con sì gran differenza scemar la velocità ne i Mobili differenti solo in grandezza, ancor che siano della medesima materia, e dell' istessa figura, ricerca per sua dichiarazione discorso più sottile di quello, che basta per intender, come la figura del Mobile più dilatata; ò 'l moto del mezzo che sia fatto contro al Mobile, ritarda la velocità di quello. Io del presente problema riduco la cagione alla scabrosità, e porosità, che comunemente, e per lo più necessariamente si ritroua nelle superficie de i corpi solidi, le quali scabrosità nel moto di essi vanno urtando nell' aria, ò altro mezzo ambiente; di che segno euidente ce ne porge il sentir noi ronzar' i corpi ancor che quanto più si possa rotondati, mentre velocissimamente scorrono per l'aria, e non solo ronzare, mà sibilare, e fischiar si sentono, se qualche più notabil cauità, ò prominenza sarà in essi. Vedesi anco nel girar sopra 'l torno ogni solido rotondo far' vn poco di vento. Mà che più? non sentiam noi notabil ronzio, & in tuono molto acuto farsi dalla trottola, mentre per terra con somma celerità v'è girando? l'acutezza del qual sibilo si v'è ingrauenando, secondo che la velocità della vertigine v'è di grado in grado languendo: argomento parimente necessario de gl' intoppi nell' aria delle scabrosità ben che minime delle superficie loro. Queste non si può dubitare, che nello scender' i Mobili, soffregandosi con l'ambiente fluido apporteranno ritardamento alla velocità, e tanto maggiore, quanto la superficie sarà più grande, quale è quella de i solidi minori paragonati à i maggiori.

Simp.

Simp. Fermate in grazia, perche qui comincio à confondermi: imperò che se bene io intendo, & ammetto, che la confricazione del mezzo con la superficie del Mobile ritardi il moto, e che più lo ritardi, doue ceteris paribus la superficie sia maggiore, nõ capisco però con qual fondamento voi chiamate maggiore la superficie de i solidi minori: & oltre à ciò, se, come voi affermate, la maggior superficie deue arrecar maggior ritardamento, i solidi maggiori deurianno esser più tardi, il che non è: mà questa istanza facilmente si toglie con dire, che se bene il maggiore hà maggior superficie, hà anco maggior gravità, contro la quale l'impedimento della maggior superficie non hà à preualere all'impedimento della superficie minore contro alla minor gravità, si che la velocità del solido maggiore ne diuenga minore. E però non veggo ragione, per la quale si debba alterare l'egualità delle velocità, mentre che quanto si diminuisce la gravità mouente, altrettanto si diminuisce la facoltà della superficie ritardante.

Salu. Risoluerò congiuntamente tutto quello che opponete. Per tanto voi S. Simp. senza controuerfia ammettete, che quando di due Mobili eguali della stessa materia, e simili di figura (i quali indubitabilmente si mouerebber egualmente veloci) all' vno di loro, si diminuisse tanto la gravità, quanto la superficie (ritenendo però la similitudine della figura) non perciò si scemerebbe la velocità nel rimpiccolito.

Simp. Veramente parmi che così dourebbe seguire, stando però nella nostra dottrina, che vuol, che la maggior, ò minor gravità non habbia azzione nell' accelerare, ò ritardar il moto.

Salu. E questo confermo io: e vi ammetto anco l'vostro detto, dal qual mi par che in conseguenza si ritragga, che quando la gravità si diminuisse più che la superficie, nel Mobile in tal maniera diminuito si introdurrebbe qualche ritardamento di moto, e maggiore e maggiore, quanto à proporzione maggior fusse la diminuzion del peso, che la diminuzion della superficie.

Simp. In ciò non hò io repugnanza veruna.

M

Salu.

Salu. *Hor sappiate S. Simp. , che non si può ne i solidi diminuir tanto la superficie quanto 'l peso mantenendo la similitudine delle figure. Imperò che essendo manifesto, che nel diminuir vn' solido graue tanto scema il suo peso, quanto la mole, ogni volta che la mole venisse sempre diminuita più che la superficie (nel conseruarsi massime la similitudine di figura) la gravità ancora più che la superficie verrebbe diminuita. Mà la Geometria c' insegna, che molto maggior proporzione è trà la mole, e la mole ne i solidi simili, che tra le loro superficie. Il che per vostra maggior' intelligenza vi esplicherò in qualche caso particolare. Però figurateui per esempio vn Dado, vn lato del quale sia, v. gr. lungo due dita, si che vna delle sue faccie sarà quattro dita quadre, e tutte sei, cioè, tutta la sua superficie venti quattro dita quadre. Intendete poi il medesimo Dado esser con trè tagli segato in otto piccoli Dadi, il lato di ciascun de quali sarà vn dito, e vna sua faccia vn dito quadro, e tutta la sua superficie sei dita quadre, delle quali l'intero Dado ne conteneua venti quattro in superficie. Or vedete come la superficie del piccol Dado è la quarta parte della superficie del grande (che tanto è sei di venti quattro) mà l'istesso Dado solido è solamente l'ottava; molto più dunque cala la mole, & in conseguenza il peso, che la superficie. E se voi suddividerete il piccol Dado in altri otto, haremo per l'intera superficie d'un di questi vn dito e mezzo quadro, che è la sedicesima parte della superficie del primo Dado; mà la sua mole è solamente la sessantaquattresima. Vedete per tanto, come in queste sole due divisioni le moli scemano quattro volte più, che le loro superficie, e se noi andremo seguitando la suddivisione, sino che si riduca il primo solido in vna minuta poluere, troveremo la gravità de i minimi atomi diminuita centinaia, e centinaia di volte più che le loro superficie. E questo che vi ho esemplificato ne i Cubi, accade in tutti i solidi simili, le moli de i quali sono in sesquialtera proporzione delle lor superficie. Vedete dunque con quanto maggior proporzione cresce l'impedimento del contatto della superficie del Mobile col mezzo ne i Mobili piccoli, che ne i maggiori: e se noi aggiugneremo che le scabrosità nelle*

nelle superficie piccolissime delle polveri sottili non son forse minori di quelle delle superficie de i solidi maggiori, che siano con diligenza puliti, guardate quanto bisognerà che 'l mezzo sia fluido, e privo onninamente di resistenza all' esser' aperto per douer cedere il passo à così debil virtù. E in tanto notate S. Simp. ch' io non equiuocai, quando poco fa dissi la superficie de solidi minori esser più grande in comparazione di quella de i maggiori.

Simp. Io restò interamente appagato; e mi credano certo, che se io haueffi à ricominciare i miei studii, vorrei seguire il consiglio di Platone, e cominciar mi dalle Matematiche, le quali veggo che procedono molto scrupolosamente, ne vogliono ammetter per sicuro fuor che quello, che concludentemente dimostrano.

Sagr. Ho hauto gusto grande di questo discorso; mà prima che passiamo più auanti, harei caro di restar capace d' un termine, che mi giunse nuouo, quando pur' ora diceste, che i solidi simili son trà di loro in sesquialtera proporzione delle lor superficie, perche hò ben veduto, e inteso la proposizione con la sua dimostrazione, nella quale si proua le superficie de' solidi simili esser' in duplicata proporzione de i lor lati, e l'altra, che proua i medesimi solidi esser' in tripla proporzione de i medesimi lati, mà la proporzione de i solidi con le lor superficie non mi souuien ne anco d' hauerla sentita nominare.

Salu. V. S. medesima da per se si risponde, e dichiara il dubbio. Imperò che quello che è triplo d' una cosa della quale un altro è doppio, non vien' egli ad esser sesquialtero di questo doppio? certo sì! Or se le superficie sono in doppia proporzione delle linee, delle quali i solidi sono in proporzione tripla, non possiam noi dire i solidi essere in sesquialtera proporzion delle superficie?

Sagr. Ho inteso benissimo. E se bene alcuni altri particolari attenenti alla materia, di cui si tratta, mi resterebbero da domandare, tuttavia quando ce n' andassimo così di digressione in digressione tardi verremmo alle quistioni principalmente intese, che appartengono alle diuersità de gli accidenti delle resistenze de i solidi all' esser spezzati; e però quando così piaccia loro, potremo ritornare su 'l primo filo che si propose da principio.

Salu. *V. S. dice molto bene: mà le cose tante, e tanto varie, che si sono esaminate, ci han rubato tanto tempo, che poco ce n'auanzerà per questo giorno da spendere nell' altro nostro principal' argomento, che è pieno di dimostrazioni Geometriche da esser con attenzione considerate: onde stimerei, che fusse meglio differire il congresso à dimane, si per questo che hò detto, come ancora perche potrei portar meco alcuni fogli doue hò per ordine notati i Teoremi, e Problemi, ne i quali si propongono, e dimostrano le diuerse passioni di tal soggetto, che forse alla memoria col necessario metodo non mi souerebbero.*

Sagr. *Io molto bene mi accomodo à questo consiglio, e tanto più volentieri, quãto che per finire la sessione odierna harò tempo di sentir la dichiarazione d' alcuni dubbi, che mi restauano nella materia che ultimamente trattauamo. De i quali vno è, se si deuè stimare, che l' impedimento del mezzo possa esser bastante à por termine all' accelerazione à corpi di materia gravissima grandissimi di mole, e di figura sferica; e dico sferica, per pigliar quella che è contenuta sotto la minima superficie, e però meno soggetta al ritardo. Vn' altro sarà circa le vibrazioni de i pendoli, e questo hà più capi, l'uno sarà se tutte e grandi, e mediocri, e minime si fanno veramente, e precisamente sotto tempi eguali: & vn' altro qual sia la proporzione de i tempi de i Mobili appesi à fili diseguali, de i tempi, dico, delle lor vibrazioni.*

Salu. *I quesiti son belli, e si come auuiene di tutti i veri, dubito che trattando di qualsisia di loro si tirerà dietro tante altre vere, e curiose conseguenze, che non sò, se l'auanzo di questo giorno ci basterà per discuterle tutte.*

Sagr. *S' elle saranno del sapore delle passate, più grato mi sarebbe l'impiegarui tanti giorni, non che tante ore, quante restano sino à notte: e credo che il S. Simp. non si ristuccherà di tali ragionamenti.*

Simp. *Sicuramente nò: e massime quando si trattano quistioni naturali, intorno alle quali non si leggono opinioni, ò discorsi d' altri Filosofi.*

Salu.

Salu. Vengo dunque alla prima, affermando senza veruna dubitazione, non esser sfera sì grande, ne di materia sì graue, che la renitenza del mezzo, ancor che tenuissimo, non raffreni la sua accelerazione, e che nella continuazion del moto non lo riduca all'equabilità, di che possiamo ritrar molto chiaro argomento dall'esperienza stessa. Imperò che se alcun Mobile cadente fusse abile nella sua continuazion di moto ad acquistar qualsivoglia grado di velocità, niſſuna velocità che da motore esterno gli fusse conferita, potrebbe esser così grande, che egli la recusasse, e se ne spogliasse mercè dell'impedimento del mezzo. E così vna palla d'Artiglieria che fusse scesa per aria, v. g. quattro braccia, & hauesse per esemplo acquistato dieci gradi di velocità, e che con questi entrasse nell'acqua, quando l'impedimento dell'acqua non fusse potente à vietare alla palla vn tale impeto, ella l'accrescerebbe, ò almeno lo continuerebbe sino al fondo, il che non si vede seguire, anzi l'acqua, benche non fusse più che poche braccia profonda, l'impedisce, e debilita in modo, che leggerissima percossa farà nel letto del fiume, ò del lago. E' dunque manifesto che quella velocità della quale l'acqua l'ha potuta spogliare in vn breuissimo viaggio, non glie lo lascerebbe giamai acquistare anco nella profondità di mille braccia. E perche permettergli l'guadagnarſela in mille per leuargliela poi in quattro braccia? Mà che più? non si vede egli l'immenſo impeto della palla cacciata dall'istessa Artiglieria esser talmente rintuzzato dall'interposizione di pochissime braccia d'acqua, che senza veruna offesa della naue appena si conduce à percuoterla? L'aria ancora benche cedentissima pur reprime la velocità del Mobile cadente ancor molto graue, come possiamo con simili esperienze comprendere; perche se dalla cima d'una torre molto alta tireremo vn' archibusata in giù, questa farà minor botta in terra, che se scaricheremo l'archibuso alto dal piano solamente quattro, ò sei braccia: segno evidente che l'impeto con che la palla uscì della canna scaricata nella sommità della torre, andò diminuendosi nello scender per aria; adunque lo scender da qualunque grandissima altezza non basterà per fargli

acquistare quell' impeto , del quale la resistenza dell' aria la priva, quando già in qualsivoglia modo gli sia stato conferito. La rovina parimente che farà in vna muraglia vn colpo d'una palla cacciata da una Colubrina dalla lontananza di venti braccia non credo io che la facesse venendo à perpendicolo da qualsivoglia altezza immensa. Stimo per tanto esser termine all' accelerazione di qualsivoglia Mobile naturale , che dalla quiete si parta , e che l'impedimento del mezzo finalmente lo riduca all' egualità , nella quale ben pei sempre si mantenga.

Sagr. L'esperienze veramente mi par che siano molto à proposito; nè ci è altro se non che l'auersario potrebbe farsi forte col negar, che si debbono verificar nelle moli grandissime, e grauiissime; e che vna palla d' Artiglieria venendo dal concauo dalla Luna , ò anco dalla suprema region dell' aria farebbe percossa maggiore che uscita dal Cannone.

Salu. Non è dubbio, che molte cose si posson' opporre, e che non tutte si possono con esperienze redarguire: tuttauia in questa contraddizione alcuna cosa par che si possa metter' in considerazione; cioè, che molto hà del verisimile, che 'l graue cadente da vn' altezza acquisti tanto d' impeto nell' arriuar' in terra, quanto fusse bastate à tirarlo à quell' altezza; come chiaramente si vede in vn pendolo assai graue, che slargato cinquanta, ò sessanta gradi dal perpendicolo guadagna quella velocità, e virtù che basta precisamente à sospingerlo ad altrettanta eleuazione, trattone però quel poco, che gli vien tolto dall' impedimento dell' aria. Per costituir dunque la palla dell' Artiglieria in tanta altezza, che bastasse per l'acquisto di tanto impeto, quanto è quello che gli dà il fuoco nell' uscita del Pezzo, dourebbe bastar' il tirarla in sù à perpendicolo con l'istessa Artiglieria, offeruando poi se nella ricaduta ella facesse colpo eguale à quello della percossa fatta da vicino nell' uscire; che credo veramente che non sarebbe à gran segno tanto gagliardo. E però stimo che la velocità, che hà la palla vicino all' uscita del Pezzo, sarebbe di quelle, che l'impedimento dell' aria non gli lascerebbe conseguire
già

già mai, mentre con moto naturale scendesse partendosi dalla quiete da qualsivoglia grand' altezza. Vengo ora à gli altri quesiti attenenti à i pendoli, materia che à molti parrebbe assai arida, e massime à quei Filosofi, che stanno continuamente occupati nelle più profonde quistioni delle cose naturali: tuttavia non gli voglio disprezzare inanimato dall' esempio d' Aristotele medesimo, nel quale io ammiro sopra tutte le cose il non hauer' egli lasciato si può dir materia alcuna degna in qualche modo di considerazione, che e non habbia toccata: & ora da i quesiti di V. S. penso che potrò dirvi qualche mio pensiero sopra alcuni problemi attenenti alla Musica, materia nobilissima, della quale hanno scritto tanti grand' huomini, e l'istesso Aristotele: e circa di essa considera molti problemi curiosi: talche se io ancora da così facili, e sensate esperienze trarrò ragioni di accidenti marauigliosi in materia de i suoni, posso sperare, che i miei ragionamenti siano per esser graditi da voi.

Sagr. Non solamente graditi, mà da me in particolare sommamente desiderati, come quello che sendomi dilettrato di tutti gli strumenti musici, & assai filosofato intorno alle consonanze, son sempre restato incapace, e perplesso onde auuenga, che più mi piaccia, e diletta questa che quella: e che alcuna non solo non mi diletta, mà sommamente m' offenda: il problema poi trito delle due corde tese all' unisono, che al suono dell' una l'altra si muoua, e attualmente risuoni, mi resta ancora irresoluto: come anco non ben chiare le forme delle consonanze, & altre particolarità.

Salu. Vedremo se da questi nostri pendoli si possa cavare qualche sodisfazione à tutte queste difficoltà. E quanto al primo dubbio, che è se veramente, e puntualissimamente l'istesso pendolo, fa tutte le sue vibrazioni massime, mediocri, e minime sotto tempi precisamente eguali: io mi rimetto à quello, che intesi già dal nostro Accademico, il quale dimostra bene che'l Mobile, che descende per le corde suttese à qualsivoglia arco, le passerebbe necessariamente tutte in tempi eguali tanto la suttese sotto cent' ottanta gradi (cioè tutto il Diametro) quanto le suttese di cento, di sessanta, di dieci,

dieci, di due, di mezzo, e di quattro minuti: intendendo che tutte vadano à terminar nell' infimo punto toccante il piano orizzontale. Circa poi i descendentì per gli archi delle medesime corde elevati sopra l'orizzonte, e che non siano maggiori d'una quarta, cioè, di novanta gradi, mostra parimente l'esperienza passarli tutti in tempi eguali, mà però più brevi de i tempi de passaggi per le corde: effetto che in tanto hà del marauiglioso, in quanto nella prima apprensione par che dourebbe seguire il contrario: Imperò che sendo comuni i termini del principio, e del fine del moto, & essendo la linea retta la breuissima, che trà i medesimi termini si comprende, par ragionevole che il moto fatto per lei s' hauesse à spedire nel più breue tempo, il che poi non è; mà il tempo breuissimo, & in conseguenza il moto velocissimo è quello che si fa per l'arco, del quale essa linea retta è corda. Quanto poi alla proporzione de i tempi delle vibrazioni di Mobili pendenti da fila di differente lunghezza, sono essi tempi in proporzione suddupla delle lunghezze delle fila, ò vogliamo dire lunghezze esser' in duplicata proporzion de i tempi, cioè, son come i quadrati de i tempi: si che volendo, v. gr. che 'l tempo d'una vibrazione d'un pendolo sia doppio del tempo d'una vibrazione d'un' altro, bisogna che la lunghezza della corda di quello sia quadrupla della lunghezza della corda di questo. Et allora nel tempo d'una vibrazione di quello, vn' altro ne farà trè, quando la corda di quello sarà noue volte più lunga dell' altra. Dalche ne seguita che le lunghezze delle corde hanno frà di loro la proporzione che hanno i quadrati de numeri delle vibrazioni, che si fanno nel medesimo tempo.

Sagr. Adunque se io hò ben' inteso, potrò speditamente sapere la lunghezza d'una corda pendente da qualsiuoglia grandissima altezza, quando bene il termine sublime dell' attaccatura mi fusse invisibile, e solo si vedesse l'altro estremo basso. Imperò che se io attaccherò quì da basso vno assai graue peso à detta corda, e farò che si vadia vibrando in quà, e'n là, e che vn' amico vadia numerando alcune delle sue vibrazioni, e che io nell' istesso tempo vadia parimente

mente contando le vibrazioni, che farà vn' altro Mobile appeso à vn filo di lunghezza precisamente d'un braccio, da i numeri delle vibrazioni di questi pendoli, fatte nell' istesso tempo, troverò la lunghezza della corda: come per esempio ponghiamo che nel tempo, che l'amico mio habbia contate venti vibrazioni della corda lunga, io ne habbia contate dugen quaranta del mio filo, che è lungo vn braccio, fatti i quadrati delli due numeri venti, e dugen quaranta, che sono 400. e 57600. dirò la lunga corda contener 57600. misure di quelle che il mio filo ne contien 400. e perche il filo è vn sol braccio, partirò 57600. per 400. che ne viene 144. e 144. braccia dirò esser lunga quella corda.

Salu. Nè vi ingannerete d'un palmo; e massime se piglierete moltitudini grandi di vibrazioni.

Sagr. V. S. mi dà pur frequentemente occasione d'ammirare la ricchezza, & insieme la somma liberalità della natura, mentre da cose tanto comuni, e direi anco in certo modo vili ne andate traendo notizie molto curiose, e nuoue, e bene spesso remote da ogni immaginazione. Io hò ben mille volte posto cura alle vibrazioni in particolare delle lampade pendenti in alcune chiese da lunghissime corde inauuertentemente state mosse da alcuno: mà il più che io cavassi da tale osseruazione fù l'improbabilità dell' opinione di quelli che vogliono, che simili moti vengano mantenuti, e continuati dal mezzo, cioè, dall' aria; perche mi parrebbe bene che l'aria hauesse vn gran giudizio, & insieme vna poca faccenda à consumar le hore, e le hore di tempo in sospignere con tanta regola in quà, e in là vn peso pendente: mà che io fussi per apprenderne, che quel Mobile medesimo appeso à vna corda di cento braccia di lunghezza slontanato dall' imo punto vna volta nouanta gradi, & vn' altra vn grado solo, ò mezzo, tanto tempo spendesse in passar questo minimo, quanto in passar quel massimo arco, certo non credo che mai l'haurei incontrato, che ancor' ancora mi par che tenga dell' impossibile. Ora stò aspettando di sentire, che queste medesime semplicissime minuzie mi assegnino ragioni tali di quei problemi musici, che mi possino almeno in parte quietar la mente. N Salu.

Salu. *Prima d'ogni altra cosa bisogna auuertire, che ciaschedun pendolo hà il tempo delle sue vibrazioni talmente limitato, e prefisso, che impossibil' cosa è il farlo muouer sotto altro periodo, che l'unico suo naturale; prenda pur chi si voglia in mano la corda, ond'è attaccato il peso, e tenti quanto gli piace d'accrescergli, o scemargli la frequenza delle sue vibrazioni, sarà fatica buttata in vano; mà ben' all' incontro ad vn' pendolo ancor che graue, e posto in quiete, col solo soffiarmi dentro conferiremo noi moto, e moto anche assai grande col reiterare i soffi, mà sotto 'l tempo che è proprio quel delle sue vibrazioni: che se al primo soffio l'haremo rimosso dal perpendicolo mezzo dito, aggiugnendogli il secondo dopo che sendo ritornato verso noi comincerebbe la seconda vibrazione, gli conferiremo nuouo moto, e così successiuamente con altri soffi, mà dati à tempo, e non quando il pendolo ci vien' incontro (che così gl' impediremmo, e non aiuteremmo il moto) e seguendo con molti impulsi gli conferiremo impeto tale, che maggior forza assai che quella d'un soffio ci bisognerà à cessarlo.*

Sagr. *Hò da fanciullo offeruato con questi impulsi dati à tempo vn huomo solo far sonare vna grossissima campana, e nel volerla poi fermare attaccarsi alla corda quattro, e sei altri, e tutti esser leuati in alto, nè poter tanti insieme arrestar quell' impeto, che vn solo con regolati tratti gli haueua conferito.*

Salu. *Esempio, che dichiara 'l mio intento non meno acconciamente di quel, che questa mia premessa si accomodi à render la ragione del marauiglioso problema della corda della Cetera, ò del Cimbalo, che muoue, e fa realmente sonare quella non solo, che all' unisono gli è concorde, mà anco all' ottaua, e alla quinta. Toccata la corda comincia, e continua le sue vibrazioni per tutto 'l tempo, che si sente durar la sua risonanza: queste vibrazioni fanno vibrare, e tremare l'aria che gli è appresso, i cui tremori, e increspamenti si distendono per grande spazio, e vanno à vrtare in tutte le corde del medesimo strumento, & anco di altri vicini: la corda che è tesa all' unisono con la tocca, essendo disposta à far le sue vibrazioni*

zioni sotto l' medesimo tempo, comincia al primo impulso à muoversi un poco, e sopraggiugnendogli il secondo, il terzo, il ventesimo, e più altri, e tutti ne gli aggiustati, e periodici tempi, riceve finalmente il medesimo tremore, che la prima tocca, e si vede chiarissimamente andar dilatando le sue vibrazioni giusto allo spazio della sua motrice. Quest' ondeggiamento che si va distendendo per l'aria, muove, e fa vibrare non solamente le corde, mà qualsivoglia altro corpo disposto à tremare, e vibrarsi sotto quel tempo della tremante corda: si che se si ficcheranno nelle sponde dello strumento diuersi pezzetti di setole, o di altre materie flessibili, si vedrà nel sonare il Cimbalo tremare or questo, or quel corpuscolo secondo che verrà toccata quella corda, le cui vibrazioni van sotto l' medesimo tempo: gli altri non si muoueranno al suono di questa corda, nè quello tremerà al suono d' altra corda. Se con l'archetta si toccherà gagliardamente una corda grossa d' una Viola, appressandogli un bicchiere di vetro sottile, e pulito, quando il tuono della corda sia all' unisono del tuono del bicchiere, questo tremerà, e sensatamente risonerà. Il diffonderfi poi amplamente l' increspamento del mezzo intorno al corpo risonante, apertamente si vede nel far sonare il bicchiere, dentro l'quale sia dell' acqua, fregando il polpastrello del dito sopra l' orlo: imperò che l' acqua contenuta con regolatissimo ordine si vede andar ondeggiando; e meglio ancora si vedrà l' istesso effetto fermando il piede del bicchiere nel fondo di qualche vaso assai largo, nel quale sia dell' acqua sin presso all' orlo del bicchiere, che parimente facendolo risonare con la confricazione del dito, si vedranno gl' increspamenti nell' acqua regolatissimi, e con gran velocità spargerfi in gran distanza intorno al bicchiere; & io più volte mi sono incontrato nel fare al modo detto sonare un bicchiere assai grande, e quasi pieno d' acqua, à veder prima le onde nell' acqua con estrema egualità formate; & accadendo tal' volta, che l' tuono del bicchiere salti un' ottava più alto, nell' istesso momento hò visto ciascheduna delle dette onde dividerfi in due: accidente che molto chiaramente conclude la forma dell' ottava esser la dupla.

Sagr. *A me ancora è interuenuto l'istesso più d'una volta con mio diletto, & anco utile: imperò che stetti lungo tempo perplesso intorno à queste forme delle consonanze, non mi parendo che la ragione, che comunemente se n'adduce da gli autori, che sin qui hanno scritto dottamente della Musica, fusse concludente à bastanza: Dicono essi la Diapason cioè l'ottava esser contenuta dalla dupla, la Diapente, che noi diciamo la Quinta, dalla sesquialtera, perche distesa sopra il Monocordo vna corda, sonandola tutta, e poi sonandone la metà col mettere vn ponticello in mezzo, si sente l'ottava, e se il ponticello si metterà al terzo di tutta la corda, toccando l'intera, e poi li due terzi ci rende la Quinta, per lo che l'ottava dicono esser contenuta trà 'l due, e l'uno, e la Quinta trà il tre, 'l dua. Questa ragione dico non mi pareua concludente per poter' assegnar' juridicamente la dupla, e la sesquialtera per forme naturali della Diapason, e della Diapente. E' l'mio motino era tale. Tre sono le maniere, con le quali noi possiamo inacutire il tuono à vna corda: l'una è lo scorciarla, l'altra il tenderla più, ò vogliam dir tirarla: il terzo è l'affottigliarla. Ritenendo la medesima tiratezza, e grossezza della corda, se vorremo sentir l'ottava, bisogna scorciarla la metà, cioè toccarla tutta, e poi mezza. Mà se ritenendo la medesima lunghezza, e grossezza vorremo farla montare all' ottava col tirarla più, non basta tirarla il doppio più, mà ci bisogna il quadruplo, si che se prima era tirata dal peso d'una libbra, conuerrà attaccarvene quattro per inacutirla all' ottava. E finalmente se stante la medesima lunghezza e tiratezza, vorremo vna corda, che per esser più sottile renda l'ottava, sarà necessario, che ritenga solo la quarta parte della grossezza dell' altra più graue. E questo, che dico dell' ottava, cioè, che la sua forma presa dalla tensione, ò dalla grossezza della corda è in duplicata proporzione di quella, che si hà dalla lunghezza, intendasi di tutti gli altri interualli musici: imperò che quello, che ci dà la lunghezza con la proporzion sesquialtera cioè col sonarla tutta, e poi li due terzi, volendolo cauar dalla tiratezza, ò dalla sottigliezza, bisogna duplicar la proporzione sesquialtera pigliando*

pigliando la dupla sesquiquarta : e se la corda graue era tesa da quattro libbre di peso, attaccarne all' acuta non sei, mà noue; e quanto alla grossezza, far la corda graue più grossa dell' acuta secondo la proporzione di noue à quattro per hauer la Quinta. Stante queste verissime esperienze, non mi pareua scorgere ragione alcuna, per la quale hauesser' i sagaci Filosofi à stabilir la forma dell' ottaua esser più la dupla, che la quadrupla: e della Quinta più la sesquialtera, che la dupla sesquiquarta. Mà perche il numerar le vibrazioni d'una corda, che nel render la voce le fa frequentissime, è del tutto impossibile, sarei restato sempre ambiguo, se vero fusse, che la corda dell' ottaua più acuta facesse nel medesimo tempo doppio numero di vibrazioni di quelle della più graue, se le onde permanenti, per quanto tempo ci piace, nel far sonare, e vibrare il bicchiere, non m' hauessero sensatamente mostrato come nell' istesso momento che alcuna volta si sente il tuono saltare all' ottaua, si veggono nascere altre onde più minute, le quali con infinita pulitezza tagliano in mezzo ciascuna di quelle prime.

Salu. Bellissima offeruazione per poter distinguer' ad vna ad vna le onde nate dal tremore del corpo, che risuona; che son poi quelle che diffuse per l'aria vanno à far la titillazione sù 'l timpano del nostro orecchio, la quale nell' anima ci douenta suono. Mà doue che il vederle, & offeruarle nell' acqua non dura, se non quanto si continua la confricazione del dito, & anco in questo tempo non sono permanenti, mà continuamente si fanno, e si dissoluoano, non sarebbe bella cosa quando se ne potesse far con grand' esquisitezza di quelle, che restassero lungo tempo: dico mesi, & anni, si che desse commodità di poterle misurare, & agiatamente numerare?

Sagr. Veramente io stimerei sommamente vna tale inuenzione.

Salu. L' inuenzione fù del caso, e mia fù solamente l' offeruazione, e 'l far di essa capitale, e stima, come di riproua di nobil contemplazione, ancor che fattura in se stessa assai vile. Raschiando con vno scarpello di ferro tagliente vna piastra d' ottone per leuarle

alcune macchie, nel muouerui sopra lo scarpello con velocità sentii una volta, e due, trà molte strisciate, fischiare, e uscirne un sibilo molto gagliardo, e chiaro: e guardando sopra la piastra, veddi un lungo ordine di virgolette sottili trà di loro parallele, e per egualissimi interualli l'una dall' altra distanti; tornando à raschiar di nuovo più e più volte m'accorsi che solamente nelle raschiate, che fischiauano, lasciaua lo scarpello le 'ntaccature sopra la piastra: mà quando la strisciata passaua senza sibilo, non restaua pur minima ombra di tali virgolette; replicando poi altre volte lo scherzo, strisciando ora con maggiore, e ora con minor' velocità, il sibilo riuscua di tuono or più acuto, e or più graue, e osservai i segni fatti nel suono più acuto esser più spessi, e quelli del più graue più radi: e talora ancora secondo che la strisciata medesima era fatta verso l' fine con maggior' velocità che nel principio si sentiu il suono andar si inacutendo, e le virgolette si vedeu esser andate in spessendosi, mà sempre con estrema lindura, e con assoluta equidistanza segnate: e oltre à ciò nelle strisciate sibilanti sentiuo tremarmi il ferro in pugno, e per la mano scorrermi certo rigore, e in somma si vede, e sente fare al ferro quello per appunto, che facciamo noi nel parlar sotto voce, e nell' intonar poi il suono gagliardo, che mandando fuora il fiato senza formare il suono non sentiamo nella gola, e nella bocca farsi movimento alcuno rispetto però, e in comparazione del tremor grande, che sentiamo farsi nella laringe, e in tutte le fauci nel mandar fuora la voce, e massime in tuono graue, e gagliardo. Hò anco tal volta trà le corde del Cimbalo notatone due unisone alli due sibili fatti strisciando al modo detto, e de i più differenti di tuono, de i quali due precisamente distauano per una quinta perfetta, e misurando poi gl' interualli delle virgolette dell' una, e dell' altra strisciata, si vedeu la distanza che conteneua quarantacinque spazii dell' una, contenere trenta dell' altra; quale veramente è la forma, che si attribuisce alla Diapente. Mà qui prima che passare più avanti, voglio auuertirui, che delle trè maniere d'inacutire il suono, quella che voi referite alla sottigliezza della corda, con più verità

verità deue attribuirsi al peso. Imperò che l'alterazione presa dalla grossezza risponde, quando le corde siano della medesima materia, e così una minugia per far l'ottava deue esser più grossa quattro volte dell'altra pur di minugia; & una d'ottone più grossa quattro volte d'un'altra d'ottone. Mà s'io vorrò far l'ottava con una d'ottone ad una di minugia, non si ha da ingrossar quattro volte, mà si ben farla quattro volte più graue, si che quanto alla grossezza questa di metallo non sarà altrimenti quattro volte più grossa, mà ben quadrupla in grauità, che tal' volta sarà più sottile, che la sua rispondente all'ottava più acuta che sia di minugia. Onde accade che incorporandosi un Cimbalo di corde d'Oro, & un altro d'Ottone, se saranno della medesima lunghezza, grossezza, e tensione, per esser l'Oro quasi il doppio più graue, riuscirà l'accordatura circa una quinta più graue. E qui notisi come alla velocità del moto più resiste la grauità del Mobile, che la grossezza, contro à quello, che à prima fronte altri giudicherebbe; che ben pare, che ragioneuolmente più douesse esser ritardata la velocità dalla resistenza del mezzo all'esser aperto in un mobile grosso, e leggero, che in uno graue, e sottile: tuttauia in questo caso accade tutto l'opposito. Mà seguendo il primo proposito dico, che non è la ragion prossima, & immediata delle forme de' gi' interualli musici la lunghezza delle corde, non la tensione, non la grossezza, mà si bene la proporzione de' i numeri delle vibrazioni, e percosse dell'onde dell'aria, che vanno à ferire il timpano del nostro orecchio, il quale esso ancora sotto le medesime misure di tempi vien fatto tremare. Fermato questo punto potremo per auventura assegnar' assai congrua ragione, onde auenga che di essi suoni differenti di tuono alcune coppie siano con gran diletto ricevute dal nostro sensorio, altre con minore, & altre ci feriscano con grandissima molestia, che è il cercar la ragione delle consonanze più, ò men perfette, e delle dissonanze. La molestia di queste nascerà, credo io, dalle discordi pulsazioni di due diuersi tuoni, che sproporzionatamente colpeggiano sopra 'l nostro timpano, e crudissime saranno le dissonanze, quando i tempi delle vibrazioni fussero in-

numerabili,

numerabili, per vna delle quali sarà quella, quando di due corde vnifone se ne suoni vna con tal parte dell' altra, quale è il lato del quadrato del suo Diametro: dissonanza simile al tritono, ò semidia-pente. Consonanti, e con diletto riceuute saranno quelle coppie di suoni, che verranno à percuotere con qualche ordine sopra 'l timpano; il qual ordine ricerca prima, che le percosse fatte dentro all' istesso tempo siano commensurabili di numero, acciò che la cartilagine del timpano non habbia à star' in vn perpetuo tormento d' infletterfi in due diuerse maniere per acconsentire, & vbbidire alle sempre discordi battiture. Sarà dunque la prima, e più grata consonanza l'ottaua, essendo che per ogni percossa che dia la corda graue su 'l timpano, l'acuta ne dà due; tal che amendue vanno à ferire vnitamente in vna si, e nell' altra nò delle vibrazioni della corda acuta; sì che di tutto 'l numero delle percosse la metà s'accordano à battere vnitamente, mà i colpi delle corde vnifone giungon sempre tutti insieme, e però son come d'una corda sola, nè fanno consonanza. La quinta diletta ancora atteso che per ogni due pulsazioni della corda graue l'acuta ne dà tre, dal che ne seguita, che numerando le vibrazioni della corda acuta, la terza parte di tutte s'accordano à battere insieme; cioè due solitarie s'interpongono trà ogni coppia delle concordie; e nella Diatesse non se n'interpongono trè. Nella seconda, cioè nel tuono sesquiottauo per ogni noue pulsazioni una sola arriva concordemente à percuotere con l'altra della corda più graue, tutte l' altre sono discordi, e con molestia riceuute su 'l timpano, e giudicate dissonanti dall' udito.

Simp. Vorrei con maggior chiarezza spiegato questo discorso.

A ——— E ——— B

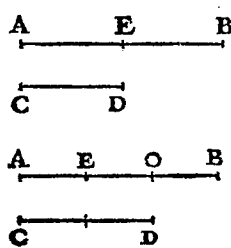
C ——— D

A ——— E ——— O ——— B

C ——— D

Salu. Sia questa linea A B lo spazio, e la dilatazione d'una vibrazione della corda graue: e la linea C D quella della corda acuta, la quale con l'altra renda l'ottaua, e diuidasi la A B in mezzo in E. E' manifesto che cominciando à muouersi le corde ne i termini A C, quando la vibrazione acuta sarà peruenuta al termine

termine D, l'altra si farà distesa solamente sino al mezzo E, il quale non sendo termine del moto, non percuote: mà ben si farà colpo in D. Ritornando poi la vibrazione dal D in C, l'altra passa da E in B, onde le due percosse di B, e di C battono unitamente su' l'timpano: e tornando à reiterarsi le simili seguenti vibrazioni si concluderà alternatamēte in vna sì, e nell'altra nò delle vibrazioni CD accadere l'unione delle percosse con quelle di AB: mà le pulsazioni de i termini hanno sempre per compagne vna delle CD, e sempre la medesima, il che è manifesto, perche posto che AC battano insieme nel passar A in B, C vā in D, e torna in C, si che i colpi AC si fanno insieme. Mà siano ora le due vibrazioni AB, CD quelle, che producono



la Diapente, i tempi delle quali sono in proporzion sesquialtera, e dividasi la AB della corda graue in tre parti eguali in EO. E intendansi le vibrazioni cominciare nell'istesso momento da i termini AC, è manifesto, che nella percossa, che si farà nel termine D, la vibrazione di AB, sarà giunta solamente in O, il timpano dunque riceue la percossa D sola: nel ritorno poi da D in C, l'altra vibrazione passa da O in B, e ritorna in O, facendo la pulsazione in B, che pure è sola, e di contratempo (accidente da considerarsi) perche hauendo noi posto le prime pulsazioni fatte nell'istesso momento ne i termini AC, la seconda che fù sola dal termine D si fece dopo quanto importa il tempo del transito CD cioè AO, mà la seguente che si farà in B dista dall'altra solo quanto è il tempo di OB, che è la metà; continuando poi il ritorno da O in A, mentre da C si vā in D, si viene à far le due pulsazioni unitamente in A e D, seguono poi altri periodi simili à questi, cioè, con l'interposizione di due pulsazioni della corda acuta scompagnate, e solitarie, e vna della corda graue pur solitaria, e interposta trà le due solitarie dell'acuta. Si che se noi figureremo il tempo diuiso in momenti, cioè in minime particole eguali; posto che ne i due primi, dalle concordi pulsazioni fatte in AC si passi in OD, e in

e in *D* si batta: che nel terzo, e quarto momento ritorni da *D* in *C* battendo in *C*, e che da *O* si passi per *B*; e si torni in *O* battendoci in *B*, e che finalmente nel quinto, e sesto momento da *O* e *C*, si passi in *A* e *D* battendo in amendue, hauremo sopra 'l timpano le pulsazioni distribuite con tal' ordine, che poste le pulsazioni delle due corde nel medesimo instante, due momenti dopo riceuerà vna percossa solitaria, nel terzo momento vn' altra pur solitaria, nel quarto vn' altra sola, e due momenti dopo, cioè nel sesto due congiunte insieme: e qui finisce il periodo, e per dir così, l'anomalia, il qual periodo si va poi più volte replicando.

Sagr. Io non posso più tacere, è forza ch' io esclami il gusto, che sento nel vedermi tanto adeguatamente rese ragioni di effetti, che tanto tempo m' hanno tenuto in tenebre, e cecità. Ora intendo, perche l'unisono non differisce punto da vna voce sola: intendo perche l'ottaua è la principal consonanza, ma tanto simile all' unisono, che come unisono si prende, e si accompagna con le altre: simile è all' unisono, perche doue le pulsazioni delle corde unisone vanno à ferire tutte insieme sempre queste della corda graue dell' ottaua vanno tutte accompagnate da quelle dell' acuta, e di queste vna s'interpone solitaria. & in distanze eguali, & in certo modo senza fare scherzo alcuno, onde tal consonanza ne diuene sdolcinata troppo, e senza brio. Mà la Quinta con quei suoi contrattempi, e con l'interpor trà le coppie delle due pulsazioni congiunte, due solitarie della corda acuta, & vna pur solitaria della graue, e queste trè con tanto intervallo di tempo, quanto è la metà di quello, che è trà ciascuna coppia, e le solitarie dell' acuta, fa vna titillazione, & vn solletico tale sopra la cartilagine del timpano, che temperando la dolcezza con vno spruzzo d'acrimonia par che insieme soauemente baci, e morda.

Salu. È forza, poiche veggo che *V. S.* gusta tanto di queste nouellizie, che io gli mostri il modo, col quale l'occhio ancora, non pur l'udito possa recrearsi nel veder' i medesimi scherzi, che sente l'udito. Suspendete palle di piombo, ò altri simili graui da trè fili di lunghezza

ghezze diverse, mà tali che nel tempo che il più lungo fà due vibrazioni il più corto ne faccia quattro, e'l mezzano tre, il che accaderà quando il più lungo contenga sedici palmi, ò altre misure, delle quali il mezzano ne contenga noue, & il minore quattro; e rimossi tutti insieme dal perpendicolo, e poi lasciati gli andare si vedrà vn' intrecciamento vago di essi fili con incontri varii, mà tali che ad ogni quarta vibrazione del più lungo tutti tre arriveranno al medesimo termine unitamente, e da quello poi si partiranno reiterando di nuouo l'istesso periodo: la qual mistione di vibrazioni è quella, che fatta dalle corde rende all' udito l'ottaua con la quinta in mezzo. E se con simile disposizione si andranno temperando le lunghezze di altri fili, si che le vibrazioni loro rispondano à quelle di altri interualli musici, mà consonanti, si vedranno altri, & altri intrecciamenti, e sempre tali che in determinati tempi, e dopo determinati numeri di vibrazioni tutti i fili (siano tre, ò siano quattro) si accordano à giugner nell'istesso momento al termine di loro vibrazioni, e di lì à cominciare vn' altro simil periodo: mà quando le vibrazioni di due, ò più fili siano, ò incommensurabili, si che mai non retornino à terminar concordemente determinati numeri di vibrazioni, ò se pur non essendo incommensurabili vi ritornano dopo lungo tempo, e dopo gran numero di vibrazioni, allora la vista si confonde nell'ordine disordinato di sregolata intrecciatura, e l'udito con noia riceue gli appulsi intemperati de i tremori dell'aria, che senza ordine, ò regola vanno à ferire su'l timpano.

Mà doue Signori miei ci siamo lasciati trasportare per tante ore da i varii Problemi, & inopinati discorsi? Siamo giunti à sera, e della proposta materia habbiamo trattato pochissimo, ò niente: anzi ce ne siamo in mode disuiati, che à pena mi souviene della prima introduzione, e di quel poco ingresso, che facemmo come Ipotesi, e principio delle future dimostrazioni.

Sagr. Sarà dunque bene, che ponghiamo per oggi fine à i nostri ragionamenti dando commodo alla mente di andarsi nel riposo della notte tranquillando per tornar poi domani (quando piaccia à

V. S. di fauorirci) à i discorsi desiderati, e principalmente intesi.

Salu. Non mancherò d'esser quà all' istessa ora di oggi à seruirle, e goderle.

Finisce la prima Giornata.

GIORNATA SECONDA.

Sagr. **S**Tauamo il S. Simplicio, & io aspettando la venuta di V. S., e nel medesimo tempo ci andauamo riducendo à memoria, l'ultima considerazione, che quasi come principio, e supposizione delle conclusioni, che V. S. intendeva di dimostrarci fù circa quella resistenza, che hanno tutti i corpi solidi all' esser rotti, dependente da quel glutine, che tiene le parti attaccate, e congiunte, sicche non senza una potente attrazione, cedono, e si separano: si andò poi cercando, qual potesse esser la causa di tal coerenza, che in alcuni solidi è gagliardissima, proponendosi principalmente quella del Vacuo, che fù poi cagione di tante digressioni, che ci tennero tutta la giornata occupati, e lontani dalla materia primieramente intesa, che era la contemplazione delle resistenze de i solidi all' essere spezzati.

Salu. Ben mi souuene del tutto, e ritornando su'l filo incominciato: Posta qualunque ella sia la resistenza de i corpi solidi all' essere spezzati per una violenta attrazione, basta che indubitabilmente ella in loro si troua: la quale ben che grandissima contro alla forza di chi per diritto gli tira, minore per lo più si offerua nel violentargli per trauerso: e così veggiamo una verga per esempio d'acciaio, ò di vetro reggere per lo lungo il peso di mille libbre, che fitta à squadra in un muro si spezzerà con l'attaccargliene cinquanta solamente. E di questa seconda resistenza deuamo noi parlare, ricercando secondo quali proporzioni ella si ritroui ne i Prismi, e Cilindri simili, ò di simili in figura, lunghezza, e grossezza, essendo però

però dell' istessa materia: nella quale specolazione io piglio come principio noto quello che nelle Meccaniche si dimostra trà le passioni del Vette, che noi chiamiamo Leua; cioè, Che nell' uso della Leua la forza alla resistenza hà la proporzion contraria di quella, che hanno le distanze tra 'l sostegno, e le medesime forza, e resistenza.

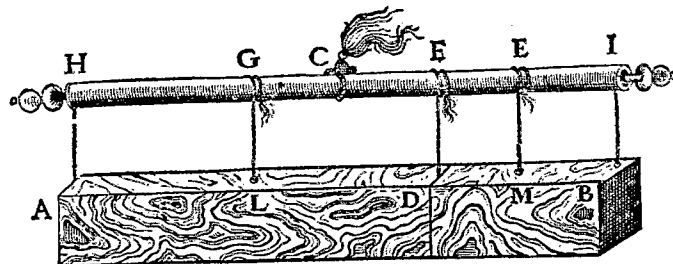
Simp. Questo fu dimostrato da Aristotele nelle sue Meccaniche prima che da ogni altro.

Salu. Voglio che gli concediamo il primato nel tempo, mà nella fermezza della dimostrazione parmi che se gli deua per grand' intervallo anteporre Archimede, da una sola proposizione, del quale dimostrata da esso ne gli equponderanti dependono le ragioni non solamente della Leua, mà della maggior parte de gli altri strumenti Meccanici.

Sagr. Mà già che questo principio è il fondamento di tutto quello, che voi hauete intenzione di volerci dimostrare, non farebbe se non molto à proposito l'arrecarci anco la proua di tal supposizione, quando non sia materia molto prolissa, dandoci una intera, e compita instruzione.

Salu. Come questo si habbia à fare, sarà pur meglio che io per altro ingresso alquanto diuerso da quello d' Archimede v' introduca nel campo di tutte le future specolazioni; e che non supponendo altro, se non che Pesi eguali posti in bilancia di braccia eguali facciano l'equilibrio, (principio supposto parimente dal medesimo Archimede) io venga poi à dimostrarui, come non solamente altrettanto sia vero, che Pesi diseguali facciano l'equilibrio in stadera di braccia diseguali secondo la proporzione di essi Pesi permutatamente sospesi, ma che l'istessa cosa fa colui, che colloca Pesi eguali in distanze eguali, che quello che colloca Pesi diseguali in distanze, che habbiano permutatamente la medesima proporzione che i Pesi. Or per chiara dimostrazione di quanto dico, segno vn Prisma, ò Cilindro solido AB , sospeso dall' estremità alla linea HI , e sostenuto da due fili HA , IB . E manifesto, che se io sospenderò il tutto dal filo C posto nel mezzo della bilancia HI , il Prisma AB , resterà equi-

brato, essendo la metà del suo peso da una banda, e l'altra dall'altra del punto della sospensione C per il principio da noi supposto. Intendasi ora il Prisma esser diviso in parti diseguali dal piano per la linea

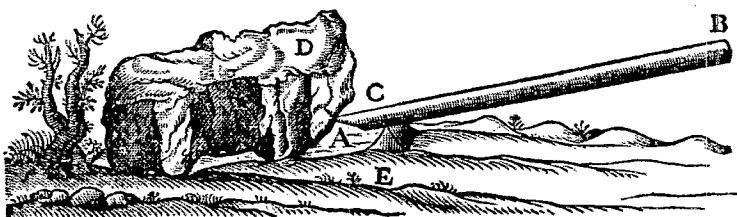


D, e sia la parte DA maggiore, e la DB minore, & acciò che fatta tal divisione le parti del Prisma restino nel medesimo sito, e costituzione rispetto alla linea HI soccorriamo con un filo ED, il quale fermato nel punto E sostenga le parti del Prisma AD, DB, non è da dubitarsi, che non si essendo fatta veruna local mutazione nel Prisma rispetto alla bilancia HI ella resterà nel medesimo stato dell'equilibrio. Ma nella medesima costituzione resterà ancora se la parte del Prisma, che ora è sospesa dalle due estremità con li fili AH, DE, si appenda ad un sol filo GL posto nel mezzo; e parimente l'altra parte DB non muterà stato sospesa dal mezzo, e sostenuta dal filo FM. Sciolti dunque i fili HA, ED, IB, e lasciati solo li due GL, FM, resterà l'istesso equilibrio, fatta pur sempre la sospensione dal punto C. Or qui voltiamoci à considerare come noi habbiamo due gravi AD, DB, pendenti da i termini GF di una libra GF, nella quale si fa l'equilibrio dal punto C, in modo che la distanza della sospensione del graue AD, dal punto C, è la linea CG, e l'altra parte CF, è la distanza, dalla qual pende l'altro graue DB. Resta dunque solo da dimostrarsi tali distanze hauer la medesima proporzione trà di loro, che hanno gli stessi Pesi, ma permutatamente presi: cioè che la distanza GC alla CF sia come il Prisma DB al Prisma DA, il che proueremo così. Essendo la linea GE la metà della EH,

e la

e la EF metà della EI , sarà tutta la GF metà di tutta la HI , e però eguale alla CI , e trattane la parte comune CF , sarà la rimanente GC eguale alla rimanente FI , cioè, alla FE , e presa comunemente la CE saranno le due GE , CF eguali; e però come GE ad EF , così FC à CG , mà come GE ad EF , così la doppia alla doppia, cioè HE ad EI , cioè il Prisma AD al Prisma DB . Adunque per l'egual proporzione, e conuertendo, come la distanza GC alla distanza CF , così il Peso BD al Peso DA , che è quello, che io voleuo prouarui. Inteso sin qui non credo che voi porrete difficoltà in ammettere che i due Prismi AD , DB facciano l'equilibrio dal punto C , perche la metà di tutto 'l solido AB è alla destra della sospensione C , e l'altra metà dalla sinistra: e che così si vengono à rappresentar due pesi eguali disposti, e distesi in due distanze eguali. Che poi li due Prismi AD , DB ridotti in due dadi, ò in due palle, ò in due qual' altre si siano figure, (purche si conseruino le sospensioni medesime GF) seguitino di far l'equilibrio dal punto C , non credo che sia alcuno che ne possa dubitare; perche troppo manifesta cosa è, che le figure non mutano peso, doue si ritenga la medesima quantità di materia. Dal che possiamo raccor la general conclusione, che due Pesi qualunque si siano fanno l'equilibrio da distanze permutatamente rispondenti alle lor grauità. Stabilito dunque tal principio auanti che passiamo più oltre, deuo metter in considerazione, come queste forze, resistenze, momenti, figure, si posson considerar' in astratto, e separate dalla materia, & anco in concreto, e congiunte con la materia; & in questo modo quelli accidenti, che conuerranno alle figure considerate come immateriali, riceueranno alcune modificazioni, mentre li aggiugneremo la materia, & in conseguenza la grauità; come per esempio se noi intenderemo vna Leua, qual sarebbe questa BA , la quale, posando su 'l sostegno E sia applicata per solleuare il graue sasso D . E manifesto per il dimostrato principio, che la forza posta nell' estremità B basterà per adeguare la resistenza del graue D , se il suo momento al momento di esso D habbia la medesima proporzione, che hà la distanza AC alla distanza CB , e questo è vero non mettendo

mettendo in considerazione altri momenti che quelli della semplice forza in B, e della resistenza in D, quasi che l'istessa Leua fusse immateriale, e senza gravità. Ma se noi metteremo in conto la gravità



ancora dello strumento stesso della Leua, la quale sarà talor di legno, e tal volta anche di ferro; è manifesto che alla forza in B aggiunto il peso della Leua altererà la proporzione, la quale conuerà pronunziare sotto altri termini. E però prima che passar più oltre è necessario, che noi conuenghiamo in por distinzione trà queste due maniere di considerare, chiamando, vn prendere assolutamente quello, quando intenderemo lo strumento preso in astratto, cioè separato dalla gravità della propria materia: ma congiugnendo con le figure semplici, & assolute la materia con la gravità ancora, nomineremo le figure congiunte con la materia momento, o forza composta.

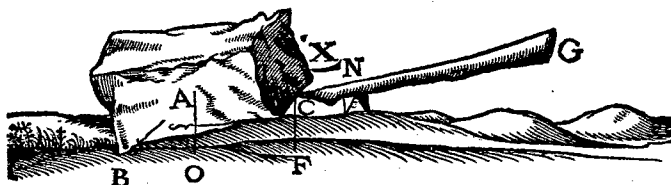
Sagr. E forza ch'io rompa il proposito, che haueo di non dar' occasione di digredire, mà non potrei con attenzione applicarmi al rimanente, se non mi fusse rimosso certo scrupolo, che mi nasce; & è questo, che mi pare che V. S. faccia comparazione della forza posta in B con la total gravità del sasso D, della qual gravità mi pare che vna parte, e forse forse la maggiore si appoggi sopra 'l piano dell' Orizzonte; sì che

Salu. Hò inteso benissimo. V. S. non soggiunga altro; mà solamente auuerta, che io non hò nominata la gravità totale del sasso, mà hò parlato del momento, che egli tiene, & esercita sopra 'l punto A estremo termine della Leua B A, il quale è sempre minore dell' intero peso del sasso; & è variabile secondo la figura della pietra, e secondo che ella vien più, o meno sollevata.

Sagr.

Sagr. Resto appagato, mà mi nasce vn' altro desiderio; che è che per intera cognizione mi fusse dimostrato il modo, se vi è, di poter' investigare qual parte sia del peso totale quella, che vien sostenuta dal soggetto piano, e quale quella, che graua su 'l Vette nell' estremità A.

Salu. Perche posso con poche parole dargli sodisfazione, non voglio lasciar di seruirlo; però facendone vn poco di figura, intenda V. S. il peso, il cui centro di grauità sia A appoggiato sopra l' Ori-



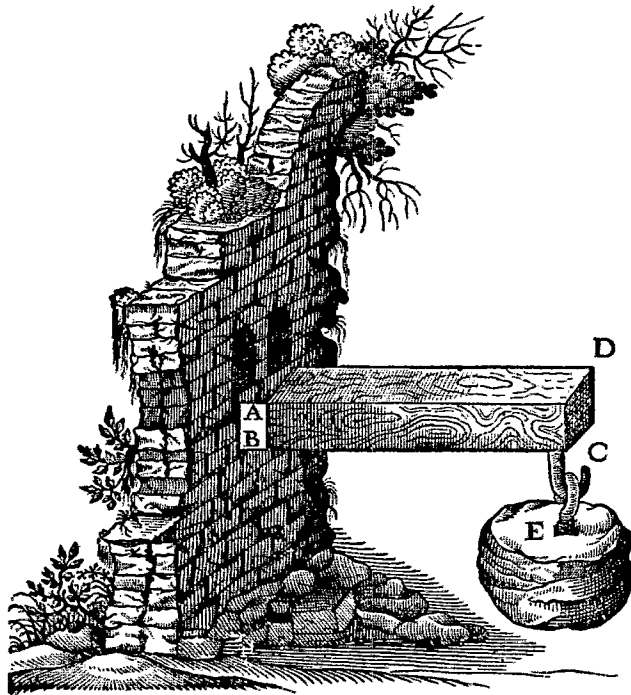
zonte co' l' termine B, e nell' altro sia sostenuto col Vette C G, sopra'l sostegno N da una potenza posta in G, e dal centro A, e dal termine C caschino perpendicolari all' Orizzonte A O, C F. Dico il momento di tutto il peso al momento della potenza in G hauer la proporzion composta della distanza G N alla distanza N C, e della F B alla B O. Facciasi come la linea F B alla B O, così la N C alla X, & essendo tutto il peso A sostenuto dalle due potenze poste in B, e C, la potenza B alla C, è come la distanza F O alla O B, e componendo, le due potenze B C insieme, cioè, il total momento di tutto'l Peso A alla potenza in C, è come la linea F B alla B O, cioè come la N C alla X, mà il momento della potenza in C al momento della potenza in G, è come la distanza G N alla N C, adunque per la perturbata il total peso A al momento della potenza in G, è come la G N alla X, mà la proporzione di G N ad X, è composta della proporzione G N ad N C, e di quella di N C ad X, cioè, di F B à B O, adunque il peso A alla potenza che lo sostiene in G, hà la proporzione composta della G N ad N C, e di quella di F B à B O, ch' è quello che si douea dimostrare. Or tornando al nostro primo proposito, intese tutte le cose

P

fin

fin qui dichiarate, non sarà difficile l'intender la ragione, onde au-
 uenga, che vn Prisma, ò Cilindro solido di vetro, acciaio, legno, ò
 altra materia frangibile, che sospeso per lungo sosterrà gravissimo
 peso, che gli sia attaccato, mà in trauerso (come poco fa dicuamo) da
 minor peso assai potrà tal volta essere spezzato, secondo che la sua
 lunghezza eccederà la sua grossezza. Imperò che figuriamoci il Pris-
 ma solido AB, CD fitto in vn muro dalla parte AB , e nell' altra
 estremità s'intenda la forza del Peso E , (intendendo sempre il mu-
 ro esser eretto all' Orizzonte, & il Prisma, ò Cilindro fitto nel muro
 ad angoli retti) è manifesto che douendosi spezzare si romperà nel

TOP.
 I.



luogo B , douè
 il taglio del
 muro serue
 per sostegno, e
 la BC per la
 parte della
 Leua, doue si
 pone la forza,
 e la grossezza
 del solido BA
 e l'altra parte
 della Leua,
 nella quale è
 posta la resi-
 stenza, che
 consiste nel-
 lo staccamen-
 to, che s' hà
 da fare della
 parte del soli-
 do BD , che è

fuor del muro, da quella che è dentro; e per le cose dichiarate il mo-
 mento della forza posta in C al momento della resistenza che stà
 nella

nella grossezza del Prisma, cioè, nell' attaccamento della base BA con la sua contigua ha la medesima proporzione, che la lunghezza CB alla metà della BA , e però l' assoluta resistenza all' esser rotto che è nel Prisma BD (la quale assoluta resistenza è quella, che si fa col tirarlo per diritto, perche allora tanto è il moto del mouente quanto quello del mosso) all' esser rotto con l' aiuto della Leua BC , ha la medesima proporzione che la lunghezza BC alla metà di AB nel Prisma, che nel Cilindro è il semidiametro della sua base. E questa sia la nostra prima Proposizione. E notate che questo che dico si debbe intendere rimossa la considerazione del peso proprio del solido BD , il qual solido hò preso, come nulla pesante. Mà quando vorremo mettere in conto la sua grauità congiugnendola col peso E , douiamo al peso E aggiugnere la metà del peso del solido BD , si che essendo v. gr. il peso di BD due libbre, e 'l peso di E libbre dieci, si deue pigliare il Peso E come se fusse undici.

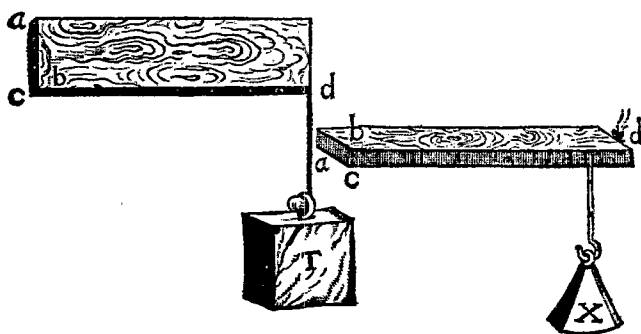
Simp. E perche non come se fusse dodici?

Salu. Il Peso E . S. Simp. mio pendente dal termine C preme in rispetto alla Leua BC , con tutto 'l suo momento di libbre dieci, doue se fusse appeso il solo BD , grauerebbe con tutto 'l momento di due libbre, mà, come vedete, tal solido è distribuito per tutta la lunghezza BC uniformemente, onde le parti sue vicine all' estremità B grauano manco delle più remote; si che in somma ristorando quelle con queste, il peso di tutto 'l Prisma si riduce à laorare sotto 'l centro della sua grauità, che risponde al mezzo della Leua BC ; mà un peso pendente dalla estremità C ha momento doppio di quello, che harebbe pendendo dal mezzo; e però la metà del peso del Prisma si deue aggiugnere al Peso E , mentre ci seruiamo del momento di amendue, come locati nel termine C .

Simp. Resto capaciissimo, e di più s'io non m'inganno, parmi che la potenza di amendue i pesi BD & E posti così, harebbe l'istesso momento, che se tutto il peso di BD col doppio di E , fusse appeso nel mezzo dalla Leua BC .

Salu. Così è precisamente, e si deue tenere à memoria. Qui possiamo

possiamo immediatamente intender, come e con che proporzione
 sp. resista più una verga, ò vogliam dir Prisma più largo, che grosso all'
 l. esser rotto, fattogli forza secondo la sua larghezza, che secondo la
 grossezza. Per intelligenza di che intendasi una riga ad ; la cui
 larghezza sia ac , e la grossezza assai minore cb , si cerca, perche

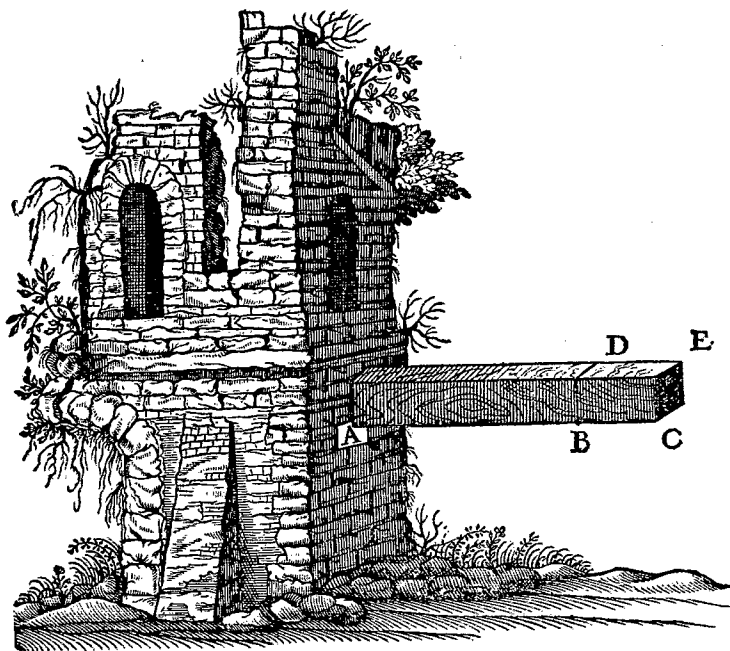


volendola romper per taglio, come nella prima figura, resisterà al gran peso T , mà posta per piatto come nella seconda figura, non resisterà all' x minore del T , il che si farà manifesto, mentre intendiamo il sostegno essere una volta sotto la linea abc , & un' altra sotto la ca , e le distanze delle forze esser nell' un caso, e nell' altro eguali, cioè la lunghezza bd . Mà nel primo caso la distanza della resistenza dal sostegno, che è la metà della linea ca , è maggiore della distanza nell' altro caso, la quale è la metà della bc : però la forza del Peso T , conuiene che sia maggiore della x , quanto la metà della larghezza ca è maggiore della metà della grossezza bc , seruendoci quella per contralleua della ca , e questa della cb per superare la medesima resistenza, che è la quantità delle fibre di tutta la base ab . Concludesi per tanto la medesima riga, ò Prisma più largo che grosso resister più all' esser rotto per taglio, che per piatto secondo la proporzione della larghezza alla grossezza.

Conuiene

Conviene ora che cominciamo à inuestigare secondo qual proporzione vadia crescendo il momento della propria grauità in relazione alla propria resistenza all' essere spezzato in un Prisma, ò Cilindro, mentre stando parallelo all' Orizone si vada allungando; il qual momento trouo andar crescendo in duplicata proporzione di quella dell' allungamento, per la cui dimostrazione intendasi il Prisma, ò Cilindro *A D* fitto saldamente nel muro dall' estremità *A*,

Prop.
III.



e sia equidistante all' Orizone, & il medesimo intendasi allungato sino in *E* aggiugnendoni la parte *BE*. È manifesto che l'allungamento della Leua *AB* sino in *C* cresce per se solo, cioè assolutamente preso, il momento della forza premente contro alla resistenza dello staccamento, e rottura da farsi in *A* secondo la proporzione di *CA* à *BA*, mà oltre à questo il peso aggiunto del solido *BE* al peso del

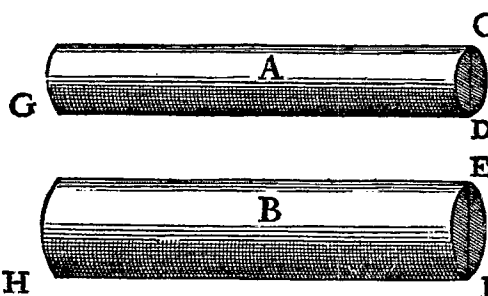
solido AB , cresce il momento della gravità premente secondo la proporzione del Prisma AE al Prisma AB , la qual proporzione è la medesima della lunghezza AC alla AB , adunque è manifesto, che congiunte i due accrescimenti delle lunghezze, e delle gravità il momento composto di amendue è in doppia proporzione di qualunque di esse. Concludasi per tanto, i momenti delle forze de i Prismi, e Cilindri egualmente grossi, ma disegualmente lunghi esser trà di loro in duplicata proporzione di quella delle lor lunghezze, cioè esser come i quadrati delle lunghezze.

Mostreremo adesso nel secondo luogo, secondo qual proporzione cresca la resistenza all' essere spezzati ne i Prismi, e Cilindri, mentre restino della medesima lunghezza, e si accresca la grossezza. E qui dico che

prop.
IV.

Ne i Prismi, e Cilindri egualmente lunghi, ma disegualmente grossi la resistenza all' esser rotti cresce in triplicata proporzione de i diametri delle lor grossezze, cioè delle lor basi.

Idue Cilindri siano questi AB , le cui lunghezze eguali DG , FH , le basi diseguali, i cerchi, i cui Diametri CD , EF . Dico, la resistenza del Cilindro B alla resistenza del Cilindro A , ad esser rotti, ha-



uer triplicata proporzione di quella che hà il Diametro FE al Diametro DC . Imperò che se consideriamo l' assoluta, e semplice resistenza, che risiede nelle basi, cioè ne i Cerchi EF ,

DC , all' essere strappati facendogli forza col tirargli per diritto, non è dubbio che la resistenza del Cilindro B è tanto maggiore, che quella del Cilindro A , quanto il Cerchio EF è maggiore del CD , perche tante più sono le fibre, i filamenti, ò le parti tenaci, che tengono unite le parti

le parti de i solidi. Mà se consideriamo che nel far forza per trauer-
so ci seruiamo di due Leue, delle quali le parti, ò distanze, doue si ap-
plicano le forze, sono le linee $D G, F H$, i sostegni sono ne punti $D F$,
mà le altre parti, ò distanze, doue son poste le resistenze, sono i semi-
diametri de i Cerchi $D C, E F$ perche i filamenti sparsi per tutte le
superficie de i Cerchi, è come se tutti si riduceessero ne i centri: consi-
derando dico, tali Leue intenderemo la resistenza nel centro della
base $E F$ contro alla forza di H , esser tanto maggiore della resistenza
della base $C D$ contro alla forza posta in G , (e sono le forze in G &
 H , di Leue eguali $D G, F H$.) quanto il semidiametro $F E$ è mag-
giore del semidiametro $D C$, cresce dunque la resistenza all' esser
rotta nel Cilindro B sopra la resistenza del Cilindro A , secondo
amendue le proporzioni de i Cerchi $E F, D C$, e de i lor semidiame-
tri, ò vogliam dir Diametri: mà la proporzione de i Cerchi è doppia
di quella de i Diametri, adunque la proporzione delle resistenze,
che di quelle si compone, è triplicata della proporzione de i medesi-
mi Diametri, che è quello, che doueouo prouare. Mà perche anco i
Cubi sono in tripla proporzione de i loro lati, possiamo similmente
concludere le resistenze de i Cilindri egualmente lunghi esser trà
di loro come i Cubi de i lor Diametri.

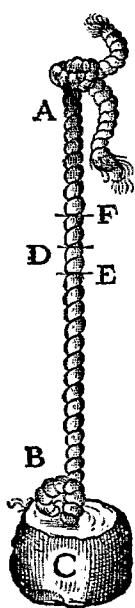
Dà questo che si è dimostrato, possiamo concludere ancora, le resi- Coro
stenze de i Prismi, e Cilindri egualmente lunghi hauer sesquialtera
proporzione di quella de gli stessi Cilindri. Il che è manifesto, per-
che i Prismi, e Cilindri egualmente alti hanno trà di loro la medesi-
ma proporzione, che le lor basi, cioè, doppia de i lati, ò Diametri di
esse basi: mà le resistenze (come si è dimostrato) hanno triplicata
proporzione de i medesimi lati, ò Diametri, adunque la proporzione
delle resistenze è sesquialtera della proporzione de gli stessi solidi, &
in conseguenza de i pesi de i medesimi solidi.

Simp. Egli è forza che auanti che si proceda più oltre, io resti
sincerato di certa mia difficoltà; e questa è che sin qui non hò sentito
mettere in considerazione cert' altra sorte di resistenza, la quale mi
par che venga diminuita ne i solidi, secondo che si vanno più, e più
allun-

allungando, e non solo nell' uso trasuersale, mà ancora per lo lungo, in quel modo appunto che veggiamo vna corda lunghissima esser molto meno atta à reggere vn gran peso, che se fusse corta: onde io credo che vna verga di legno, ò di ferro più peso assai potrà reggere se sarà corta, che se sarà molto lunga; intendendo sempre usata per lo lungo, e non in trauerfo; & anco messo in conto il suo proprio peso, che nella piùlunga è maggiore.

Salu. Dubito S. Simp., che in questo punto voi con molti altri v' inganniate, se però hò ben compreso il vostro concetto, si che voi vogliate dire, che vna corda lunga, v. gr., quaranta braccia non possa sostenere tanto peso, quanto se fusse vn braccio, ò due della medesima corda.

Simp. Coteſto hò voluto dire, e sin qui mi par proposizione assai probabile.



Salu. Mà io l' hò per falsa, non che per improbabile; e credo di poterui assai agevolmente cauar d' errore. Però ponghiamo questa corda A B fermata di sopra dal capo A, e dall' altro sia il Peso C, dalla cui forza debba essa corda essere rotta. Assegnatemi voi S. Simp. il luogo particolare doue debba seguir la rottura.

Simp. Sia nel luogo D.

Salu. Vi domando qual sia la cagione dello strapparsi in D.

Simp. È la causa di ciò, perche la corda in quella parte non era potente a reggere, v. gr., cento libbre di peso, quanto è la parte D B con la pietra C.

Salu. Adunque tutta volta che tal corda nella parte D venisse violentata dalle medesime cento libbre di peso, ella li si strapperebbe.

Simp. Così credo.

Salu. Mà ditemi ora; chi attaccasse il medesimo peso non al fine della corda B, mà vicino al punto D, come sarebbe in E,

in E, ò vero legasse la corda non nella altezza A, mà pur vicina, e sopra al punto medesimo D come sarebbe in F, ditemi, dico, se il punto D sentirebbe il medesimo peso delle cento libbre.

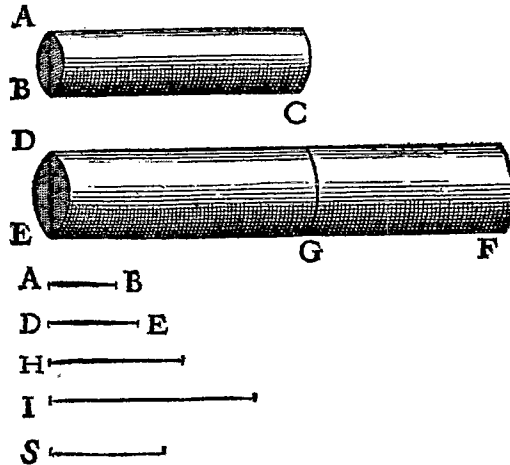
Simp. Sentirebbelo, accompagnando però il pezzo di corda EB con la pietra C.

Salu. Se dunque la corda nel punto D vien tirata dalle medesime cento libbre di peso, si romperà per la vostra concessione; e pure la FE è un piccol pezzo della lunga AB, come dunque volete più dire, che la corda lunga sia più debole della corta? Contentatevi dunque d'esser cauato d'un' errore, nel quale hauete hauto molti compagni, & anco per altro molto intelligenti. E seguitiamo innanzi: & hauendo dimostrato i Prismi, e Cilindri crescere il lor momento sopra le proprie resistenze secondo i Quadrati delle lunghezze loro (mantenendo però sempre la medesima grossezza) e parimente gli egualmente lunghi, mà differenti in grossezza crescer le lor resistenze secondo la proporzione de i Cubi de i lati, ò Diametri delle lor basi, passiamo à inuestigare quello che accaggia à tali solidi differenti in lunghezza, e grossezza, ne i quali io offerno che

I Prismi, e Cilindri di diuersa lunghezza, e grossezza hanno le lor resistenze all' esser rotti di proporzione composta della proporzione de i Cubi de Diametri delle lor basi, e della proporzione delle lor lunghezze permutatamente prese. P

Siano tali due Cilindri questi ABC, DEF. Dico, la resistenza del Cilindro AC alla resistenza del Cilindro DE, hauer la proporzione composta della proporzione del Cubo del Diametro AB al Cubo del Diametro DE, e della proporzione della lunghezza EF alla lunghezza BC. Pongasi la EG eguale alla BC, e delle linee AB, DE sia terza proporzionale la H, e quarta la I, e come la EF alla BC, e delle linee, così sia la I alla S. E perche la resistenza del Cilindro AC alla resistenza del Cilindro DG, è come il Cubo AB al Cubo DE, cioè come la linea AB alla linea I, e la resistenza del Cilindro DG alla resistenza del Cilindro DF come la lunghezza

FE alla EG, cioè come la linea I alla S, adunque per l'egual proporzione, come la resistenza del Cilindro AC alla resistenza del Cilindro DF, così la linea



AB alla S, ma la linea AB alla S, ha la proporzione composta della AB alla I, e della I alla S, adunque la resistenza del Cilindro AC alla resistenza del Cilindro DF, ha la proporzione composta della AB alla I, cioè del Cubo di AB al Cubo di DE, e della proporzione della linea I alla S, cioè della lunghezza

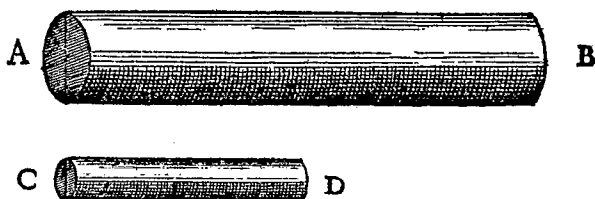
EF alla lunghezza BC, che è quello, che intendono di dimostrare.

Dopo la dimostrata Proposizione voglio che consideriamo quello, che accaggia tra i Cilindri, e Prismi simili, de i quali dimostreremo, come

De i Cilindri, e Prismi simili i momenti composti cioè risultanti dalle lor gravità, e dalle loro lunghezze, che sono come Leue, hanno tra di loro proporzione sesquialtera di quella, che hanno le resistenze delle medesime lor basi.

Per il che dimostrare segniamo i due Cilindri simili AB, CD. Dico, il momento del Cilindro AB per superare la resistenza della sua base B, al momento di CD per superare la resistenza della sua D, hauer sesquialtera proporzione di quella, che ha la medesima resistenza della base B alla resistenza della base D, e perche i momenti de i solidi AB, CD per superar le resistenze delle lor basi B D son composti delle lor gravità, e delle forze delle lor Leue, e la forza della
Leua

Leua AB è eguale alla forza della Leua CD , e questo perche la lunghezza AB al semidiametro della base B , hà la medesima proporzione (per la similitudine de Cilindri) che la lunghezza CD al se-



midiametro della base D , resta che 'l momento totale del Cilindro AB al momento totale di CD , sia come la sola grauità del Cilindro AB alla sola grauità del Cilindro CD , cioè come l'istesso Cilindro AB all'istesso CD ; mà questi sono in triplicata proporzione de i Diametri delle basi loro BD , e le resistenze delle medesime basi, essendo trà di loro come l'istesse basi, sono in conseguenza in duplicata proporzione de i medesimi loro Diametri; adunque i momenti de i Cilindri son' in sesquialtera proporzione delle resistenze delle basi loro.

Simp. Questa Proposizione mi è veramente giunta non solamente nuoua, mà inaspettata e nel primo aspetto assai remota dal giudizio, che io ne hauerei coniettualmente fatto: imperò che essendo tali figure in tutto 'l restante simili, harei tenuto per fermo, che anco i momenti loro verso le proprie resistenze hauessero ritenuta la medesima proporzione.

Sagr. Questa è la dimostrazione di quella proposizione, che nel principio de nostri ragionamenti dissi parermi discorgere per ombra.

Salu. Quello che ora accade al S. Simp. auuenne per alcun tempo à me credendo che le resistenze di solidi simili fusser simili, sin che certa, ne anco molto fissa, ò accurata offeruazione mi pareua rappresentarmi, ne i solidi simili non mantenersi vn tenore eguale nelle loro robustezze, mà i maggiori esser meno atti à patire gli euenti violenti, come rimaner più offesi dalle cadute gli huomini grandi,

che i piccoli fanciulli, e, come da principio diceuamo, cadendo dalla medesima altezza vedesi andare in pezzi vna gran traue, ò vna colonna, mà non così vn piccolo corrente, ò vn piccol Cilindro di marmo. Questa tal quale offeruazione mi destò la mente all' inuestigazione di quello, che ora son per dimostrarui, proprietà veramente ammirabile, poiche trà le infinite figure solide simili trà di loro pur due non vene sono i momenti delle quali verso le proprie resistenze ritenghino la medesima proporzione.

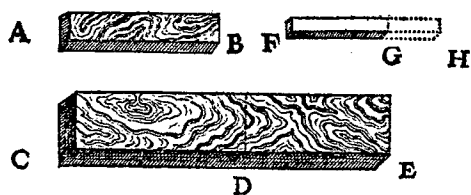
Simp. Ora mi fate souenire non sò che posto da Aristotele trà le sue *Quistioni Meccaniche*, mentre vuol render la ragione, onde auuenga che i legni quanto più son lunghi, tanto più son deboli, e più si piegano ben che i più corti sieno più sottili, e i lunghi più grossi; e se io ben mi ricordo, ne riduce la ragione alla semplice Leua.

Salu. È verissimo, e perche la soluzione non par che tolga interamente la ragion del dubitare *Monf. di Gueuara*, il quale veramente con i suoi dottissimi *Comentarii* hà altamente nobilitata, e illustrata quell' Opera, si estende con altre più acute specolazioni per sciorre tutte le difficoltà restando però esso ancora perplesso in questo punto, se crescendo con la medesima proporzione le lunghezze, e le grossezze di tali solide figure, si deua mantenere l'istesso tenore nelle loro robustezze, e resistenze nell' esser rotti, & anco nel piegarsi. Io dopo vn lungo pensarui hò in questa maniera ritrouato quello che seguentemente son per apportarui. E prima dimostrerò che

De i Prismi, ò Cilindri simili grani vn solo, e vnico è quello, che si riduce (grauato dal proprio peso) all' ultimo stato trà lo spezzarsi, e 'l sostenersi intero: si che ogni maggiore, come impotente à resistere al proprio peso, si romperà, e ogni minore resiste à qualche forza che gli venga fatta per romperlo.

Sia il Prisma graue *AB* ridotto alla somma lunghezza di sua consistenza, si che allungato vn minimo di più si rompesse: Dico questo esser' vnico trà tutti i suoi simili (che pur sono infiniti) atto ad esser ridotto

ridotto in tale stato ancipite, si che ogni maggiore oppresso dal proprio peso si spezzerà, & ogni minore nò, anzi potrà resistere à qualche aggrauio di nuoua violenza, oltre à quella del proprio peso.



Sia prima il Prisma CE simile, e maggiore di AB. Dico questo non poter consistere, mà romperfi superato dalla propria grauità. Pongasi la parte CD lunga quanto AB. E perche

la resistenza di CD à quella di AB, è come il Cubo della grossezza di CD, al Cubo della grossezza di AB, cioè come il Prisma CE al Prisma AB, (essendo simili) adunque il peso di CE è il sommo, che possa esser sostenuto nella lunghezza del Prisma CD, mà la lunghezza CE è maggiore: adunque il Prisma CE si romperà. Mà sia FG minore; si dimostrerà similmente (posta FH eguale alla BA) la resistenza di FG à quella di AB, esser come il Prisma FG al Prisma AB, quando la distanza AB, cioè FH fusse eguale alla FG, mà è maggiore: adunque il momento del Prisma FG posto in G, non basta per romper' il Prisma FG.

Sagr. Chiarissima, e breue dimostrazione concludente la verità, e necessità d'una Proposizione, che nel primo aspetto sembra assai remota dal verisimile. Bisognerebbe dunque alterare assai la proporzione trà la lunghezza, e la grossezza del Prisma maggiore con l'ingrossarlo, ò scorciarlo, acciò si riducesse allo stato ancipite trà 'l reggersi, e lo spezzarsi, e l'investigazione di tale stato penso che potesse esser' altrettanto ingegnosa.

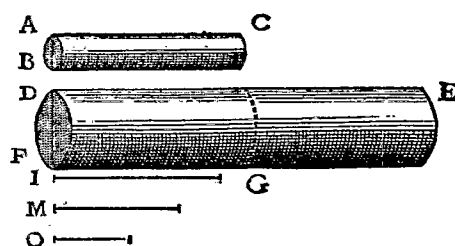
Salu. Anzi più presto d'auantaggio, come anco più laboriosa; & io lo so, che vi spesi non piccol tempo per ritrouarla; & ora voglio parteciparuela:

Dato dunque vn Cilindro, ò Prisma di massima lunghezza da non esser dal suo proprio peso spezzato, e data una lunghezza maggiore, trouar la grossezza d'un altro Cilindro,

Pro.
VI.

ò Prisma che sotto la data lunghezza sia l'unico, e massimo resistente al proprio peso.

Sia il Cilindro BC massimo resistente al proprio peso, e sia la DE lunghezza maggiore della AC , bisogna trouare la grossezza del Cilindro, che sotto la lunghezza DE sia il massimo resistente al proprio peso. Sia delle lunghezze DE , AC terza proporzionale I , e come DE ad I , così sia il Diametro FD al Diametro BA , e facciasi il Cilindro FE . Dico, questo esser il massimo, & unico tra tutti i suoi simili resistente al proprio peso. Delle linee DEI sia terza proporzionale M , e quarta O . E pongasi FG eguale alla AC .



E perche il Diametro FD al Diametro AB , è come la linea DE alla I , e delle DEI la O è quarta proporzionale, il Cubo di FD al Cubo di BA sarà, come la DE alla O , ma come il Cubo di FD al Cubo di BA , così è la resistenza del Cilindro DG alla resistenza del Cilindro BC , adunque la resistenza del Cilindro DG à quella del Cilindro BC , è come la linea DE alla O . E perche il momento del Cilindro BC è eguale alla sua resistenza, se si mostrerà il momento del Cilindro FE al momento del Cilindro BC , esser come la resistenza DF alla resistenza BA , cioè come il Cubo di FD al Cubo di BA , cioè come la linea DE alla O , habremo l'intento: cioè il momento del Cilindro FE esser eguale alla resistenza posta in FD . Il momento del Cilindro FE al momento del Cilindro DG , è come il Quadrato della DE al quadrato della AC , cioè come la linea DE alla I , mà il momento del Cilindro DG al momento del Cilindro BC , è come il Quadrato DF al Quadrato BA , cioè come il Quadrato di DE al Quadrato della I , cioè come il Quadrato della I al Quadrato della M , cioè come la I alla O , adunque per l'egual proporzione, come il momento del Cilindro FE al momento del Cilindro BC , così è la linea DE alla O , cioè il Cubo

DF al

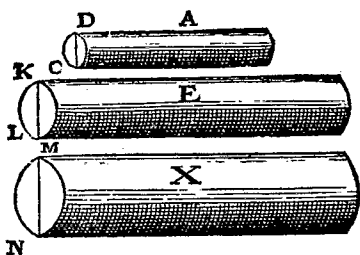
DF al Cubo BA, cioè la resistenza della base DF alla resistenza della base BA, che è quello che si cercaua.

Sagr. Questa S. Salu. è una lunga dimostrazione, e molto difficile à ritenersi à memoria per sentirla una sola volta; onde io vorrei, che V. S. si contentasse di replicarla di nuouo.

Salu. Farò quanto V. S. comanda; mà forse sarebbe meglio arrecarne una più speditina, e breue: mà conuerrà fare una figura alquanto diuersa.

Sagr. Maggiore sarà il fauore: e la già dichiarata mi farà grazia darne la scritta, acciò à mio bell'agio possa ristudiarla.

Salu. Non mancherò di seruirla. Ora intendiamo vn Cilindro A, il Diametro della cui base sia la linea DC, e sia questo A il massimo, che possa sostenersi, del quale vogliamo trouare vn maggiore,



che pur sia il massimo esso ancora, & vnico che si sostenga. Intendiamone vn simile ad esso A, e lungo quanto la linea assegnata, e questo sia, v. gr. E, il Diametro della cui base sia la KL, e delle due linee DC, KL sia terza proporzionale la MN,

che sia Diametro della base del Cilindro X di lunghezza eguale all'E. Dico, questo X esser quello che cerchiamo. E perche la resistenza DC alla resistenza KL, è come il Quadrato DC al Quadrato KL, cioè come il Quadrato KL al Quadrato MN, cioè come il Cilindro E al Cilindro X, cioè come il momento E al momento X; mà la resistenza KL alla MN, è come il Cubo di KL al Cubo di MN, cioè come il Cubo DC al Cubo KL, cioè come il Cilindro A al Cilindro E, cioè come il momento A al momento E; adunque per l'Analogia perturbata come la resistenza DC alla MN, così il momento A al momento X, adunque il Prisma X è nella medesima costituzione di momento, e resistenza, che il Prisma A.

Ma voglio che facciamo il Problema più generale, e la Proposizione sia questa: Dato

Dato il Cilindro AC , qualunque si sia il suo momento verso la sua resistenza, e data qualsi sia lunghezza DE , trouar la grossezza del Cilindro, la cui lunghezza sia DE , e 'l suo momento verso la sua resistenza ritenga la medesima proporzione, che il momento del Cilindro AC alla sua.

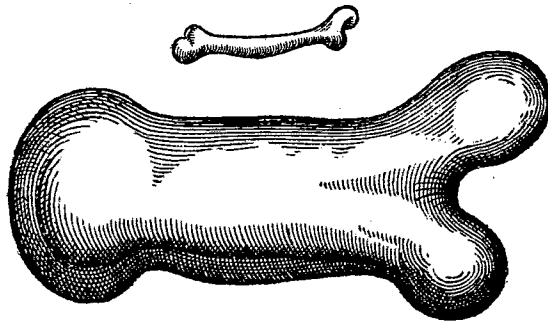
Ripresa l'istessa figura di sopra e quasi l'istesso progresso diremo. Perche il momento del Cilindro FE al momento della parte DG , hà la medesima proporzione, che il Quadrato ED al Quadrato FG , cioè che la linea DE alla I , & il momento del Cilindro FG al momento del Cilindro AC , è come il Quadrato FD al Quadrato AB , cioè come il Quadrato DE al Quadrato I , cioè come il Quadrato I al Quadrato M , cioè come la linea I alla O , adunque ex equali il momento del Cilindro FE al momento del Cilindro AC , hà la medesima proporzione della linea DE alla O , cioè del Cubo DE al Cubo I , cioè del Cubo di FD al Cubo di AB , cioè della resistenza della base FD alla resistenza della base AB , ch' è quello che si doueua fare.

Or vegghino come dalle cose sin quì dimostrate apertamente si raccoglie l'impossibilità del poter non solamente l'arte, mà la natura stessa crescer le sue machine à vastità immensa, si che impossibil sarebbe fabbricar Nauilii, Palazzi, ò Templi vastissimi, li cui remi, antenne, trauamenti, catene di ferro, & in somma le altre lor parti consistessero: come anco non potrebbe la natura far alberi di smisurata grandezza, poiche i rami loro grauati dal proprio peso finalmente si fiaccherebbero; e parimente sarebbe impossibile far strutture di ossa per huomini, caualli, ò altri animali, che potessero sussistere, e far proporzionatamente gli uffizii loro, mentre tali animali si douesser' agumentare ad altezze immense, se già non si togliesse materia molto più dura, e resistente della consueta, ò non si deformatessero tali ossi sproporzionatamente ingrossandogli, onde poi la figura, & aspetto dell' animale ne riuscisse mostruosamente grosso: il che forse fù auuertito dal mio accortissimo Poeta, mentre descriuendo vn grandissimo Gigante disse:

Non si può compartir quanto sia lungo,
Si smisuratamente è tutto grosso.

E per

E per vn breue esemplo di questo che dico disegnai già la figura di vn' osso allungato solamente tre volte, & ingrossato con tal proporzione, che potesse nel suo animale grande far l'uffizio proporzio-



nato à quel dell' osso minore nell' animal più piccolo, e le figure son queste: doue vedete sproporzionata figura, che diuiene quella dell' osso ingrandito. Dal che è manifesto, che chi volesse mantener in vn vastissimo Gigante le proporzioni, che hanno le membra in vn huomo ordinario, bisognerebbe ò trouar materia molto più dura, e resistente per formarne l'ossa, ò vero ammettere, che la robustezza sua fusse à proporzione assai più fiacca, che ne gli huomini di statura mediocre; altrimenti crescendogli à smisurata altezza si vedrebbono dal proprio peso opprimere, e cadere. Doue che all' incontro si vede nel diminuir i corpi non si diminuir con la medesima proporzione le forze, anzi ne i minori crescer la gagliardia con proporzion maggiore. Onde io credo che vn piccolo cane porterebbe addosso due, ò tre cani eguali à se, mà non penso già che vn cauallo portasse ne anco vn solo cauallo à se stesso eguale.

Simp. Mà se così è, grand' occasione mi danno da dubitare le moli immense, che vediamo ne i pesci, che tal Balena, per quanto intendendo, sarà grande per dieci Elefanti, e pur si sostengono.

Salu. Il vostro dubbio S. Sim. mi fa accorgere d'una condizione da me non auuertita prima, potente essa ancora à far che Giganti,

R

& altri

È altri animali vastissimi potessero consistere, e agitar si non meno che i minori, e ciò seguirebbe quando non solo si aggiugnesse gagliardia all' ossa, e all' altre parti, officio delle quali è il sostener il proprio, e l' sopraeugmente peso; mà lasciata la struttura delle ossa con le medesime proporzioni pur nell' istesso modo, anzi più agcuolmente consisterebbono le medesime fabbriche, quando con tal proporzione si diminuisse la grauità della materia delle medesime ossa, e quella della carne, ò di altro, che sopra l' ossa si habbia ad appoggiare; e di questo secondo artifizio si è preualsa la natura nella fabbrica de i pesci, facendogli le ossa, e le polpe non solamente assai leggiere, mà senza veruna grauità.

Simp. Veggo bene S. Salu. doue tende il vostro discorso: voi volete dire, che per esser l' habitazione de i pesci l' elemento dell' acqua, la quale per la sua corpulenza, ò come altri vogliono per la sua grauità scema il peso à i corpi, che in quella si demergono, per tal ragione la materia de i pesci non pesando può senza aggrauio dell' ossa loro esser sostenuta; mà questo non basta, perche quando bene il resto della sustanza del pesce non grauiti, graua però senza dubbio la materia dell' ossa loro; e chi dirà che vna costola di Balena grande quanto vna trane non pesi assaiissimo, e nell' acqua non dia al fondo? queste dunque non deueriano poter sussistere in sì vasta mole.

Salu. Voi acutamente opponete; e per risposta al vostro dubbio ditemi, se hauete offeruato stare i pesci quando piace loro sott' acqua immobili, e non descendere verso l' fondo, ò solleuar si alla superficie senza far qualche forza col nuoto?

Simp. Questa è chiarissima offeruazione.

Salu. Questo dunque poter si i pesci fermare come immobili à mezz' acqua è concludentissimo argomento il composto della lor mole corporea agguagliar la grauità in spezie dell' acqua, sì che se in esso si trouano alcune parti più graui dell' acqua, necessariamente bisogna, che ve ne stiano altre altrettanto men graui, acciò si possa pareggiar l' equilibrio. Se dunque le ossa son più graui è necessario che le polpe, ò altre materie che vi siano, sien più leggiere, e queste si opporranno

porranno con la lor leggerezza al peso dell' ossa : talche ne gli acquatici auerrà l'opposito di quel che accade ne gli animali terrestri, cioè che in questi tocchi all' ossa à sostenere il peso proprio , e quel della carne : e in quelli la carne regga la grauezza propria, e quella dell' ossa. E però deue cessar la marauiglia , come nell' acqua possano essere animali vastissimi, mà non sopra la terra, cioè nell' aria.

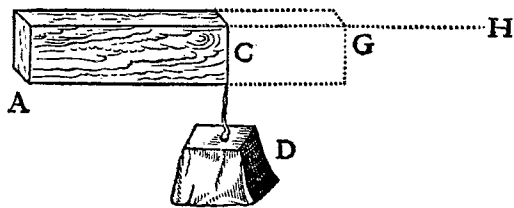
Simp. Resto appagato , e di più noto , che questi che noi addimandiamo animali terrestri, più ragioneuolmente si deurebbero dimandar' aerei : perche nell' aria veramente viuono , e dall' aria son circondati, e dell' aria respirano.

Sagr. Piacemi il discorso del Sig. Simp. col suo dubbio , e con la soluzione. E di più comprendo assai facilmente , che vno di questi smisurati pesci tirato in terra forse non si potrebbe per lungo tempo sostenere : mà che relassate le attaccature dell' ossa la sua mole si ammaccherebbe.

Salu. Io per ora inclino à creder l'istesso; ne son lontano à credere , che l' medesimo auerrebbe à quel vastissimo nauilio , il quale galleggiando in mare non si dissolue per il peso , e carico di tanti merci, & armamenti, che in secco, e circondato dall' aria forse si aprirebbe. Mà seguitiamo la nostra materia, e dimostriamo; come:

Dato vn Prisma, ò Cilindro col suo peso, & il Peso massimo sostenuto da esso, trouare la massima lunghezza, oltre alla quale prolungato dal solo suo proprio peso si romperebbe.

Sia dato il Prisma A C col suo proprio peso , e dato parimente il peso D massimo da poter' esser sostenuto dall' estremità C , bisogna trouare la lunghezza



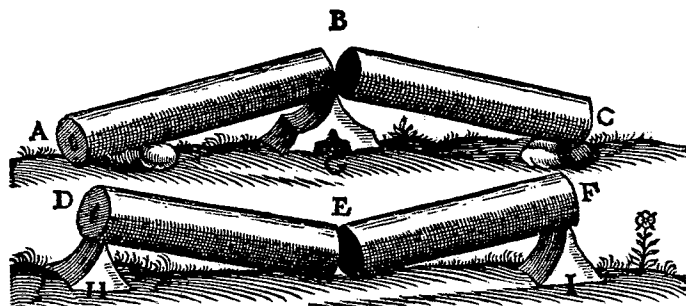
massima, sino alla quale si possa allungare il detto Prisma senza rompersi. Facciasi come il peso del Prisma A

C al composto de i pesi A C col doppio del peso di D , così la lunghezza

CA alla AH, trà le quali sia media proporzionale la AG. Dico AG esser la lunghezza cercata. Imperò che il momento grauvante del Peso D in C, è eguale al momento del peso doppio di D, che fusse posto nel mezo di AC, doue è anco il centro del momento del Prisma AC, il momento dunque della resistenza del Prisma AC, che stà in A, equiuale al grauvante del doppio del peso D col peso AC, attaccati però nel mezo di AC. E perche viene ad essersi fatto come 'l momento di detti pesi così situati, cioè del doppio D con AC al momento di AC, così la HA alla AC, trà le quali è media la AG: adunque il momento del doppio D col momento AC, al momento AC, è come il Quadrato GA al Quadrato AC: mà il momento premente del Prisma GA al momento di AC, è come il Quadrato GA al Quadrato AC: adunque la lunghezza AG è la massima, che si cercaua, cioè, quella sino alla quale allungandosi il Prisma AC si sosterebbe, mà più oltre si spezzerrebbe.

Sin quì si son considerati i momenti, e le resistenze de i Prismi, e Cilindri solidi, l' una estremità de i quali sia posta immobile, e solo nell' altra sia applicata la forza di vn peso premente, considerandolo esso solo, òuer congiunto con la grauità del medesimo solido, ò veramente la sola grauità dell' istesso solido. Ora voglio che discorriamo alquanto de i medesimi Prismi, e Cilindri, quando fussero sostenuti da amendue l' estremità, ò vero che sopra vn sol punto preso trà le estremità fussen posati. E prima dico che il Cilindro, che grauato dal proprio peso sarà ridotto alla massima lunghezza, oltre alla quale più non si sosterebbe, ò sia retto nel mezo da vn solo sostegno, ò vero da due nelle estremità, potrà esser lungo il doppio di quello, che sarebbe fitto nel muro, cioè sostenuto in vn sol termine; il che per se stesso è assai manifesto, perche se intenderemo del Cilindro, che io segno ABC, la sua metà AB esser la somma lunghezza potente à sostener si stando fissa nel termine B, nell' istesso modo si sosterrà, se posata sopra 'l sostegno G sarà contrappesata dall' altra sua metà BC. E similmente se del Cilindro DEF la lunghezza sarà tale, che solamente la sua metà potesse sostener si fissa nel termine D, & in conseguenza

quenza l'altra EF fissa il termine F, è manifesto, che posti i sostegni



HI sotto l'estremità DF, ogni momento che si aggiunga di forza, o di peso in E, quivi si farà la rottura.

Quello che ricerca più sottile specolazione è, quando astraendo dalla gravità propria di tali solidi, ci fusse proposto di douere inuestigare se quella forza, o peso, che applicato al mezo d'un Cilindro sostenuto nelle estremità basterebbe à romperlo, potrebbe far l'istesso effetto applicato in qualsiuoglia altro luogo più vicino all' vna che all'altra estremità. Come per esempio se volendo noi rompere vna mazza presola con le mani nell'estremità, & appuntato il ginocchio in mezo l'istessa forza, che basterebbe vsare per romperlo in tal modo, basterebbe ancora quando il ginocchio si puntasse non nel mezo, mà più vicino all' vn de gli estremi.

Sagr. Parmi che 'l Problema sia toccato da Aristotele nelle sue *Questioni Mekaniche*.

Salu. Il quesito d'Aristotele non è precisamente l'istesso, perche ei non cerca altro, se non di render la ragione, perche manco fatica si ricerchi à romperlo, tenendo le mani nell'estremità del legno, cioè remote assai dal ginocchio, che se le tene ssimo vicine: e ne rende vna ragione generale, riducendo la causa alle Leue più lunghe, quando s'allargano le braccia afferrando l'estremità. Il nostro quesito aggiugne qualche cosa di più, ricercando se posto il ginocchio nel mezo, o in altro luogo, tenendo pur le mani sempre nell'estremità la medesima forza serua in tutti i siti.

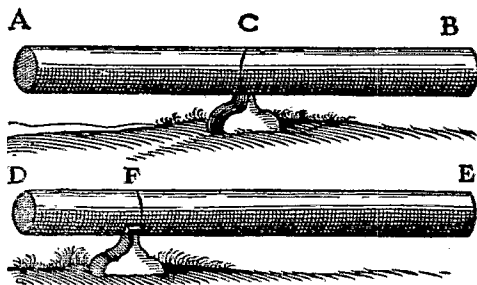
R 3

Sagr.

Sagr. Nella prima apprensione parrebbe di sì, atteso che le due Leue mantengono in certo modo il medesimo momento, mentre quanto si scorcia l'una tanto s'allunga l'altra.

Salu. Or vedete, quanto sono in pronto l'equiuocazioni, e con quanta cautela, e circospezione conuien andare per non v'incorrere. Coteſto che voi dite, e che veramente nel primo aspetto hà tanto del verisimile, in ristetto poi è tanto falso, che quando il ginocchio, che è il fulcimento delle due Leue, sia posto, o non posto nel mezzo, fa tal diuersità, che di quella forza, che basterebbe per far la frazzione nel mezzo, douendola fare in qualche altro luogo tal volta non basterà l'applicar uene quattro volte tanto, nè dieci, nè cento, nè mille. Faremo sopra ciò una tal quale considerazion generale, e poi verremo alla specifica determinazione della Proposizione, secondo la quale si vanno variando le forze per far la frazzione più in un punto, che in un altro.

Segniamo prima questo legno A B da rompersi nel mezzo sopra 'l sostegno C, & appresso segniamo l'istesso, ma sotto i caratteri D E da rompersi sopra 'l sostegno F remoto dal mezzo. Prima è manifesto,



che sendo le distanze A C C B eguali, la forza sarà compartita egualmente nelle estremità B A. Secondo poi che la distanza D F diminuisce dalla distanza A C, il momento della forza posta in D scema dal momento in A, cioè posto nella distanza

C A, e scema secondo la proporzione della linea D F alla A C, & in conseguenza bisogna crescerlo per pareggiare, o superar la resistenza di F. Ma la distanza D F si può diminuire in infinito in relazione alla distanza A C, adunque bisogna poter crescere in infinito la forza da applicarsi in D per pareggiar la resistenza in F. Ma all'incontro

incontro secondo che cresce la distanza FE sopra la CB, conuien diminuire la forza in E per parreggiare la resistenza in F, mà la distanza FE in relazione alla CB, non si può crescere in infinito col ritirar' il sostegno F verso il termine D, anzi nè anco il doppio, adunque la forza in E per pareggiare la resistenza in F, sarà sempre più che la metà della forza in B. Comprendesi dunque la necessità del douersi agumentare i momenti del congiunto delle forze in ED infinitamente, per pareggiare, ò superar la resistenza posta in F, secondo che il sostegno F s' andra approssimando verso l' estremità D.

Sagr. Che diremo, S. Simplicio, non conuien' egli confessare la virtù della Geometria esser' il più potente strumento d'ogni altro per acuir l'ingegno, e disporlo al perfettamente discorrere, e specolare? e che con gran ragione voleua Platone i suoi scolari prima ben fondati nelle Matematiche? Io benissimo haueuo compreso la facoltà della Leua, e come crescendo, ò scemando la sua lunghezza cresceua, ò calaua il momento della forza, e della resistenza, con tutto ciò nella determinazione del presente Problema m'ingannauo, e non di poco, mà d'infinito.

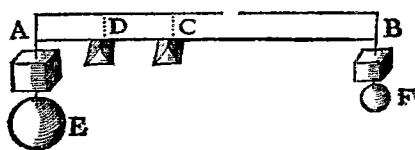
Simp. Veramente comincio à comprendere, che la Logica, benchè strumento prestantissimo per regolare il nostro discorso, non arriua, quanto al destar la mente all' inuentione, all' acutezza della Geometria.

Sagr. A me pare, che la Logica insegni à conoscere se i discorsi, e le dimostrazioni già fatte, e trouate procedano concludentemente, mà che ella insegni à trouare i discorsi, e le dimostrazioni concludenti, ciò veramente non credo io. Mà sarà meglio che il S. Salu. ci mostri, secondo qual proporzione vadian crescendo i momenti delle forze per superar la resistenza del medesimo legno secondo i luoghi diuersi della rottura.

Salu. La proporzione, che ricercate, procede in cotal forma, che: Se nella lunghezza d' un Cilindro si noteranno due luoghi, sopra i quali si voglia far la frazzione di esso Cilindro, le resistenze

resistenze di detti due luoghi hanno frà di loro la medesima proporzione, che i Rettangoli fatti dalle distanze di essi luoghi contrariamente presi.

Siano le forze AB minime per rompere in C , & le EF parimente le minime per rompere in D . Dico le forze AB alle forze EF ,



hauer la proporzion medesima che hà il rettangolo ADB al rettangolo ACB . Imperò che le forze AB alle forze E F , hanno la proporzion composta delle forze AB , alla forza B della B alla F , e della F alle FE .

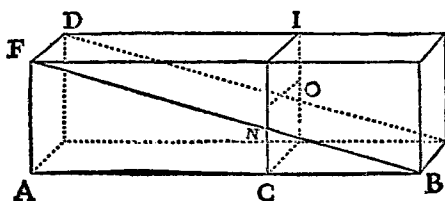
Mà come le forze AB alla forza B , così stà la lunghezza BA ad AC , e come la forza B alla F , così stà la linea DB alla BC , e come la forza F alle FE , così stà la linea DA alla AB , adunque le forze AB alle forze EF , hanno la proporzion composta delle tre, cioè, della retta BA ad AC , della DB à BC , e della DA ad AB . Mà delle due DA ad AB , & AB ad AC , si compone la proporzione della DA ad AC , adunque le forze AB alle forze EF , hanno la proporzion composta di questa DA ad AC , e dell'altra DB à BC . Mà il rettangolo ADB al rettangolo ACB , hà la proporzion composta delle medesime DA ad AC , e DB à BC , adunque le forze AB alle EF , stanno come il rettangolo ADB al rettangolo ACB , che è quanto à dire la resistenza in C ad essere spezzato, alla resistenza ad esser rotto in D hauer la medesima proporzione, che il rettangolo ADB al rettangolo ACB , che è quello che si doueua prouare.

In conseguenza di questo Teorema possiamo risolvere vn Problema assai curioso; & è:

Dato il peso massimo retto dal mezzo di vn Cilindro, ò Prisma, doue la resistenza è minima; e dato vn peso maggior di quello, trouare nel detto Cilindro il punto, nel quale il dato peso maggiore sia retto, come peso massimo.

Habbia il dato peso maggiore del peso massimo retto dal mezzo del Cilindro AB ad esso massimo la proporzione della linea E alla F ,
bisogna

Salu. *Gia ero in procinto di dirui cosa assai notabile, e vaga in questo proposito. Fò un poco di figura per meglio dichiararmi. Questo DB è un Prisma, la cui resistenza ad essere spezzato nell'estremità AD, da una forza premente nel termine B, è tanto minore della resistenza, che si trouerebbe nel luogo CI, quanto la lunghezza CB è minore della BA, come già si è dimostrato. Intendasi adesso il medesimo Prisma segato diagonalmente secondo la linea FB, sì che le faccie opposte siano due triangoli, uno de i quali verso noi è questo FAB. Ottenet al solido contraria natura del Prisma, cioè che meno resiste all' essere spezzato sopra'l termine C, che sopra l' A dalla forza posta in B, quanto la lunghezza CB è minore della BA, il che facilmente proueremo, perche intendendo il taglio CNO parallelo all' altro AFD, la linea FA alla CN nel triangolo FAB*



harà la medesima proporzione, che la linea AB alla BC, e però se noi intenderemo ne i punti AC esser i sostegni di due Lene, le cui distanze BA, AF, BC,

CN queste saranno simili, e però quel momento, che hà la forza posta in B con la distanza BA, sopra la resistenza posta nella distanza AF, l' harà la medesima forza in B con la distanza BC sopra la medesima resistenza, che fusse posta nella distanza CN: mà la resistenza da superarfi nel sostegno C, posta nella distanza CN dalla forza in B, è minore della resistenza in A, tanto quanto il rettangolo CO è minore del rettangolo AD, cioè quanto la linea CN è minore della AF, cioè la CB della BA, adunque la resistenza della parte OCB ad esser rotto in C, è tanto minore della resistenza dell' intero DAO ad esser rotto in A, quanto la lunghezza CB è minore della AB. Hauiamo dunque nel Traue, ò Prisma DB leuatone una parte, cioè la metà, segandolo diagonalmente, e lasciato il Cuneo, ò Prisma triangolare FAB, e sono due solidi di condizioni contrarie,

trarie, cioè quello tanto più resiste, quanto più si scorcia, e questo nello scorciarfi perde altrettanto di robustezza. Ora stante questo, par ben ragionevole, anzi pur necessario, che se gli possa dare un taglio, per il quale, togliendo via il superfluo, rimanga un solido di figura tale, che in tutte le sue parti sia egualmente resistente.

Simp. È ben necessario, che doue si passa dal maggiore al minore s' incontri ancora l' eguale.

Sagr. Ma il punto stà ora à trouar, come si hà guidar la sega per far questo taglio.

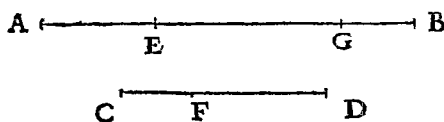
Simp. Questo mi si rappresenta, che dourebbe esser opera assai facile, perche se col segar il Prisma diagonalmente leuandone la metà, la figura che resta ritien contraria natura à quella del Prisma intero, sì che in tutti i luoghi, ne i quali questo acquistaua robustezza, quello altrettanto la perdeua, parmi che tenendo la via del mezzo, cioè leuando solamente la metà di quella metà, che è la quarta parte del tutto, la rimanente figura non guadagnerà, nè perderà robustezza in tutti quei medesimi luoghi, ne i quali la perdita, è 'l guadagno dell' altre due figure erano sempre eguali.

Salu. Voi S. Simp. non hauete dato nel segno: e si come io vi mostrerò, vedrete veramente, che quello che si può segar del Prisma, e leuar via senza indebolirlo, non è la sua quarta parte, mà la terza. Ora resta (che è quello che accennaua il Sig. Sagr.) il ritrouar secondo che linea si deue far camminar la sega; la quale prouerò che deue esser linea Parabolica. Mà prima è necessario dimostrare certo Lemma, che è tale:

Se saranno due Libre, ò Leue diuise da i loro sostegni in modo che le due distanze, doue si hanno à costituire le potenze, habbiano trà di loro doppia proporzione delle distanze, doue saranno le resistenze, le quali resistenze siano tra loro, come le lor distanze, le potenze sostenenti saranno eguali.

Siano due Leue A B, C D diuise sopra i lor sostegni E F, talmente, che la distanza E B alla F D, habbia doppia proporzione di quella, che hà la distanza E A alla F C. Dico le potenze, che in B D so-

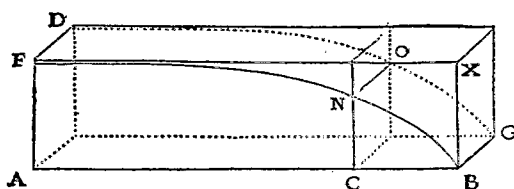
sterranno le resistenze di A, C esser trà loro eguali. Pongasi la EG media proporzionale trà EB, e ED sarà dunque come BE ad EG, così GE ad ED, & AE à CF, e così si è posto esser la resistenza di A alla



resistenza di C. Eperche come EG ad ED, così AE à CF, sarà permutando come GE ad EA, così ED ad EC, e però (per es-

ser le due Leue DC, GA diuise proporzionalmente ne i punti FE) quando la potenza, che posta in D pareggia la resistenza di C, fusse in G, pareggerebbe la medesima resistenza di C posta in A, ma per il dato la resistenza di A alla resistenza di C; hà la medesima proporzione, che la AE alla CF, cioè, che la BE alla EG, adunque la potenza G; ò vogliam dire D posta in B, sosterrà la resistenza posta in A. Che è quello che si doueua prouare.

Inteso questo: nella faccia FB del Prisma DB, si segnata la linea Parabolica FNB, il cui vertice B, secondo la quale sia segato esso Prisma, restando il solido compreso dalla base AD dal piano rettangolo AG dalla linea retta BG, e dalla superficie DGBF incuruata secondo la curuità della linea Parabolica FNB. Dico tal solido



lido esser per tutto egualmente resistente. Sia segato dal piano C O parallelo all' AD, e intendansi due Leue diuise, e posate sopra i

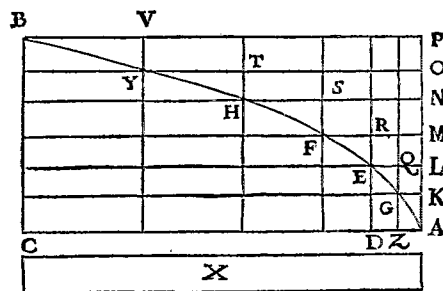
sostegni AC, e siano dell' vna le distanze BA, AF, e dell' altra le BC, CN. Eperche nella Parabola FBA, la AB alla BC, stà come il Quadrato della FA al Quadrato di CN, è manifesto la distanza BA, dell' vna Leua alla distanza BC, dell' altra hauer doppia proporzione di quella, che hà l' altra distanza AF all' altra CN. Eperche la resistenza da pareggiarsi con la Leua BA alla resistenza da pareggiarsi con la Leua BC, hà la medesima proporzione, che 'l rettangolo

tangolo DA al rettangolo OC , la quale è la medesima, che hà la linea AF alla NC , che sono l'altre due distanze delle Leue, è manifesto per il Lemma passato, che la medesima forza, che sendo applicata alla linea BG pareggerà la resistenza DA , pareggerà ancora la resistenza CO . Et il medesimo si dimostrerà, segandosi il solido in qual si sia altro luogo: adunque tal solido Parabolico è per tutto egualmente resistente. Che poi segandosi il Prisma secondo la linea Parabolica FNB , se ne leui la terza parte, si fa manifesto; perche la semiparabola FNB , e'l rettangolo FB son basi di due solidi compresi trà due piani paralleli, cioè trà i rettangoli FB , DG , per lo che ritengono trà di loro la medesima proporzione, che esse lor basi: mà il rettangolo FB , è sesquialtero della semiparabola FNB ; adunque segando il Prisma secondo la linea Parabolica se ne leua la terza parte. Di qui si vede, come con diminuzion di peso di più di trentatré per cento si possono far i traumenti senza diminuir punto la loro gagliardia, il che ne i Nauilii grandi in particolare per regger le couerte può esser d'utile non piccolo; atteso che in cotali fabbriche la leggerezza importa infinitamente.

Sagr. Le utilità son tante, che lungo, ò impossibil sarebbe il registrarle tutte. Mà io lasciate queste da banda, harei più gusto d'intender, che l'alleggerimento si faccia secondo le proporzioni assegnate. Che il taglio secondo la diagonale leui la metà del peso, l'intendo benissimo: mà che l'altro secondo la Parabolica porti via la terza parte del Prisma posso, crederlo al S. Salu. sempre veridico, mà in ciò più della fede mi sarebbe grata la scienza.

Salu. Vorreste dunque hauer la dimostrazione come sia vero, che l'eccesso del Prisma sopra questo, che per ora chiamiamo solido Parabolico, sia la terza parte di tutto il Prisma. Sò d'hauerlo altra volta dimostrato; tenterò ora, se potrò rimetter' insieme la dimostrazione, per la quale intanto mi souuiene, che mi seruiuo di certo Lemma d' Archimede posto da esso nel libro delle spirali; & è che se quante linee si vogliono si eccederanno egualmente, e l'eccesso sia eguale alla minima di quelle, & altrettante siano ciascheduna eguale

alla massima, i Quadrati di tutte queste saranno meno che tripli de i Quadrati di quelle che si eccedono: mà i medesimi saranno ben più che tripli di quelli altri che restano trattone il Quadrato della massima. Posto questo: Sia in questo rettangolo $ACBP$, inscritta la linea Parabolica AB ; douiamo prouare il triangolo misto BAP , i



cui lati sono BP , PA , e base la linea Parabolica BA esser la terza parte di tutto 'l rettangolo CP . Imperò che se non è tale, sarà ò più che la terza parte, ò meno. Sia se esser può meno, & à quello che gli manca intendasi esser' eguale

lo spazio X . Diuidendo poi il rettangolo CP continuamente in parti eguali con linee parallele à i lati BP , CA , arriueremo finalmente à parti tali, ch' una di loro sarà minore dello spazio X . Or sia una di quelle il rettangolo OB , e per i punti doue l'altre parallele segano la linea Parabolica, facciansi passare le parallele alla AP , e qui intenderò circoscritta intorno al nostro triangolo misto una figura composta di rettangoli, che sono BO , IN , HM , FL , EK , GA , la qual figura sarà pur ancora meno che la terza parte del rettangolo CP , essendo che l'eccesso di essa figura sopra 'l triangolo misto è masco assai del rettangolo BO , il quale è ancor minore dello spazio X .

Sagr. Piano di grazia, ch' io non veggo, come l'eccesso di questa figura circoscritta sopra 'l triangolo misto, sia manco assai del rettangolo BO .

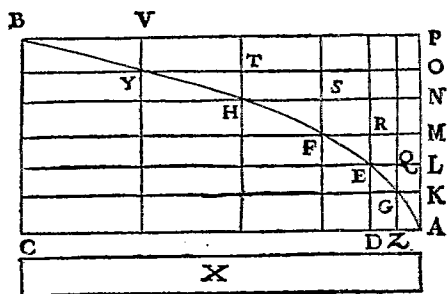
Salu. Il rettangolo BO non è egli eguale à tutti questi rettangoletti, per i quali passa la nostra linea Parabolica: dico, di questi BI , IH , HF , FE , CG , GA ? de i quali una parte sola resta fuori del triangolo misto? & il rettangolo BO , non si è egli posto ancor minore

minore dello spazio x ? adunque se il triangolo insieme con l' x pareggiaua per l'auuersario la terza parte del rettangolo CP la figura circoscritta, che al triangolo aggiugne tanto meno che lo spazio x , resterà pur ancora minore della terza parte del rettangolo medesimo CP . Mà questo non può essere, perche ella è più della terza parte, adunque non è vero, che 'l nostro triangolo misto sia manco del terzo del rettangolo.

Sagr. Hò intesa la soluzione del mio dubbio. Mà bisogna ora prouarci, che la figura circoscritta sia più della terza parte del rettangolo CP , doue credo, che haremo assai più da fare.

Salu. Eh non ci è gran difficoltà. Imperò che nella Parabola il Quadrato della linea DE al Quadrato della ZG , hà la medesima proporzione, che la linea DA alla AZ , che è quella che hà il rettangolo KE al rettangolo AG , (per esser l' altezze AK , KL eguali,) adunque la proporzione che hà il Quadrato ED al Quadrato ZG , cioè il Quadrato LA al Quadrato AK , l' hà ancora il rettangolo KE al rettangolo KZ . E nel medesimo modo appunto si prouerà degli altri rettangoli LF , MH , NI , OB , star trà di loro come i Quadrati delle linee MA , NA , OA , PA . Consideriamo adesso come la figura circoscritta è composta di alcuni spazii, che trà di loro stanno come i Quadrati di linee, che si eccedono con eccessi eguali alla minima, e come il rettangolo CP , è composto di altrettanti spazii ciascuno eguale al massimo, che sono tutti i rettangoli eguali all' OB . Adunque per il Lemma d' Archimede la figura circoscritta è più della terza parte del rettangolo CP , mà era anche minore, il che è impossibile. Adunque il triangolo misto non è manco del terzo del rettangolo CP . Dico parimente che non è più, imperò che se è più del terzo del rettangolo CP , intendasi lo spazio x , eguale all' eccesso del triangolo sopra la terza parte di esso rettangolo CP , e fatta la diuisione, e suddiuisione del rettangolo in rettangoli sempre eguali, si arriuerà à tale, che vno di quelli sia minore dello spazio x : sia fatta; e sia il rettangolo BO minore dell' x , e descritta come sopra la figura hauremo nel triangolo misto inscritta una figura composta

posta di rettangoli VO, TN, SM, NL, QK , la quale non sarà ancora minore della terza parte del gran rettangolo CP . Imperò che



il triangolo misto supera di manco assai la figura inscritta di quello che egli superi la terza parte di esso rettangolo CP , atteso che l'eccesso del triangolo sopra la terza parte del rettangolo CP , è eguale alla spazio X , il qua-

le è minore del rettangolo BO , e questo è anco minore assai dell'eccesso del triangolo sopra la figura inscritta; imperò che ad esso rettangolo BO , sono eguali tutti i rettangololetti AG, GE, EF, FH, HI, IB , de i quali son ancora manco che la metà gli avanzati del triangolo, sopra la figura inscritta. E però avanzando il triangolo la terza parte del rettangolo CP , di più assai (avanzandolo dello spazio X) che ei non avanza la sua figura inscritta, sarà tal figura ancora maggiore della terza parte del rettangolo CP , mà ella è minore per il Lemma supposto; imperò che il rettangolo CP , come aggregato di tutti i rettangoli massimi, à i rettangoli componenti la figura inscritta hà la medesima proporzione che l'aggregato di tutti i quadrati delle linee eguali alla massima à i quadrati delle linee, che si eccedono egualmente, trattone il quadrato della massima; e però (come de i quadrati accade) tutto l'aggregato de i massimi (che è il rettangolo CP) è più che triplo dell'aggregato de gli eccedentisi trattone il massimo, che compongono la figura inscritta. Adunque il triangolo misto non è nè maggiore, nè minore della terza parte del rettangolo CP , è dunque eguale.

Sagr. Bella, e ingegnosa dimostrazione, e tanto più, quanto ella ci dà la quadratura della Parabola, mostrandola essere sesquiterza del triangolo inscritto gli, prouando quello che Archimede con due
trà

trà di loro diuersissimi: mà amendue ammirabili progressi di molte Proposizioni dimostrò. Come anco fù dimostrata ultimamente da Luca Valerio altro Archimede, secondo dell' età nostra, la qual dimostrazione è registrata nel libro, che egli scrisse del Centro della grauità de i solidi.

Salu. Libro veramente da non esser posposto à qual si sia scritto da i più famosi Geometri del presente, e di tutti i secoli passati: il quale quando fù veduto dall' Accademico nostro, lo fece desistere dal proseguire i suoi trouati, che egli andaua continuando di scrivere sopra l' medesimo soggetto; già che vedde il tutto tanto felicemente ritrovato, e dimostrato dal detto S. Valerio.

Sagr. Io ero informato di tutto questo accidente dall' istesso Accademico; e l' haueuo anco ricercato, che mi lasciasse vna volta vedere le sue Dimostrazioni sin allora ritrouate, quando ei s' incontro nel libro del S. Valerio; mà non mi successe poi il vederle.

Salu. Io ne hò copia, e le mostrerò à V. S., che hauerà gusto di vedere la diuersità de i Metodi, con i quali camminano questi due Autori per l' inuestigazione delle medesime Conclusioni, e loro Dimostrazioni; doue anco alcune delle Conclusioni hanno differente esplicazione, benche in effetto egualmente vere.

Sagr. Mi farà molto caro il vederle, e V. S. quando ritorni à i soliti congressi, mi farà grazia di portarle seco. Mà in tanto essendo questa della resistenza del solido cauato dal Prisma col taglio Parabolico, operazione non men bella, che vtile in molte opere Meccaniche, buona cosa sarebbe, per gli Artefici l' hauer qualche regola facile, e spedita per potere sopra l' piano del Prisma segnare essa linea Parabolica.

Salu. Modi di disegnar tali linee ce ne son molti, mà due sopra tutti gli altri speditissimi, glie ne dirò io. Vno de i quali è veramente marauiglioso, poiche con esso in manco tempo, che col Compasso altri disegnerà sottilmente sopra vna carta quattro, ò sei Cerchi di differenti grandezze, io posso disegnare trenta, e quaranta linee Paraboliche non men giuste, sottili, e pulite delle circonferenze

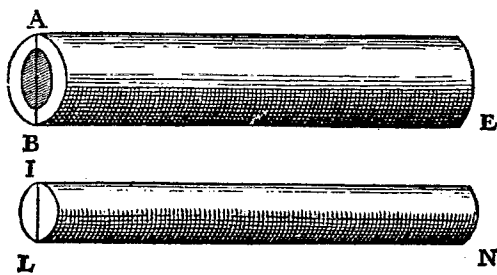
di essi Cerchi. Io hò una palla di Bronzo esquisitamente rotonda non più grande d'una noce, questa tirata sopra vno specchio di metallo tenuto, non eretto all' Orizzonte, mà alquanto inchinato, sì che la palla nel moto vi possa camminar sopra calcandolo leggiermente nel muouersi, lascia vna linea Parabolica sottilissimamente, e pulitissimamente descritta, e più larga, e più stretta, secondo che la proiezzione si farà più, ò meno eleuata. Doue anco habbiamo chiara, e sensata esperienza, il moto de i Proietti farsi per linee Paraboliche: effetto non offeruato prima che dal nostro Amico, il quale ne arreca anco la Dimostrazione nel suo libro del moto, che vedremo insieme nel primo congresso. La palla poi per descrinere al modo detto le Parabole, bisogna con maneggiarla alquanto con la mano scaldarla, & alquanto inumidirla, che così lascerà più apparenti sopra lo specchio i suoi vestigi. L'altro modo per disegnare la linea, che cerchiamo sopra il Prisma, procede così: Ferminsi ad alto due chiodi in vn parete equidistanti all' Orizzonte, e trà di loro lontani il doppio della larghezza del rettangolo, su 'l quale vogliamo notare la semiparabola, e da questi due chiodi penda vna catenella sottile, e tanto lunga, che la sua sacca si stenda quanta è la lunghezza del Prisma: questa catenella si piega in figura Parabolica. si che andando punteggiando sopra 'l muro la strada, che vi fa essa catenella, haremo descritta vn' intera Parabola: la quale con vn Perpendicolo, che penda dal mezzo di quei due chiodi, si diuiderà in parti eguali. Il trasferir poi tal linea sopra le faccie opposte del Prisma non hà difficoltà nessuna; si che ogni mediocre Artefice lo saprà fare. Potrebbe si anco con l' aiuto delle linee Geometriche segnate su 'l Compasso del nostro Amico senz' altra fattura andar su l' istessa faccia del Prisma punteggiando la linea medesima.

Habbiamo sin quì dimostrate tante Conclusioni attenenti alla contemplazione di queste resistenze de i solidi all' essere spezzati con l' hauer prima aperto l' ingresso à tale scienza col suppor come nota la resistenza per diritto, che si potrà consequentemente camminar auanti ritrouandone altre, & altre Conclusioni, e loro Dimostrazioni

zioni di quelle, che in natura sono infinite. Solo per ora per ultimo termine de gli hodierni ragionamenti voglio aggiugnere la specolazione delle resistenze de i solidi vacui, de i quali l'arte, e più la natura si serue in mille operazioni; doue senza crescer peso si cresce grandemente la robustezza: come si vede nell' ossa de gli uccelli, & in moltissime canne, che son leggiere, e molto resistenti al piegar si, e romper si. che se vn fil di paglia, che sostien vna spiga più graue di tutto'l gambo, fusse fatto della medesima quantità di materia, ma fusse massiccio, sarebbe assai meno resistente al piegar si, & al romper si. E con tal ragione hà offeruato l'arte, e confermato l'esperienza, che vn hasta vota, ò vna canna di legno, ò di metallo, è molto più salda, che se fusse d'altrettanto peso, e della medesima lunghezza massiccia, che in conseguenza sarebbe più sottile, e però l'arte hà trouato di far vote dentro le lance, quando si desidera hauerle gagliarde, e leggiere. Mostreremo per tanto, come

Le resistenze di due Cilindri eguali, & egualmente lunghi, l'uno de i quali sia voto, e l'altro massiccio, hanno tra di loro la medesima proporzione, che i lor Diametri.

Siano la canna, ò Cilindro voto A E, & il Cilindro I N massiccio eguali in peso, & egualmente lunghi. Dico, la resistenza della canna



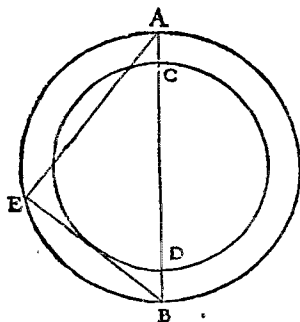
A E all' esser rotta alla resistenza del Cilindro solido I N hauer la medesima proporzione, che'l Diametro A B al Diametro I L. Il che è assai manifesto, perche essendo la canna, e'l Cilindro I N eguali & egualmen-

te lunghi, il Cerchio I L, base del Cilindro, sarà eguale alla ciambella A B base della canna A E, (chiamo ciambella la superficie che resta, tratto vn Cerchio minore dal suo concentrico maggiore) e però le loro resistenze assolute saranno eguali: ma perche nel romper in tra-

uerfo ci seruiamo nel Cilindro IN della lunghezza LN per Leua, e per sostegno del punto L , e del semidiametro ò Diametro LI per contralleua; e nella canna la parte della Leua, cioè la linea BE è eguale alla LN : mà la contralleua oltre al sostegno B è il Diametro ò semidiametro AB ; resta manifesto la resistenza della canna superar quella del Cilindro solido secondo l' eccesso del Diametro AB sopra'l Diametro IL . che è quello che cercuamo. S' acquista dunque di robustezza nella canna vota sopra la robustezza del Cilindro solido secondo la proporzione de i Diametri: tutta volta però che amendue siano dell' istessa materia, peso, e lunghezza. Sarà bene che conseguentemente andiamo inuestigando quello che accaggia negli altri casi indifferentemente trà tutte le canne, e Cilindri solidi egualmente lunghi; benchè in quantità di peso diseguali, e più, e meno euacuati. E prima dimostreremo, come:

Data vna canna vota, si possa trouare vn Cilindro pieno eguale ad essa.

Facilissima è tal' operazione. Imperò che sia la linea AB Diametro della canna, e CD Diametro del voto. Applichisi nel Cerchio maggiore la linea AE egual al Diametro CD , e congiungasi la EB . E perche nel mezo Cerchio AEB l' angolo E è retto, il Cerchio, il cui Diametro è AB , sarà eguale alli due Cerchi de i Diametri AE , EB : mà AE è il Diametro del voto della canna. adunque il Cerchio, il cui Diametro sia EB , sarà egual' alla Ciambella $ACBD$: e però il Cilindro solido, il cerchio della cui base

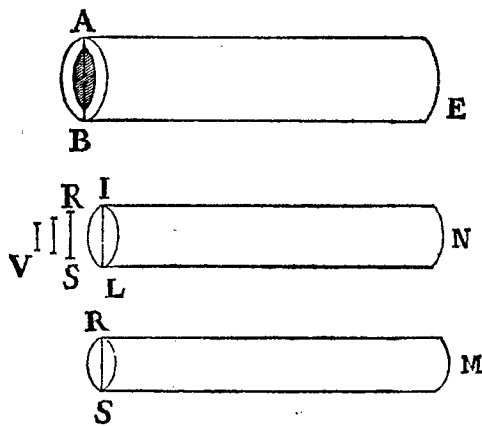


habbia il Diametro EB sarà eguale alla canna, essendo egualmente lungo. Dimostrato questo, potremo speditamente

Trouare qual proporzione habbiano le resistenze d'una canna e di vn Cilindro, qualunque siano, pur che egualmente lunghi.

Sia

Sia la canna ABE & il Cilindro RSM egualmente lungo, bisogna trouare qual proporzione habbiano trà di loro le lor resistenze. Trouisi per la precedente il Cilindro ILN eguale alla canna, & egualmente lungo, e delle linee IL, RS (Diametri delle basi de i



Cilindri IN, RM) sia quarta proporzionale la linea V . Dico la resistenza della canna AE à quella del Cilindro RM , esser come la linea AB alla V . Imperò che essendo la canna AE eguale, & egualmente lunga al Cilindro IN , la resistenza della canna alla resistenza del Cilindro starà come la linea AB alla IL : mà la resistenza del

Cilindro IN alla resistenza del Cilindro RM , stà come il Cubo IL al Cubo RS , cioè, come la linea IL alla V . Adunque ex aquali la resistenza della canna AE alla resistenza del Cilindro RM , hà la medesima proporzione, che la linea AB alla V . che è quello che si cercaua.

Finisce la seconda Giornata.

MOTU LOCALI.

DE subjecto vetustissimo novissimam promovemus scientiam. MOTU nil forte antiquius in Natura; & circa eum volumina nec pauca, nec parva à Philosophis conscripta reperiuntur. Symptomatum tamen, quæ complura, & scitu digna insunt in eo adhuc inobservata, necdum indemonstrata comperio. Leviora quædam adnotantur: ut gratia exempli, naturalem motum gravium descendendum continue accelerari. Verum juxta quam proportionem ejus fiat acceleratio, proditum hucusque non est: nullus enim, quod sciam, demonstravit, spatia à mobili descendente ex quiete peracta in temporibus æqualibus eam inter se retinere rationem, quam habent numeri impares ab unitate consequentes. Observatum est, missilia, seu projecta, lineam qualitercunque curvam designare; veruntamen eam esse Parabolam nemo prodidit. Hæc ita esse, & alia non pauca, nec minus scitu digna, à me demonstrabuntur: & quod pluris faciendum censeo, aditus, & accessus ad amplissimam, præstantissimamque scientiam, cujus hi nostri labores erunt elementa, recludet: in qua ingenia meo perspicaciora abditiores recessus penetrabunt.

Tripartito dividimus hanc tractationem. In prima parte consideramus ea quæ spectant ad Motum æquabilem, seu uniformem. In secunda de Motu naturaliter accelerato scribimus. In tertia de Motu violento, seu de projectis.

DE MOTV. ÆQVABILI.

CIRCA Motum æquabilem, seu uniformem unica opus habemus definitione, quam ejusmodi profero.

DEFINITIO.

Æqualem, seu uniformem motum intelligo eum, cujus partes, quibuscunque temporibus æqualibus à mobili peractæ, sunt inter se æquales.

ADMONITIO.

Visum est addere veteri definitioni (quæ simpliciter appellat motum æquabilem dum temporibus æqualibus æqualia transiguntur spatia) particulam, quibuscunque, hoc est omnibus temporibus æqualibus: fieri enim potest, ut temporibus aliquibus æqualibus mobile pertranseat spatia æqualia, dum tamen spatia transacta in partibus eorundem temporum minoribus, licet æqualibus, æqualia non sint. Ex allata Definitione quatuor pendent Axiomata: scilicet.

AXIOMA I.

Spatium transactum tempore longiori in eodem Motu æquabili majus esse spatio transacto tempore breviori.

AXIOMA II.

Tempus, quo majus spatium conficitur, in eodem motu æquabili longius est tempore, quo conficitur spatium minus.

AXIOMA III.

Spatium à majori velocitate confectum tempore eodem majus est spatio confecto à minori velocitate.

AXIOMA IV.

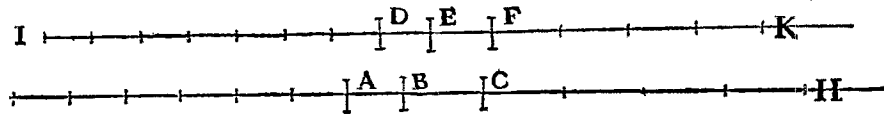
Velocitas, qua tempore eodem conficitur majus spatium, major est velocitate, qua conficitur spatium minus.

THEOREMA I. PROPOSITIO I.

Si Mobile æquabiliter latum, eademque cum velocitate duo pertranseat spatia, tempora lationum erunt inter se ut spatia peractæ.

Per.

Pertranseat enim Mobile æquabiliter latum eadem cum velocitate duo spatia $A B$, $B C$, & sit tempus motus per $A B$, $D E$; tempus vero motus per $B C$ esto $E F$. Dico, ut spatium $A B$ ad spatium $B C$, ita esse tempus $D E$ ad tempus $E F$. Protrahantur utrinque spatia, & tempora versus $G H$ & $I K$, & in $A G$ sumantur quotcunque spatia ipsi $A B$ æqualia, & totidem tempora in $D I$ tempori $D E$ similiter æqualia. Et rursus in $C H$ sumantur secundum quamcunque multitudinem spatia ipsi $C B$ æqualia, & totidem tempora in $F K$ tempori $E F$ æqualia. Erunt jam spatium $B G$ & tempus $E I$, æque multiplicia spatii $B A$ & temporis $E D$, juxta quamcunque multiplicationem accepta, & similiter spatium $H B$ & tempus $K E$, spatii $C B$ temporisque $F E$ æque multiplicia in qualibet multiplicatione. Et quia $D E$ est tempus lationis per $A B$, erit totum $E I$ tempus totius $B G$, cum motus ponatur æquabilis,



sintque in $E I$ tot tempora ipsi $D E$ æqualia, quot sunt in $B G$ spatia æqualia $B A$, & similiter concludetur $K E$ esse tempus lationis per $H B$. Cum autem motus ponatur æquabilis, si spatium $G B$ esset æquale ipsi $B H$, tempus quoque $I E$ tempori $E K$ foret æquale: & si $G B$ majus sit quàm $B H$, etiam $I E$, quàm $E K$ majus erit: & si minus, minus. Sunt itaque quatuor magnitudines: $A B$ prima, $B C$ secunda, $D E$ tertia, $E F$ quarta, & primæ & tertiæ, nempe spatii $A B$ & temporis $D E$, sumpta sunt æque multiplicia juxta quamcunque multiplicationem, tempus $I E$ & spatium $G B$, ac demonstratum est hæc vel una æquari, vel una deficere, vel una excedere tempus $E K$ & spatium $B H$, æque multiplicia, scilicet secundæ & quartæ. Ergo prima ad secundam, nempe spatium $A B$ ad spatium $B C$, eandem habet rationem quam tertia & quarta, nempe tempus $D E$ ad tempus $E F$. quod erat demonstrandum. THEO-

THEOR. II. PROPOS. II.

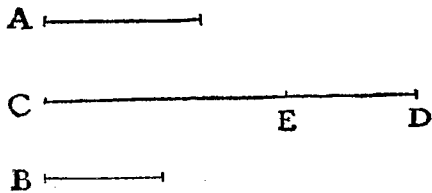
Si Mobile temporibus æqualibus duo pertranseat spatia, erunt ipsa spatia inter se ut velocitates. Et si spatia sint ut velocitates, tempora erunt æqualia.

Assumpta enim superiori figura sint duo spatia AB, BC transacta æqualibus temporibus, spatium quidem AB cum velocitate DE , & spatium BC cum velocitate EF . Dico, spatium AB ad spatium BC , esse ut DE velocitas ad velocitatem EF ; sumptis enim utrinque ut supra, & spatorum, & velocitatum æque multiplicibus secundum quamcumque multiplicationem scilicet GB & IE , ipsorum AB & DE , pariterque $HBKE$ ipsorum BC & EF , concludetur eodem modo ut supra, multiplicia GB, IE vel una deficere, vel æquari, vel excedere æque multiplicia BH, EK . igitur & manifestum est propositum.

THEOR. III. PROPOS. III.

Inæqualibus velocitatibus per idem spatium latorum tempora velocitatibus è contrario respondent.

Sint velocitates inæquales A major, B minor, & secundum utramque fiat motus per idem spatium CD . Dico tempus quo A velocitas permeat spatium CD , ad tempus quo velocitas B , idem spatium permeat, esse ut velocitas B ad velocitatem A . Fiat enim ut



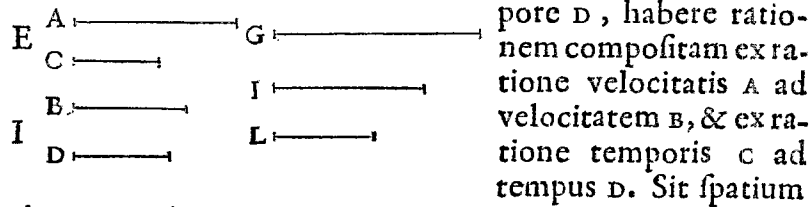
A ad B , ita CD ad CE ; erit igitur ex præcedenti tempus, quo A velocitas conficit CD , idem cum tempore, quo B conficit CE . Sed tempus, quo velocitas B conficit CE , ad tempus quo eadem conficit CD , est ut CE ad CD ; ergo tempus, quo velocitas A conficit CD , ad tempus, quo velocitas B idem CD conficit, est ut CE ad CD , hoc est, ut velocitas B ad velocitatem A . quod erat intentum.

V THEOR.

DIALOGO TERZO
THEOR. IV. PROPOS. IV.

Si duo Mobilia ferantur motu æquabili, inæquali tamen velocitate; spatia, temporibus inæqualibus ab ipsis peracta, habebunt rationem compositam ex ratione velocitatum, & ex ratione temporum.

Mota sint duo mobilia E F motu æquabili, & ratio velocitatis mobilis E ad velocitatem mobilis F, sit ut A ad B; temporis vero, quo movetur E, ad tempus, quo movetur F, ratio sit ut C ad D. Dico spatiū peractum ab E cū velocitate A in tempore C, ad spatium peractum ab I cum velocitate B in tempore D, habere rationem compositam ex ratione velocitatis A ad velocitatem B, & ex ratione temporis C ad tempus D. Sit spatium



ab E cum velocitate A in tempore C peractum G, & ut velocitas A ad velocitatem B, ita fiat G ad I: ut autem tempus C ad tempus D, ita sit I ad L: constat I esse spatium quo movetur I in tempore eodem, in quo E motum est per C, cum spatia G I sint ut velocitates A B; & cum sit ut tempus C ad tempus D, ita I ad L: sit autem I spatium quod conficitur à mobili I in tempore C; erit L spatium, quod conficitur ab I in tempore D cum velocitate B: ratio autem G ad L componitur ex rationibus G ad I & I ad L: nempe ex rationibus velocitatis A ad velocitatem B & temporis C ad tempus D. ergo patet propositum.

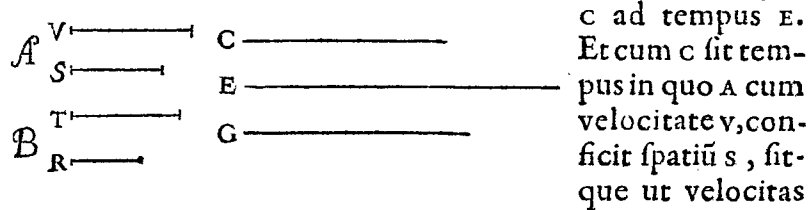
THEOR. V. PROPOS. V.

Si duo Mobilia æquabili motu ferantur, sint tamen velocitates inæquales & inæqualia spatia peracta, ratio temporum composita erit ex ratione spatiorum, & ex ratione velocitatum contrariè sumptarum.

Sint duo Mobilia A B, sitque velocitas ipsius A ad velocitatem

tem

tem ipsius B ut v ad T, spatia autem peracta sint ut s ad R. Dico rationem temporis, quo motum est A, ad tempus quo motum est B, compositum esse ex ratione velocitatis T ad velocitatem v, & ex ratione spatii s ad spatium R. Sit ipsius motus A tempus c; & ut velocitas T ad velocitatem v, ita sit tempus



T, mobilis B, ad velocitatem v, ita tempus c ad tempus E, erit tempus E illud, in quo mobile B conficeret idem spatium s. Fiat tertio, ut spatium s ad spatium R, ita tempus E ad tempus G, constat G esse tempus, quo B conficeret spatium R. Et quia ratio c ad G componitur ex rationibus c ad E, & E ad G; est autem ratio c ad E, eadem cum ratione velocitatum mobilium A B contrarie sumptarum, hoc est, cum ratione T ad v; ratio vero E ad G est eadem cum ratione spatiorum s R. ergo patet propositum.

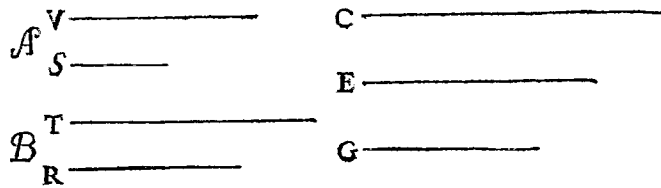
THEOR. VI. PROPOS. VI.

Si duo Mobilia æquabili motu ferantur, ratio velocitatum ipsorum composita erit ex ratione spatiorum peractorum, & ex ratione temporum contrarie sumptorum.

Sint duo Mobilia A B æquabili motu lata; sint autem spatia ab illis peracta in ratione v ad T, tempora vero sint ut s ad R. Dico velocitatem mobilis A ad velocitatem ipsius B habere rationem compositam ex ratione spatii v ad spatium T, & temporis R ad tempus s

Sit velocitas c ea cum qua mobile A conficit spatium v in tempore s, & quam rationem habet spatium v ad spatium T, hanc habeat velocitas c ad aliam E: erit E velocitas, cum qua mobile B conficit spatium T in tempore eodem s. quod si fiat

ut tempus R ad tempus s, ita velocitas E ad aliam G; erit velocitas G illa, secundum quam mobile B conficit spatium T in



tempore R. Habemus itaque velocitatem c, cum qua mobile A conficit spatium v in tempore s, & velocitatem G cum qua mobile B conficit spatium T in tempore R; & est ratio c ad G composita ex rationibus c ad E, & E ad G: ratio autem c ad E posita est eadem cum ratione spatii v ad spatium T; ratio vero E ad G, est eadem cum ratione R ad s. ergo patet propositum.

Salu. *Questo, che habbiamo veduto è, quanto il nostro Autore hà scritto del moto equabili. Passeremo dunque à più sottile, e nuova contemplazione intorno al moto naturalmente accelerato, quale è quello, che generalmente è esercitato da i mobili graui descendent: & ecco il titolo, e l'introduzione.*

DE MOTV NATVRALITER

A C C E L E R A T O.

QVÆ in motu æquabili contingunt accidentia, in præcedenti libro considerata sunt: modo de motu accelerato pertractandum. Et primo definitionem ei, quo utitur natura, apprime congruentem investigare, atque explicare convenit. Quamvis enim aliquam lationis speciem ex arbitrio confingere, & consequentes ejus passionis contemplari non sit inconveniens, (ita enim, qui Helicas, aut Conchoïdes lineas ex motib⁹ quibusdam exortas, licet talibus non utatur natura,

natura, sibi finxerunt, earum symptomata ex suppositione demonstrarunt cum laude) tamen quandoquidem quadam accelerationis specie gravium descendendum utitur natura, eorundem speculari passiones decrevimus, si eam, quam allaturi sumus de nostro motu accelerato definitionem, cum essentia motus naturaliter accelerati congruere contigerit. Quod tandem post diurnas mentis agitationes repperisse confidimus, ea potissimum ducti ratione, quia symptomatis deinceps à nobis demonstratis apprime respondere, atque congruere videntur ea, quæ naturalia experimenta sensui repræsentant. Postremo ad investigationem motus naturaliter accelerati nos quasi manu duxit animadversio consuetudinis, atque instituti ipsiusmet naturæ in ceteris suis operibus omnibus; in quibus exerendis uti consuevit mediis primis, simplicissimis, facillimis: neminem enim esse arbitror, qui credat natatum, aut volatum simpliciori, aut faciliori modo exerceri posse, quam eo ipso, quo pisces, & aves instinctu naturali utuntur. Dum igitur lapidem ex sublimi à quiete descendente nova deinceps velocitatis acquirere incrementa animadverto, cur talia additamenta simplicissima, atque omnibus magis obvia ratione fieri non credam? Quod si attentè inspiciamus, nullum additamentum, nullum incrementum magis simplex inveniemus, quam illud, quod semper eodem modo superaddit. Quod facile intelligemus maximam temporis, atque motus affinitatem inspicientes: sicut enim motus æquabilitas, & uniformitas per temporum, spatiorumque æquabilitates definitur atque concipitur, (rationem enim tunc æquabilem appellamus cum temporibus æqualibus æqualia conficiuntur spatia) ita per easdem æqualitates partium temporis, incrementa celeritatis simpliciter facta percipere possumus: mente concipientes motum illum uniformiter, eodemque modo continue acceleratum esse, dum temporibus quibuscumque æqualibus æqualia ei super-

addantur celeritatis additamenta. Adeo ut sumptis quotcumque temporis particulis æqualibus à primo instanti, in quo mobile recedit à quiete, & descensum aggreditur, celeritatis gradus in prima cum secunda temporis particula acquisitus duplus sit gradus, quem acquisivit mobile in prima particula: gradus vero, quem obtinet in tribus particulis, triplus, quem in quatuor, quadruplus ejusdem gradus primi temporis. Ita ut (clarioris intell gentiæ causa) si mobile lationem suam continuaret juxta gradum, seu momentum velocitatis in prima temporis particula acquisitæ, motumque suum deinceps æquabiliter cum tali gradu extenderet, latio hæc duplo esset tardior ea, quam juxta gradum velocitatis in duabus temporis particulis acquisitæ obtineret; & sic à recta ratione absolum nequaquam esse videtur, si accipiamus intentionem velocitatis fieri juxta temporis extensionem: ex quo definitio Motus, de quo acturi sumus, talis accipi potest. Motum æquabiliter, seu uniformiter acceleratum dico illum, qui à quiete recedens, temporibus æqualibus æqualia celeritatis momenta sibi superaddit.

Sagr. Io, si come fuor di ragione mi opporrei à questa, ò ad altrà definizione, che da qualsiuoglia Autore fusse assegnata, essendo tutte arbitrarie, così ben posso senza offesa dubitare, se tal definizione concepita, & ammessa in astratto; si adatti, conuenga, e si verifichi in quella sorte di Moto accelerato, che i graui naturalmente descendentì vanno esercitando. E perche pare, che l' Autore ci prometta, che tale, quale egli hà definito, sia il moto naturale de i graui, volentieri mi sentirei rimuouer certi scrupoli, che mi perturbano la mente, acciò poi con maggior attenzione potessi applicarmi alle proporzioni, e lor dimostrazioni, che si attendono.

Salu. È bene, che V. S., & il Sig. Simplicio vadano proponendo le difficoltà, le quali mi vò immaginando, che siano per essere quelle stesse, che à me ancora souuenero, quando primieramente veddi questo trattato, e che, ò dall' Autor medesimo ragionandone
feco,

seco, mi furon sopite, ò tal vna ancora da me stesso co'l pensarui rimosse.

Sagr. Mentre io mi vò figurando vn mobile graue descendente partirsi dalla quiete, cioè dalla priuazione di ogni velocità, & entrare nel moto, & in quello andarsi velocitando secondo la proporzione, che cresce 'l tempo dal primo instante del moto, & hauere, v. gr. in otto battute di polso acquistato otto gradi di velocità, della quale nella quarta battuta ne haueua guadagnati quattro, nella seconda due, nella prima vno, essendo il tempo subdiuisibile in infinito, ne seguita, che diminuendosi sempre con tal ragione l' antecedente velocità, grado alcuno non sia di velocità così piccolo, ò vogliamo dir di tardità così grande, nel quale non si sia trouato costituito l' istesso mobile dopo la partita dall' infinita tardità, cioè dalla quiete. Tal che se quel grado di velocità, ch' egli hebbe alle quattro battute di tempo, era tale, che mantenendola equabile harebbe corso due miglia in vn' ora, e co' l' grado di velocità, ch' hebbe nella seconda battuta, harebbe fatto vn miglio per ora, conuien dire, che ne gl' instanti del tempo più, e più vicini al primo della sua mossa dalla quiete, si trouasse così tardo, che non harebbe (seguitando di muouerfi con tal tardità) passato vn miglio in vn' ora, ne in vn giorno, ne in vn' anno, ne in mille: ne passato anco vn sol palmo in tempo maggiore: accidente, al quale pare, che assai mal' ageuolmente s' accomodi l' immaginazione, mentre che il senso ci mostra vn graue cadente venir subito con grau' velocità.

Salu. Questa è vna delle difficoltà, che à me ancora su' l' principio dette, che pensare, mà non molto dopo la rimossi; & il rimuouerla fù effetto della medesima esperienza, che di presente à voi la suscita. Voi dite parerui, che l' esperienza mostri, che à pena partiti il graue dalla quiete entri in vna molto notevole velocità: & io dico, che questa medesima esperienza ci chiarisce i primi impeti del cadente, benche grauiissimo, esser lentissimi, e tardissimi. Posate vn graue sopra vna materia cedente, lasciandouelo sin che preme, quanto egli può con la sua semplice grauità: è manifesto, che alzandolo

dolo vn braccio, ò due, lasciandolo poi cadere sopra la medesima materia, farà con la percossa nuoua pressione, e maggiore, che la fatta prima co'l solo peso; e l'effetto sarà cagionato dal mobile cadente congiunto con la velocità guadagnata nella caduta, il quale effetto sarà più, e più grande, secondo che da maggior' altezza verrà la percossa; cioè secondo che la velocità del percuziente sarà maggiore. Quanta dunque sia velocità d'un graue cadente, lo potremo noi senza errore conietturare dalla qualità, e quantità della percossa. Mà ditemi Signori, quel Mazzo, che lasciato cadere sopra vn palo dall' altezza di quattro braccia lo ficca in terra, v. gr., quattro dita, venendo dall' altezza di duo braccia lo caccerà assai manco, e meno dall' altezza di vno, e manco da vn palmo; e finalmente sollevandolo vn dito, che farà di più, che se senza percossa vi fusse posto sopra? certo pochissimo, & operazione del tutto impercettibile sarebbe, se si eleuasse, quanto è grosso vn foglio. E perche l'effetto della percossa si regola dalla velocità del medesimo percuziente, chi vorrà dubitare, che lentissimo sia 'l moto, e più che minima la velocità, doue l'operazione sua sia impercettibile? Veggano hora quanta sia la forza della verità, mentre l'istessa esperienza, che pareua nel primo aspetto mostrare vna cosa, meglio considerata ci assicura del contrario. Mà senza ridursi à tale esperienza (che senza dubbio è concludentissima) mi pare, che non sia difficile co'l semplice discorso penetrare vna tal verità. Noi habbiamo vn sasso graue sostenuto nell' aria in quiete; si libera dal sostegno, e si pone in libertà: e come più graue dell' aria, vien descendendo al basso, e non con moto equabile, mà lento nel principio, e continuamente dopo accelerato; & essendo che la velocità è augmentabile, e menomabile in infinito, qual ragione mi persuaderà, che tal mobile partendosi da vna tardità infinita (che tal' è la quiete) entri immediatamente in dieci gradi di velocità più, che in vna di quattro, ò in questa prima, che in vna di due, di vno, di vn mezo, di vn centesimo? & in somma in tutte le minori in infinito? Sentite in grazia. Io non credo, che voi fuste renitenti à concedermi, che l'acquisto de i gradi di
velocità

velocità del sasso cadente dallo stato di quiete possa farsi co'l medesimo ordine, che la diminuzione, e perdita de i medesimi gradi, mentre da virtù impellente fusse ricacciato in sù alla medesima altezza: mà quando ciò sia, non veggo, che si possa dubitare, che nel diminuirsi la velocità del sasso ascendente consumandola tutta possa peruenire allo stato di quiete prima che passar per tutti i gradi di tardità.

Simp. *Mà se i gradi di tardità maggiore, e maggiore sono infiniti, già mai non si consumeranno tutti; onde tal graue ascendente non si condurrà mai alla quiete, mà infinitamente si mouerà, ritardandosi sempre: cosa che non si vede accedere.*

Salu. *Accaderebbe cotesto, Sig. Simp, quando il mobile andasse per qualche tempo trattenendosi in ciaschedun grado; mà egli vi passa solamente senza dimorarui oltre à vn' instante; e perche in ogni tempo quanto, ancor che piccolissimo, sono infiniti instanti, però son bastanti à rispondere à gl' infiniti gradi di velocità diminuita. Che poi tal graue ascendente non persista per verun tempo quanto, in alcun medesimo grado di velocità, si fa manifesto così: perche se assegnato qualche tempo quanto nel primo instante di tal tempo, & anco nell' ultimo il mobile si trouasse hauer' il medesimo grado di velocità, potrebbe da questo secondo grado esser parimente sospinto in sù per altrettanto spazio, si come dal primo fu portato al secondo, e per l'istessa ragione passerebbe dal secondo alterzo, e finalmente continuerebbe il suo moto vniforme in infinito.*

Sagr. *Da questo discorso mi par, che si potrebbe cauare vna assai congrua ragione della quistione agitata tra i Filosofi, qual sia la causa dell' accelerazione del Moto naturale de i graui. Imperò che mentre io considero nel graue cacciato in sù andar si continuamente diminuendo quella virtù impressagli dal proiciente, la quale, sin che fu superiore all' altra contraria della grauità, lo sospinse in alto giunte che siano questa, e quella all' equilibrio, resta il mobile di più salire, e passa per lo stato della quiete, nel quale l' impeto impresso non è altramente annichilato, mà solo consumatosi quell' eccesso,*

che pur dianzi haueua sopra la grauità del mobile, per lo quale preualendogli lo spigneua in sù. Continuandosi poi la diminuzione di questo impeto straniero, & in conseguenza cominciando il vantaggio ad esser dalla parte della grauità, comincia altresì la scesa, mà lenta per il contrasto della virtù impressa, buona parte della quale rimane ancora nel mobile: mà perche ella pur v'è continuamente diminuendosi, venendo sempre con maggior proporzione superata dalla grauità, quindi nasce la continua accelerazione del moto.

Simp. Il pensiero è arguto, mà più sottile, che saldo: imperò che quando pur sia concludente, non sodisfa se non à quei moti naturali, à i quali sia preceduto un moto violento, nel quale resti ancora viuace parte della virtù esterna: mà doue non sia tal residuo, mà si parta il mobile da vna antiquata quiete, cessa la forza di tutto il discorso.

Sagr. Credo, che voi siate in errore, e che questa distinzione di casi che fate, sia superflua, ò per dir meglio nulla. Però ditemi, se nel proietto può esser tal volta impressa dal proiciente molta, & tal ora poca virtù; sì che possa essere scagliato in alto cento braccia, & anco venti, ò quattro, ò vno?

Simp. Non è dubbio, che sì.

Sagr. E non meno potrà cot'al virtù impressa di così poco superer la resistenza della grauità, che non l'alzi più d'un dito; e finalmente può la virtù del proiciente esser solamente tanta, che pareggi per l'appunto la resistenza della grauità, sì che il mobile sia, non cacciato in alto, mà solamente sostenuto. Quando dunque voi reggete in mano vna pietra, che altro gli fate voi, che l'imprimerli tanta virtù impellente all'in sù, quanta è la facoltà della sua grauità traente in giù? E questa vostra virtù non continuate voi di conseruargliela impressa per tutto il tempo, che voi la sostenete in mano? Si diminuisce ella forse per la lunga dimora, che voi la reggete? E questo sostenimento, che vieta la scesa al sasso, che importa, che sia fatto più dalla vostra mano, che da vna tauola, ò da vna corda, dalla quale ei sia sospeso? Certo niente. Concludete per tanto,

Sig.

Sig. Simp., che il precedere alla caduta del sasso una quiete lunga, ò breue, ò momentanea, non fa differenza alcuna, si che il sasso non parta sempre affetto da tanta virtù contraria alla sua gravità, quanta appunto bastava à tenerlo in quiete.

Salu. Non mi par tempo opportuno d'entrare al presente nell'investigazione della causa dell'accelerazione del Moto naturale, intorno alla quale da varii Filosofi varie sentenzie sono state prodotte; riducendola alcuni all'auvicinamento al centro, altri al restar successiuamente manco parti del mezo da fendersi: altri à certa estrusione del mezo ambiente, il quale nel ricongiugner si à tergo del mobile lo v'è spremendo, e continuatamente scacciando, le quali fantasie con altre appresso conuerrebbe andare esaminando, e con poco guadagno risoluendo. Per ora basta al nostro Autore, che noi intendiamo, che egli ci vuole inuestigare, e dimostrare alcune passioni di vn Moto accelerato (qualunque si sia la causa della sua accelerazione) talmente che i momenti della sua velocità vadano accrescendosi dopo la sua partita dalla quiete con quella semplicissima proporzione, con la quale cresce la continuazion del tempo, che è quanto dire, che in tempi eguali si facciano eguali additamenti di velocità. E se s'incontrerà, che gli accidenti, che poi saranno dimostrati si verificchino nel moto de i graui naturalmente descendentì, & accelerati, potremo reputare, che l'assunta definizione comprenda cot'alto moto de i graui, e che vero sia che l'accelerazione loro vadia crescendo secondo, che cresce il tempo, e la durazione del moto.

Sagr. Per quanto per ora mi si rappresenta all'intelletto, mi pare che con chiarezza forse maggiore si fusse potuto definire senza variare il concetto: Moto uniformemente accelerato esser quello, nel quale la velocità andasse crescendo secondo, che cresce lo spazio, che si v'è passando; si che per esemplo il grado di velocità acquistato dal mobile nella scesa di quattro braccia, fusse doppio di quello ch'egli hebbe, sceso che e fa lo spazio di due, e questo doppio del conseguito nello spazio del primo braccio. Perche non mi par, che sia da dubitare, che quel graue, che viene dall' altezza di sei braccia,

non habbia, e perquota con impeto doppio di quello che hebbe, fceso che fù trè braccia, e triplo di quello che hebbe alle due, e fescuplo dell' hauto nello spazio di vno.

Salu. Io mi consolo assai d' hauer hauto vn tanto compagno nell' errore; e più vi dirò, che il vostro discorso hà tanto del verisimile, e del probabile, che il nostro medesimo Autore non mi nego, quando io glielo proposi, d' esser' egli ancora stato per qualche tempo nella medesima fallacia. Mà quello, di che io poi sommamente mi marauigliai, fù il vedere scoprir con quattro semplicissime parole, non pur false, mà impossibili due proposizioni, che hanno del verisimile tanto, che hauendole io proposte à molti, non hò trouato, chi liberamente non me l' ammettesse.

Simp. Veramente io sarei del numero de i conceditori, e che il graue descendente vires acquirat eundo, crescendo la velocità à ragion dello spazio, e che l' momento dell' istesso percuziente sia doppio venendo da doppia altezza, mi paiono proposizioni da concedersi senza repugnanza, o controuerfia.

Salu. E pur son tanto false, e impossibili, quanto che il moto si faccia in vn' instante. Et eccouene chiarissima dimostrazione. Quando le velocità hanno la medesima proporzione, che gli spazii passati, ò da passarsi, tali spazii vengono passati in tempi eguali; se dunque le velocità, con le quali il cadente passò lo spazio di quattro braccia, furon doppie delle velocità, con le quali passò le due prime braccia (si come lo spazio è doppio dello spazio) adunque i tempi di tali passaggi sono eguali; mà passare il medesimo mobile le quattro braccia, e le due nell' istesso tempo non può hauer luogo fuor che nel moto instantaneo. Mà noi veggiamo, che il graue cadente fa suo moto in tempo, & in minore passa le due braccia, che le quattro. Adunque è falso, che la velocità sua cresca come lo spazio. L' altra proposizione si dimostra falsa con la medesima chiarezza. Imperò che essendo quello che perquota il medesimo; non può determinarsi la differenza, e momento delle percosse, se non dalla differenza della velocità. Quando dunque il percuziente venendo da doppia
 altezza

altezza facesse percossa di doppio momento, bisognerebbe, che percotesse con doppia velocità; ma la doppia velocità passa il doppio spazio nell'istesso tempo: e noi veggiamo il tempo della scesa dalla maggior altezza esser più lungo.

Sagr. Troppa evidenza, troppa agevolezza è questa, con la quale manifestate conclusioni ascoste; questa somma facilità le rende di minor pregio, che non erano, mentre stauano sotto contrario sembiante. Poco penso io, che prezzerrebbe l'universale notizie acquistate con sì poca fatica in comparazione di quelle, intorno alle quali si fanno lunghe, & inesplicabili alterazioni.

Salu. A quelli i quali con gran breuità e chiarezza mostrano le fallacie di proposizioni state comunemente tenute per vere dall'universale, danno assai comportabile sarebbe il riportarne solamente di sprezzo in luogo di aggradimento: ma bene spiacevole, e molesto riesce cert' altro affetto, che suol tal volta destarsi in alcuni, che pretendendo ne i medesimi studii almeno la parità con chiunque si sia, si veggono hauer trapassate per vere conclusioni, che poi da vn' altro con breue, e facile discorso vengono scoperte, e dichiarate false. Io non chiamerò tale affetto invidia, solita à conuertirsi poi in odio, & ira contro agli scopritori di tali fallacie, ma lo dirò vno stimolo, e vna brama di voler più presto mantener gl' errori inueterati, che permetter che si riceuano le verità nuouamente scoperte: la qual brama tal volta gl' induce à scriuere in contradizione à quelle verità pur troppo internamente conosciute anco da loro medesimi, solo per tener bassa nel concetto del numeroso, e poco intelligente vulgo l'altrui reputazione. Di simili conclusioni false riceuute per vere, e di ageuolissima confutazione, non piccol numero ne hò io sentite dal nostro Academico, di parte delle quali hò anco tenuto registro.

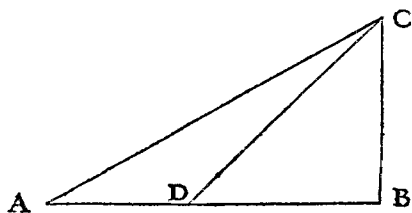
Sagr. E V. S. non dourà priuarcene, ma à suo tempo farcene parte, quando ben' anco bisognasse in grazia loro fare vna particolar sessione. Per hora continuando il nostro filo parmi, che sin qui habbiamo fermata la definizione del Moto uniformemente accelerato, del quale si tratta ne i discorsi, che seguono; & è:

Motum æquabiliter, seu uniformiter acceleratum dicimus eum, qui à quiete recedens temporibus æqualibus æqualia celeritatis momenta sibi superaddit.

Salu. *Fermata cotal definizione vn solo principio domanda, e suppone per vero l' Autore, cioè;*

Accipio, gradus velocitatis ejusdem mobilis super diversas planorum inclinationes acquisitos tunc esse æquales, cum eorumdem planorum elevationes æquales sint.

Chiama la eleuazione di vn piano inclinato la perpendicolare, che dal termine sublime di esso piano casca sopra la linea orizzontale prodotta per l' infimo termine di esso piano inclinato; come per intelligenza: essendo la linea A B parallela all' orizzonte, sopra 'l quale siano inclinati li due piani C A, C D; la perpendicolare C B cadente sopra l' orizzontale B A, chiama l' Autore la eleuazione de i



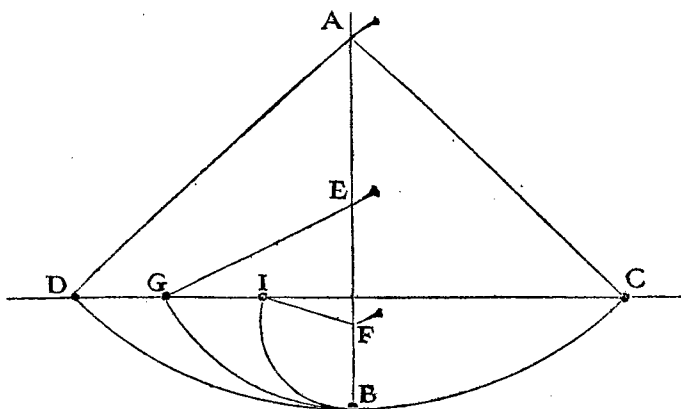
Piani C A, C D, e suppone, che i gradi di velocità del medesimo mobili scendente per li piani inclinati C A, C D, acquistati ne i termini A D, siano eguali, per esser la loro eleuazione l' istessa C B.

E tanto anco si deue intendere il grado di velocità, che il medesimo cadente dal punto C harebbe nel termine B.

Sagr. *Veramente mi par, che tal supposto habbia tanto del probabile, che meriti di esser senza controuersia conceduto: intendendo sempre, che si rimuouano tutti gl' impedimenti accidentarii, & esterni; e che i piani siano ben solidi, e tersi, & il mobile di figura perfettissimamente rotonda, si che è il piano, & il mobile non habbiano scabrosità. Rimossi tutti i contrasti, & impedimenti, il lume naturale mi detta senza difficoltà, che vna Palla graue, e perfettamente rotunda scendendo per le linee C A, C D, C B, giugnerebbe ne i termine A D B, con impeti eguali.*

Salu.

Salu. Voi molto probabilmente discorrete : mà oltre al verisimile voglio con vna esperienza accrescer tanto la probabilità , che poco gli manchi all' agguagliarsi ad vna ben necessaria dimostrazione. Figurateui questo foglio essere vna parete eretta all' orizzonte, e da vn chiodo fitto in essa pendere vna palla di piombo d' un oncia, ò due sospesa dal sottil filo AB lungo due, ò tre braccia perpendicolare all' orizzonte ; e nella parete segnate vna linea orizzontale DC segante à squadra il perpendicolo AB , il quale sia lontano dalla parete due dita in circa : trasferendo poi il filo AB con la palla in AC , lasciate essa palla in libertà, la quale primieramente vedre-



te scendere descriuendo l' arco $CB D$, e di tanto trapassare il termine B , che scorrendo per l' arco $B D$ sormonterà sino quasi alla segnata parallela CD , restando di peruenirni per piccolissimo interuallo, togliti il precisamente arriuarui dall' impedimento dell' aria, e del filo. Dal che possiamo veracemente concludere, che l' impeto acquistato nel punto B dalla palla nello scendere per l' arco CB , fù tanto, che bastò à risospingerli per vn simile arco $B D$ alla medesima altezza: fatta, e più volte reiterata cotale esperienza, voglio che ficchiamo nella parete rasente al perpendicolo AB vn chiodo, come in E ,

in E, ò vero in F, che sporga in fuori cinque, ò sei dita: e questo acciò che il filo AC tornando come prima à riportar la palla C per l'arco CB, giunta che ella sia in B intoppando il filo nel chiodo E, sia costretta à camminare per la circonferenza BG descritta intorno al centro E, dal che vedremo quello che potrà far quel medesimo impeto, che dianzi concepito nel medesimo termine B, sospinse l'istesso mobile per l'arco BD all' altezza della orizzontale CD. Hora Signori voi vedrete con gusto condursi la palla all' orizzontale nel punto G, e l'istesso accadere, se l'intoppo si mettesse più basso, come in F, doue la palla descriuerebbe l'arco BI, terminando sempre la sua salita precisamente nella linea CD, e quando l'intoppo del chiodo fusse tanto basso, che l'auanzo del filo sotto di lui non arriuasse all' altezza di CD, (il che accaderebbe, quando fusse più vicino al punto B, che al segamento dell' AB con l'orizzontale CD,) all' ora il filo casualcherebbe il chiodo, e se gli auuolgerebbe intorno. Questa esperienza non lascia luogo di dubitare della verità del supposto: imperò che essendo li due archi CB, DB eguali, e similmente posti, l'acquisto di momento fatto per la scesa nell' arco CB, è il medesimo che il fatto per la scesa nell' arco DB, mà il momento acquistato in B per l'arco CB, è potente à risospingere in sù il medesimo mobile per l'arco BD; adunque anco il momento acquistato nella scesa DB, è eguale à quello, che sospigne l'istesso mobile per il medesimo arco da B in D, sì che vniuersalmente ogni momento acquistato per la scesa d'un arco è eguale à quello, che può far risalire l'istesso mobile per il medesimo arco: mà i momenti tutti che fanno risalire per tutti gli archi BD, BG, BI sono eguali, poiche son fatti dall'istesso medesimo momento acquistato per la scesa CB, come mostra l'esperienza. Adunque tutti i momenti, che si acquistano per le scese ne gli archi DB, GB, IB sono eguali.

Sagr. Il discorso mi par concludentissimo, e l'esperienza tanto accomodata per verificare il postulato, che molto ben sia degno d'esser concesso, come se fusse dimostrato.

Salu. Io non voglio, Sig. Sagr., che noi ci pigliamo più del douere:

douere: e massimamente che di questo assunto ci habbiamo à seruire principalmente ne i moti fatti sopra superficie rette, e non sopra curue, nelle quali l'accelerazione procede con gradi molto differenti da quelli, con i quali noi pigliamo, ch' ella proceda ne piani retti. Di modo che, se ben l'esperienza addotta ci mostra, che la scesa per l'arco CB conferisce al mobile momento tale, che può ricondurlo alla medesima altezza per qualsiuoglia arco BC , BG , BI , noi non possiamo con simile euidenza mostrare, che l'istesso accadeffe, quando una perfettissima palla douesse scendere per piani retti inclinati secondo le inclinazioni delle corde di questi medesimi archi: anzi è credibile che formandosi angoli da essi piani retti nel termine B , la palla scesa per l'inclinato secondo la corda CB , trouando intoppo ne i piani ascendenti secondo le corde BD , BG , BI , nell'urtare in essi perderebbe del suo impeto, nè potrebbe salendo condursi all'altezza della linea CD . Mà leuato l'intoppo, che progindica all'esperienza, mi par bene, che l'intelletto resti capace, che l'impeto (che in effetto piglia vigore dalla quantità della scesa) sarebbe potente à ricondurre il mobile alla medesima altezza. Prendiamo dunque per hora questo, come Postulato, la verità assoluta del quale ci verrà poi stabilita dal vedere altre conclusioni fabbricate sopra tale Ipotesi rispondere, e puntualmente confrontarsi con l'esperienza. Supposto dall'Autore questo solo principio passa alle proposizioni dimostratiuamente concludendole, delle quali la prima è questa.

THEOR. I. PROPOS. I.

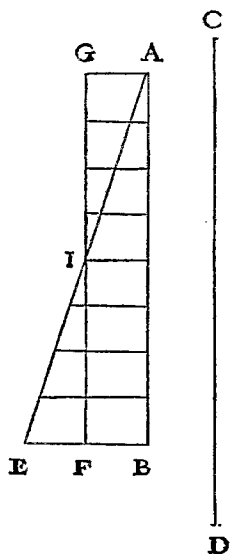
Tempus, in quo aliquod spatium à Mobili conficitur latione ex quiete uniformiter accelerata, est aequale temporibus in quo idem spatium conficeretur ab eodem mobili motu aquabili delato, cuius velocitatis gradus subduplus sit ad summum & ultimum gradum velocitatis prioris motus uniformiter accelerati.

Représentetur per extensionem AB tempus, in quo à mobili latione uniformiter accelerata ex quiete in C conficiatur spatium CD ; graduum autem velocitatis adauctæ in instan-

Y

tibus

tibus temporis AB maximus & ultimus repræsentetur per E
 B , utcunque super AB constituta : junctæque AE lineæ, om-



nes ex singulis punctis lineæ AB ipsi
 BE æquidistanter actæ crescentes
 velocitatis gradus post instans A re-
 præsentabunt. Divisa deinde BE
 bifariam in F , ductisque parallelis F
 G , AG , ipsis BA , BF ; Parallelogram-
 mum $AGFB$ erit constitutum trian-
 gulo AEB æquale, dividens suo la-
 tere GF , bifariam AE in I : quod-
 si parallelæ trianguli AEB usque ad
 IGF extendantur, habebimus ag-
 gregatum parallelarum omnium in
 quadrilatero contentarum æqua-
 lem aggregatui comprehensarum in
 triangulo AEB . quæ enim sunt in
 triangulo IEF , paria sunt cum con-
 tentis in triangulo GIA ; eæ vero
 quæ habentur in trapezio $AIFB$,

communes sunt. Cumque singulis & omnibus instantibus
 temporis AB respondeant singula & omnia puncta lineæ A
 B , ex quibus actæ parallelæ in triangulo AEB comprehensæ
 crescentes gradus velocitatis adactæ repræsentant; paralle-
 læ vero intra parallelogrammum contentæ totidem gradus
 velocitatis non adactæ, sed æquabilis, itidem repræsentent:
 apparet totidem velocitatis momenta absumpta esse in mo-
 tu accelerato juxta crescentes parallelas trianguli AEB , ac
 in motu equabili juxta parallelas parallelogrammi GB : quod
 enim momentorum deficit in prima motus accelerati me-
 dietate, (deficiunt enim momenta per parallelas trianguli
 AGI repræsentata,) reficitur à momentis per parallelas
 trianguli IEF repræsentatis. Patet igitur, æqualia futura esse
 spatia

æquabili delato, cujus velocitas subdupla sit maximæ in motu accelerato acquisitæ; constat, spatia MH, LH , esse eadem, quæ motibus æqualibus, quorum velocitates essent ut dimidiæ PE, OD , conficerentur in temporibus EA, DA . Si igitur ostensum fuerit, hæc spatia MH, LH , esse in duplicata ratione temporum EA, DA ; intentum probatum erit. Verum in quarta Propositione primi libri demonstratum est: Mobilium æquabili motu latorum spatia peracta habere inter se rationem compositam ex ratione velocitatum, & ex ratione temporum: hic autem ratio velocitatum est eadem cum ratione temporum, (quam enim rationem habet dimidia PE ad dimidiam OD , seu tota PE ad totam OD , hanc habet AE ad AD ,) ergo ratio spatiorum peractorum dupla est rationis temporum. quod erat demonstrandum.

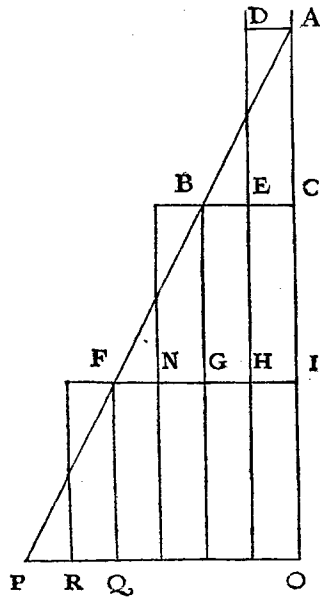
Patet etiam hinc, eandem spatiorum rationem esse duplam rationis maximorum graduum velocitatis: nempe linearum PE, OD , cum sit PE ad OD ut EA ad DA .

COROLLARIUM I.

Hinc manifestum est, quod, si fuerint quotcunque tempora æqualia consequenter sumpta à primo instanti seu principio lationis, utputa AD, DE, EF, FG , quibus conficiantur spatia HL, LM, MN, NI , ipsa spatia erunt inter se ut numeri impares ab unitate; scilicet ut 1, 3, 5, 7. Hæc enim est ratio excessuum quadratorum linearum sese æqualiter excedentium, & quarum excessus est æqualis minimæ ipsarum: seu dicamus quadratorum sese ab unitate consequentium. Dum igitur gradus velocitatis augentur juxta seriem simplicem numerorum in temporibus æqualibus, spatia peracta iisdem temporibus incrementa suscipiunt juxta seriem numerorum imparium ab unitate.

Sagr. *Suspendete in grazia aliquanto la lettura, mentre io vo ghiribizando intorno à certo concetto pur hora cascatomi in mentes*

mente; per la spiegatura del quale per mia, e per vostra più chiara intelligenza fo un poco di disegno: doue mi figuro per la linea AI , la continuazione del tempo dopo il primo instante in A , applicando poi in A secondo qualsiuoglia angolo la retta AF , e congiugnendo i termini IF , diuiso il tempo AI in mezzo in C , tiro la CB parallela



alla IF . Considerando poi la CB , come grado massimo della velocità che cominciando dalla quiete nel primo instante del tempo A , si andò augumentando secondo il crescimento delle parallele alla BC , prodotte nel triangolo ABC , (che è il medesimo che crescere secondo che cresce il tempo,) ammetto senza controuerfia, per i discorsi fatti sin qui, che lo spazio passato dal Mobile cadente con la velocità accresciuta nel detto modo sarebbe eguale allo spazio, che passerebbe il medesimo Mobile, quando si fusse nel medesimo tempo A

C , mosso di moto uniforme, il cui grado di velocità fusse eguale all' EC metà del BC . Passo hora più oltre, e figurato mi il mobile sceso con moto accelerato trouarsi nell' instante C , hauere il grado di velocità BC ; è manifesto, che, se egli continuasse di muouersi con l' istesso grado di velocità BC senza più accelerarsi, passerebbe nel seguente tempo CI , spazio doppio di quello che si passò nell' equal tempo AC , col grado di velocità uniforme EC metà del grado BC . Ma perche il mobile scende con velocità accresciuta sempre uniformemente in tutti tempi eguali; aggiugnerà al grado BC nel seguente tempo CI , quei momenti medesimi di velocità crescente secondo le parallele del trian-

golo BFG eguale al triangolo ABC . Si che aggiunto al grado di velocità GI la metà del grado FG , massimo degl' acquistati nel moto accelerato, e regolati dalle parallele del triangolo BFG , habremo il grado di velocità IN , col quale di moto uniforme si sarebbe mosso nel tempo CI ; il qual grado IN essendo triplo del grado EC convince lo spazio passato nel secondo tempo CI , douere esser triplo dal passato nel primo tempo CA . E se noi intenderemo esser' aggiunta all' AI , vn' altra equal parte di tempo IO , & accresciuto il triangolo sino in APQ ; è manifesto, che quando si continuasse il moto per tutto 'l tempo IO col grado di velocità IF , acquistato nel moto accelerato nel tempo AI , essendo tal grado IF quadruplo dell' EC lo spazio passato nel tempo IO ; sarebbe quadruplo del passato nell' equal primo tempo AC : mà continuando l' accrescimento dell' uniforme accelerazione nel triangolo FPQ , simile à quello del triangolo ABC , che ridotto à moto equabile aggiugne il grado eguale all' EC , aggiunto il QR eguale all' EC ; habremo tutta la velocità equabile esercitata nel tempo IO quintupla dell' equabile del primo tempo AC , e però lo spazio passato quintuplo del passato nel primo tempo AC . Vedesi dunque anco in questo semplice calcolo gli spazii passati in tempi eguali dal mobile, che partendosi dalla quiete v' acquistando velocità, conforme all' accrescimento del tempo, esser tra di loro come i numeri impari ab vnitate 1, 3, 5: e congiuntamente presi gli spazii passati, il passato nel doppio tempo esser quadruplo del passato nel sudduplo; il passato nel tempo triplo esser nonuplo: & in somma gli spazii passati essere in duplicata proporzione de i tempi; cioè come i quadrati di essi tempi.

Simp. Io veramente hò preso più gusto in questo semplice, e chiaro discorso del S. Sagr., che nella per me più oscura dimostrazione dell' Autore: sicche io restò assai ben capace che il negozio deua succeder così, posta e riceuuta la definizione del moto uniformemente accelerato. Mà, se tale sia poi l' accelerazione della quale si serue la Natura nel moto de i suoi Grani descendenti, io per ancora ne restò dubbioso, e però per intelligenza mia, e di altri simili à me,

parmi

parmi che sarebbe stato opportuno in questo luogo arrecar qualche esperienza di quelle, che si è detto esser uene molte, che in diuersi casi s'accordano con le conclusioni dimostrate.

Salu. Voi da vero scienziato fate vna ben ragioneuol domanda, e così si costuma e conuiene nelle scienze, le quali alle conclusioni naturali applicano le dimostrazioni matematiche, come si vede ne i Perspettiui, negli Astronomi, ne i Mecanici, ne i Musici, & altri, li quali con sensate esperienze confermano i principii loro, che sono i fondamenti di tutta la seguente struttura: e però non voglio che ci paia superfluo se con troppa lunghezza haremo discorso sopra questo primo, e massimo fondamento sopra'l quale s'appoggia l'immensa machina d'infinite conclusioni, delle quali solamente vna piccola parte ne habbiamo in questo libro poste dall'Autore, il quale harà fatto assai ad aprir l'ingresso, e la porta stata sin' or serrata agl'ingegni specolatiui. Circa dunque all'esperienze non hà tralasciato l'Autore di farne, e per assicurarsi che l'accelerazione de i graui naturalmente descendentis segua nella proporzione sopradetta: molte volte mi son ritrouato io à farne la proua nel seguente modo, in sua compagnia.

In vn Regolo, ò voglian dir Corrente di legno lungo circa 12 braccia, e largo per vn verso mezo braccio, e per l'altro 3 dita, si era in questa minor larghezza incauato vn canaletto poco più largo d'un dito. Tiratolo drittiſſimo, e per hauerlo ben pulito, e liscio, incollatoui dentro vna carta pecora zannata, e luſtrata al poſſibile, si faceua in eſſo scendere vna palla di bronzo durissimo ben rotondata, e pulita. Costituito che si era il detto regolo pendente, eleuando sopra il piano orizzontale vna delle sue estremità vn braccio, ò due, ad arbitrio, si lasciava (come dico) scendere per il detto Canale la Palla, notando, nel modo che appresso dirò, il tempo che consumaua nello scorrerlo tutto; replicando il medesimo atto molte volte, per assicurarsi bene della quantità del tempo: nel quale non si trouaua mai differenza, nè anco della decima parte d'una battuta di polſo. Fatta, e stabilita precisamente tale operazione, facemmo scender la medesima

medesima palla solamente per la quarta parte della lunghezza di esso Canale: e misurato il tempo della sua scesa, si trouaua sempre puntualissimamente esser la metà dell' altro. E facendo poi l' esperienze di altre parti, esaminando hora il tempo di tutta la lunghezza col tempo della metà, ò con quello delli duo terzi, ò de i $\frac{2}{3}$, ò in conclusione con qualunque altra diuisione, per esperienze ben cento volte replicate sempre s' incontraua gli spazii passati esser trà di loro come i quadrati de i tempi. E questo in tutte le inclinazioni del piano, cioè del Canale, nel quale si faceua scender la palla. Doue offeruammo ancora i tempi delle scese per diuerse inclinazioni mantener esquisitamente trà di loro quella proporzione, che più abasso troueremo esser gli assegnata, e dimostrata dall' Autore. Quanto poi alla misura del tempo: si teneua vna gran Secchia piena d' acqua attaccata in alto; la quale per vn sottil cannellino saldatoogli nel fondo, versaua vn sottil filo d' acqua, che s' andaua riceuendo con vn piccol bicchiero per tutto 'l tempo, che la palla scendeua nel Canale, e nelle sue parti: le particelle poi dell' acqua, in tal guisa raccolte, s' andauano di volta in volta con esattissima bilancia pesando; dandoci le differenze, e proporzioni de i pesi loro le differenze, e proporzioni de i tempi: e questo con tal giustezza, che, come hò detto, tali operazioni molte, e molte volte replicate, già mai non differiuano d' un notabil momento.

Simp. Gran sodisfazione harei riceuuta nel trouarmi presente à tali esperienze: mà sendo certo della vostra diligenza nel farle, e fedeltà nel referirle, mi quieto, e le ammetto per sicuriissimi, e vere.

Salu. Potremo dunque ripigliar la nostra lettura, e seguitare auanti.

C O R O L L A R I V M I I.

Colligitur secundo, quod si à principio lationis sumantur duo spatia quælibet, quibuslibet temporibus peracta, tempora ipsorum erunt inter se, ut alterum eorum ad spatium medium proportionale inter ipsa. Sumptis enim à principio lationis

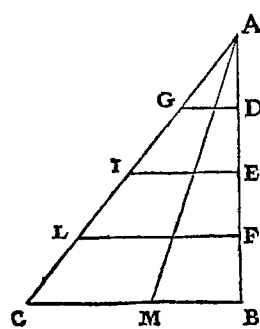
S lationis s duobus spatiis, s T, s V; quorum medium sic
 T proportionale s X; tempus casus per s T, ad tempus
 X casus per s V, erit, ut s T ad s X; seu dicamus; tempus
 V per s V ad tempus per s T esse, ut v s ad s X. Cum enim
 demonstratum sit, spatia peracta esse in duplicata ratio-
 ne temporum, seu (quod idem est) esse ut temporum
 quadrata; ratio autem spatii v s ad spatium s T sit du-
 pla rationis v s ad s X, seu sit eadem, quam habent
 quadrata v s, s X; patet, rationem temporum lationum
 per s V, s T, esse ut spatiorum, seu linearum v s, s X.

S C H O L I V M.

Id autem, quod demonstratum est in lationibus peractis in perpendicularis, intelligatur etiam itidem contingere in planis utcunque inclinatis: in iisdem enim assumptum est accelerationis gradus eadem ratione augeri; nempe secundum temporis incrementum, seu dicas, secundum simplicem, ac primam numerorum seriem.

T H E O R. III. P R O P O S. III.

Si super plano inclinato, atque in perpendicularo, quorum eadem sit altitudo, feratur ex quiete idem mobile; tempora lationum erunt inter se, ut plani ipsius, & perpendiculari longitudines.



Sit planum inclinatum A C, & per-
 pendiculum A B, quorum eadem sit
 altitudo supra horizontem c B, nempe
 ipsamet linea B A. Dico, tempus de-
 scensus ejusdem mobilis super plano
 A C, ad tempus casus in perpendicularo
 A B, eam habere rationem, quam habet
 longitudo plani A C, ad ipsius perpen-
 diculi A B longitudinem. Intelligantur
 enim quotlibet lineæ D G, E I, F L, ho-
 rizonti c B parallelæ: constat ex assumpto, gradus velocita-
 tis

tis mobilis ex A primo motus initio in punctis G, D, acquisitos esse æquales, cum accessus ad horizontem æquales sint: similiter gradus in punctis I, E, iidem erunt: nec non gradus in L & F. Quod si non hæ rantum parallelæ, sed ex punctis omnibus lineæ A B, usque ad lineam A C, protractæ, intelligantur momenta, seu gradus velocitatum in terminis singularum parallelarum, semper erunt inter se paria: Conficiuntur itaque spatia duo A C, A B, iisdem gradibus velocitatis. Sed demonstratum est, quod si duo spatia conficiantur à mobili, quod iisdem velocitatis gradibus feratur, quam rationem habent ipsa spatia, eandem habent tempora lationum. ergo tempus lationis per A C, ad tempus per A B, est ut longitudo plani A C ad longitudinem perpendiculari A B. Quod erat demonstrandum.

Sagr. *Parmi, che assai chiaramente, e con breuità si poteua concludere il medesimo, essendosi già concluso, che la somma del moto accelerato de i passaggi per A C, A B, è, quanto il moto equabile, il cui grado di velocità sia sudduplo al grado massimo C B. essendo dunque passati li due spazii A C, A B, con l'istesso moto equabile, già è manifesto per la proposizione prima del primo, che i tempi de i passaggi saranno come gli spazii medesimi.*

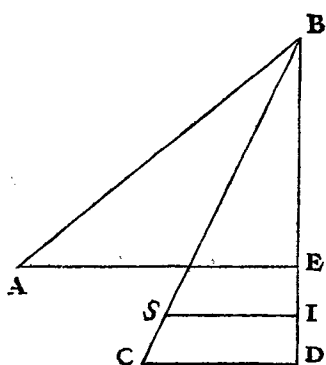
C O R O L L A R I V M.

Hinc colligitur, tempora descensuum super planis diversimode inclinatis, dum tamen eorum eadem sit elevatio, esse inter se, ut eorum longitudines. Si enim intelligatur aliud planum A M, ex A ad eundem horizontem C B terminatum, demonstrabitur pariter, tempus descensus per A M ad tempus per A B, esse, ut linea A M ad A B; ut autem tempus A B ad tempus per A C, ita linea A B ad A C: ergo ex æquali, ut A M ad A C, ita tempus per A M ad tempus per A C.

T H E O R. IV. P R O P O S. IV.

Tempora lationum super planis æqualibus, sed inæqualiter inclinatis, sunt inter se in subdupla ratione elevationum eorumdem planorum permutatim accepta. Sint

Sint ex eodem termino B plana æqualia, sed inæqualiter inclinata, BA, BC, & ductis AE, CD, lineis horizontalibus ad perpendiculum usque BD: esto plani BA elevatio BE, plani vero BC elevatio sit BD, & ipsarum elevationum DB, BE, media proportionalis sit BI: constat, rationem DB ad BI esse subduplam rationis DB ad BE.



Dico jam, rationem temporum descensuum, seu lationum super planis BA, BC, esse eandem cum ratione DB ad BI permutatim assumpta: ut scilicet temporis per BA homologa sit elevatio alterius plani BC, nempe BD: temporis vero per BC homologa sit BI. Demonstrandum proinde est, tempus per BA, ad tempus per BC, esse, ut DB ad BI. Ducatur IS,

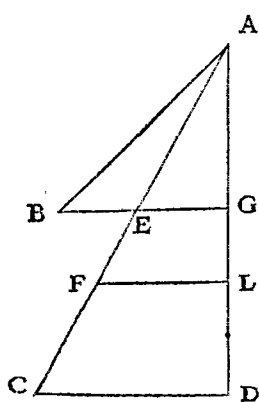
ipsi DC æquidistans. Et quia jam demonstratum est, tempus descensus per BA, ad tempus casus per perpendiculum BE, esse ut ipsa BA ad BE; tempus vero per BE, ad tempus per BD, ut BE ad BI, tempus vero per BD, ad tempus per BC, ut BD ad BC, seu BI ad BS; ergo exæquali tempus per BA, ad tempus per BC, erit ut BA ad BS, seu CB ad BS; est autem CB ad BS, ut DB ad BI. ergo patet propositum.

THEOR. V. PROPOS. V.

Ratio temporum descensuum super planis, quorum diversa sint inclinationes, & longitudines, nec non elevationes inæquales, componitur ex ratione longitudinum ipsorum planorum, & ex ratione subdupla elevationum eorundem permutatim accepta.

Sint plana AB, AC, diversimode inclinata, quorum longitudines sint inæquales, & inæquales quoque elevationes. Dico, rationē temporis descensus per AC, ad tempus per AB,

compositam esse ex ratione ipsius AC ad AB , & ex subdupla elevationum earundem permutatim accepta. Ducatur enim perpendicularum AD , cui occurrant horizontales BG , CD , & inter elevationes DA , AG media sit AL ; ex puncto vero L ducta parallela horizonti occurrat plano AC in F , erit quoque AF media inter CA , AE . Et, quia tempus per AC ad tempus per AE est, ut linea FA ad A



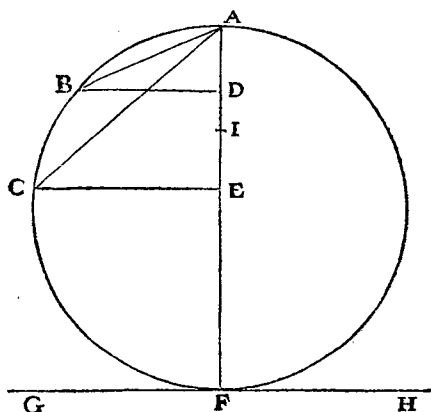
AE , tempus vero per AE ad tempus per AB , ut eadem AE ad eandem AB : patet, tempus per AC ad tempus per AB esse, ut AF ad AB . Demonstrandum itaque restat, rationem AF ad AB componi ex ratione CA ad AB , & ex ratione GA ad AL , quæ est ratio subdupla elevationum DA , AG permutatim accepta. Id autem manifestum fit, posita CA inter FA , AB : ratio enim FA ad AC est eadem cum ratione LA ad AD , seu GA ad AL ; quæ est subdupla rationis elevationum GA , AD , & ratio CA ad AB est ipsamet ratio longitudinum. ergo patet propositum.

THEOR. VI. PROPOS. VI.

Si à puncto sublimi, vel imo circuli ad horizontem erecti ducantur qualibet plana usque ad circumferentiam inclinata, tempora descensuum per ipsa erunt equalia.

Sit circulus ad horizontem GH erectus, cujus ex imo puncto, nempe ex contactu cum horizontali sit erecta diameter FA , & ex puncto sublimi A plana quælibet inclinentur usque ad circumferentiam AB , AC . Dico tempora descensuum per ipsa esse æqualia. Ducantur BD , CE ad diametrum perpendiculares, & inter planorum EA , AD altitudines media sit proportionalis AI . Et quia rectangula FAE , FAD æqualia

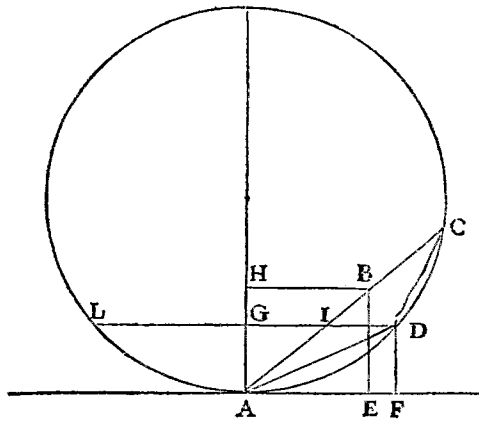
æqualia sunt quadratis AC, AB , ut autem rectangulum FAE ad rectangulum FAD , ita EA ad AD ; ergo ut quadratum CA ad quadratum AB , ita EA linea ad lineam AD . verum ut



linea EA ad DA , ita quadratum IA ad quadratum AD ; ergo quadrata linearum CA, AB sunt inter se, ut quadrata linearum IA, AD , & ideo ut CA linea ad AB , ita IA ad AD . At in præcedenti demonstratum est rationem temporis descensus per AC , ad tempus descensus per AB , componi ex rationibus CA ad AB & DA ad AI , quæ est eadem cum ratione BA ad AC ; ergo ratio temporis descensus per AC ad tempus descensus per AB componitur ex rationibus CA ad AB , & BA ad AC . Est igitur ratio eorundem temporum ratio æqualitatis. ergo patet propositum.

Idem aliter demonstratur ex Mechanicis. Nempe in sequenti figura : Mobile temporibus æqualibus pertransire CA, DA . Sit enim BA æqualis ipsi DA , & ducantur perpendiculares BE, DF , constat ex elementis mechanicis, momentum ponderis super plano secundum lineam ABC elevato ad momentum suum totale esse, ut BE ad BA , ejusdemque ponderis momentum super elevatione AD ad totale suum momentum

mentum esse, ut DF ad DA vel BA ; ergo ejusdem ponderis momentum super plano secundum DA inclinato ad momentum super inclinatione secundum ABC est, ut linea DF ,



ad lineam BE . Quare spatia, quæ pertransibit idem pondus temporibus æqualibus super inclinationibus CA, DA , erunt inter se, ut lineæ BE, DF , ex propositione secunda primi libri. Verum ut BE ad DF , ita demonstratur se habere AC ad DA ; ergo idem Mobile temporibus æqualibus pertransibit lineas CA, DA .

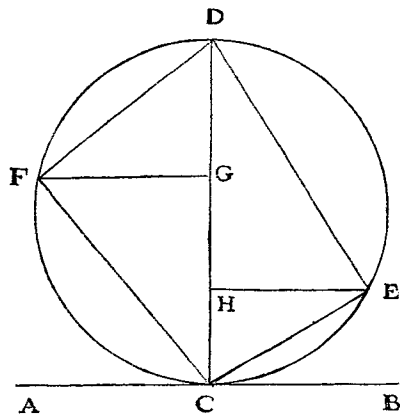
Esse autem ut BE ad DF , ita CA ad DA , ita demonstratur.

Jungatur CD ; & per D & B , ipsi AF parallelæ agantur DG, L , secans CA in puncto I , & BH : eritque angulus ADI æqualis angulo DCA , cum circumferentiis LA, AD æqualibus insistant, estque angulus DAC communis: ergo triangulorum æquiangulorum CAD, DAI latera circa æquales angulos proportionalia erunt; & ut CA ad AD , ita DA ad AI , id est, BA ad AI , seu HA ad AG , hoc est, BE ad DF : quod erat probandum.

Aliter idem magis expedite demonstrabitur sic.

Sic

Sit ad horizontem AB erectus circulus, cujus diameter CD ad horizontem sit perpendicularis; ex termino autem sublimi D inclinetur ad circumferentiam usque quodlibet planum DF . Dico descensum per planum DF , & casum per diametrum DC , ejusdem mobilis temporibus æqualibus absolvi. Ducatur enim FG horizonti AB parallela, quæ erit ad diametrum DC perpendicularis, & connectatur FC , & quia tempus casus per DC ad tempus casus per DG est, ut media proportionalis inter CD , DG ad ipsam DG ; media autem inter CD , DG est DF , cum angulus



DFC in semicirculo sit rectus, & FG perpendicularis ad DC : tempus itaque casus per DC ad tempus casus per DG , est ut linea FD ad DG . sed jam demonstratum est tempus descensus per DF ad tempus casus per DG esse, ut eadem linea DF ad DG . tempora igitur descensus per DF , & casus per DC ad idem tempus casus per DG eandem habent rationem; ergo sunt æqualia. Similiter demonstrabitur, si ab imo termino C elevetur chorda CE ducta EH horizonti parallela, & juncta ED , tempus descensus per EC , æquari tempori casus per diametrum DC .

COROLLARIUM I.

Hinc colligitur tempora descensuum per chordas omnes ex terminis C seu D perductas esse inter se æqualia.

COROL-

COROLLARIUM I I.

Colligitur etiam quod si ab eodem puncto descendant perpendiculum & planum inclinatum super quæ descensus fiant temporibus æqualibus, eadem esse in semicirculo, cujus diameter est perpendiculum ipsum.

COROLLARIUM I I I.

Hinc colligitur lationum tempora super planis inclinatis tunc esse æqualia, quando elevationes partium æqualium eorumdem planorum fuerint inter se, ut eorumdem planorum longitudines: ostensum enim est tempora per CA , DA in penultima figura esse æqualia, dum elevatio partis AB æqualis AD , nempe BE ad elevationem DF fuerit, ut EF ad DH .

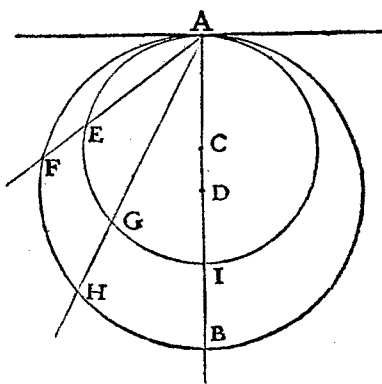
Sagr. Sospenda in grazia V. S., per vn poco la lettura delle cose che seguono, sin che io mi vò risoluendo sopra certa contemplazione, che pur ora mi si riuolge per la mente, la quale, quando non sia vna fallacia, non è lontana dall' essere vno scherzo grazioso, quali sono tutti quelli della natura, ò della necessità.

È manifesto che se dà vn punto segnato in vn piano orizzontale, si faranno produr sopra'l medesimo piano infinite linee rette per tutti i versi, sopra ciascuna delle quali s'intenda muoversi vn punto con moto equabile, cominciandosi à muouer tutti nell' istesso momento di tempo dal segnato punto, e che siano le velocità di tutti eguali, si verranno conseguentemente à figurar da essi punti mobili circonferenze di cerchi tuttauia maggiori, e maggiori, concentrici tutti intorno al primo punto segnato: giusto in quella maniera, che vediamo farsi dall' ondette dell' acqua stagnante, dopo che da alto vi sia caduto vn sassetto; la percossa del quale serue per dar principio di moto verso tutte le parti, e resta come centro di tutti i cerchi che vengono disegnati successiuamente maggiori, e maggiori da esse ondette. Ma se noi intenderemo vn piano eretto all' orizzonte, & in esso

in esso piano notato un punto sublime, dal quale si portano infinite linee inclinate secondo tutte le inclinazioni, sopra le quali ci figuriamo descender mobili graui, ciascheduno con moto naturalmente accelerato con quelle velocità che alle diuerse inclinazioni conuen-
gono; posto che tali mobili descendent fusser continuamente vi-
sibili, in che sorti di linee gli vedremmo noi continuamente dispo-
sti? Qui nasce la mia marauiglia, mentre le precedenti dimo-
strazioni, mi assicurano che si vedranno sempre tutti nell' istessa cir-
conferenza di cerchi successiuamente crescenti secondo che i mobili
nello scendere si vanno piu, e piu successiuamente allontanando dal
punto sublime, doue fu il principio della lor caduta, e per meglio di-
chiararmi segnisi il punto sublime A, dal quale descendano linee se-
condo qualisnuogliano inclinazioni AF, AH, e la perpendicolare
AB nella quale presi i punti C, D descriuansi intorno ad essi cerchi
che passino per il punto A, segando le linee inclinate ne i punti FHB,
EGI. E' manifesto, per le antecedenti dimostrazioni che partendo-
si nell' istesso tempo dal termine A, mobili descendent per esse linee,

quando l' uno sarà in E, l' altro
sarà in G, e l' altro in I; e così
continuando di scendere si
troueranno nell' istesso mo-
mento di tempo in F, H, B, e
continuando di muouerfi que-
sti, & altri infiniti per le infi-
nite diuerse inclinazioni si
troueranno sempre succeffi-
namente nelle medesime cir-
conferenze fatte maggiori, e
maggiori in infinito. Dalle
due specie dunque di moti,

delle quali la Natura si serue, nasce con mirabil corrispondente di-
uersità la generazione di cerchi infiniti. Quella si pone, come in sua
sede, e principio originario nel centro d' infiniti cerchi concentrici,



A a

questa

questa si costituisce nel contatto sublime delle infinite circonferenze di cerchi tutti tra loro eccentrici. Quelli nascono da moti tutti eguali, & equabili; questi da moti tutti sempre inequabili in se stessi e diseguali l'uno dall'altro tutti, che sopra le differenti infinite inclinazioni si esercitano. Ma più aggiunghiamo che se de i due punti assegnati per le emanazioni noi intenderemo eccitarsi linee non per due superficie sole Orizzontale, & eretta, ma per tutti i versi: si come da quelle, cominciandosi da un sol punto, si passava alla produzione di cerchi dal minimo al massimo, così cominciandosi da un sol punto si verranno producendo infinite sfere, o vogliamo dire una sfera, che in infinite grandezze si andrà ampliando. E questo in due maniere: cioè, o col por l'origine nel centro, o vero nella circonferenza di tali sfere.

Salu. La contemplazione è veramente bellissima, e proporzionata all'ingegno del S. Sagredo.

Simp. Io restando al meno capace della contemplazione sopra le due maniere del prodursi, con li due diuersi moti naturali i cerchi, e le sfere, se bene della produzione dependente dal moto accelerato, e della sua dimostrazione non son del tutto intelligente, tuttavia quel poterli assegnare per luogo di tale emanazione tanto il centro infimo, quanto l'altissima sferica superficie, mi fa credere che possa essere che qualche gran misterio si contenga in queste vere, & ammirande conclusioni; misterio dico attenente alla creazione dell'universo, il quale si stima essere di forma sferica, & alla residenza della prima causa.

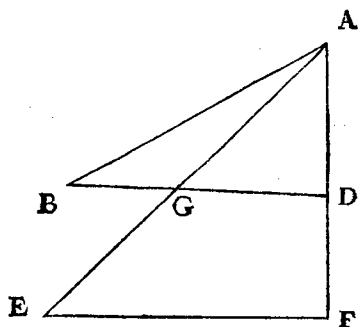
Salu. Io non ho repugnanza al creder l'istesso: ma simili profonde contemplazioni si aspettano a più alte dottrine che le nostre: Et à noi deue bastare d'esser quei mendegni artificieri che dalle fodine scuoprano, e cauano i marmi, ne i quali poi gli scultori industri fanno apparire marauigliose immagini, che sotto roza, & informe scorza stauano ascoste. Or se così vi piace, seguiremo auanti.

THEO.

THEOR. VII. PROPOS. VII.

Si elevationes duorum planorum duplam habuerint rationem ejus, quam habeant eorundem planorum longitudines, lationes ex quiete in ipsis temporibus æqualibus absolventur.

Sint plana inæqualia, & inæqualiter inclinata AE, AB , quorum elevationes sint FA, DA , & quam rationem habet AE ad AB , eandem duplicatam habeat FA ad DA . Dico tempora lationum super planis AE, AB ex quiete in A esse æqualia. Ductæ sint parallelæ horizontales ad lineam elevationum EF & BD , quæ secet AE in G . Et quia ratio FA ad AD , dupla est rationis EA ad AB , & ut FA ad AD , ita EA ad AG ; ergo ratio EA ad AG , dupla est rationis EA ad AB ; ergo AB media est inter EA, AG . & quia tempus descensus per AB ad tempus per AG est,



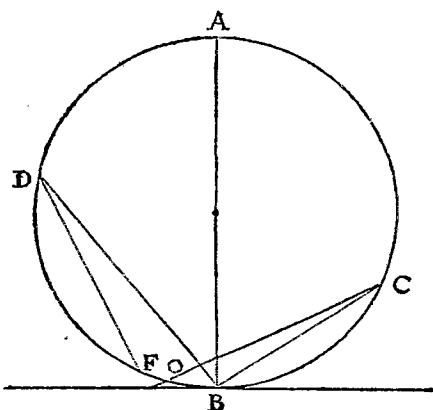
ut AB ad AG , tempus autem descensus per AG ad tempus per AE est, ut AG ad mediam inter AG, AE , quæ est AB ; ergo ex æquali tempus per AB ad tempus per AE est, ut AB ad se ipsam: sunt igitur tempora æqualia; quod erat demonstrandum.

THEOR. VIII. PROPOS. VIII.

In planis ab eodem sectis circulo ad horizontem erecto, in iis, quæ cum termino diametri erecti conveniunt, sive imo, sive sublimi, lationum tempora sunt æqualia tempori casus in diametro: in illis vero, quæ ad diametrum non pertingunt, tempora sunt breviora; in eis tandem, quæ diametrum secant, sunt longiora.

Circuli ad horizontem erecti esto diameter perpendicularis AB de planis ex terminis A, B ad circumferentiam usque

productis. Quod tempora lationum super eis sint æqualia, jam demonstratum est. De plano DE ad diametrum non



pertingente, quod tempus descensus in eo fit brevius; demonstratur ducto plano DB , quod & longius erit, & minus declive, quam DF ; ergo tempus per DF brevius, quam per DB , hoc est per AB . De plano vero diametrum secante, ut CO ; quod tempus descensus in eo fit

longius, itidem constat: est enim & longius, & minus declive, quam CB : ergo patet propositum.

THEOR. IX. PROPOS. IX.

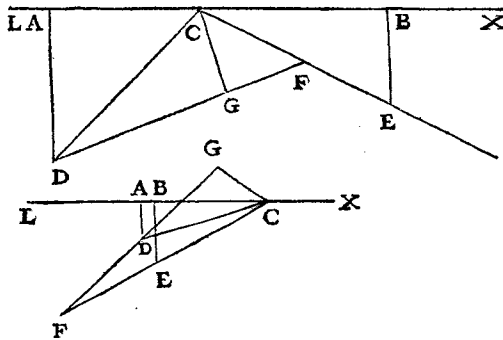
Si à puncto in linea horizonti parallela duo plana utcumque inclinentur, & à linea secantur, quæ cum ipsis angulos faciat permutatim æquales angulis ab iisdem planis, & horizontali contentis, lationes in partibus à dicta linea sectis, temporibus æqualibus absolventur.

Ex puncto C horizontalis lineæ x , duo plana utcumque inflectantur CD , CE , & in quolibet puncto lineæ CD constituantur angulus CDF , angulo xCE æqualis: secet autem linea DF planum CE in F , adeo ut anguli CDF , CFD , angulis xCE , LCD permutatim sumptis sint æquales. Dico, tempora descensuum per CD , CF esse æqualia. Quod autem (posito angulo CDF , æquali angulo xCE) angulus CFD , sit æqualis angulo DCI , manifestum est. Dempto enim angulo communi DCF , ex tribus angulis trianguli CDF , æqualibus duobus rectis, quibus æquantur anguli omnes ad lineam Lx

in

in puncto C constitutis, remanent in triangulo duo CDG , CBE , duobus $\angle CDE$, $\angle CDB$ æquales: positus autem est CDG , ipsi $\angle CDE$ æqualis: ergo reliquus $\angle CDB$, reliquo $\angle CDB$. Ponatur planum CE

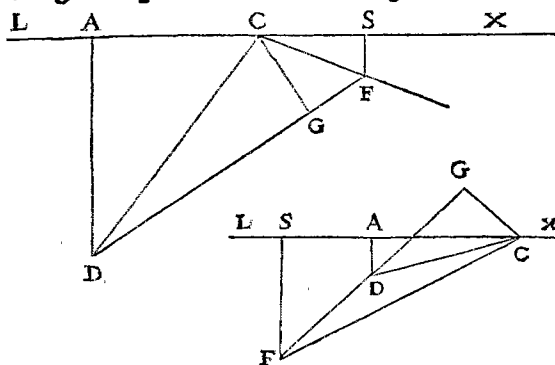
æquale plano CD , & ex punctis D , E perpendiculares agantur DA , EB ad horizontalem XL , ex C vero ad D , F ducatur perpendicularis CG . Et quia an-



gulus $\angle CDG$, angulo $\angle ECB$ est æqualis: & recti sunt $\angle DGC$, $\angle CBE$, erunt trianguli CDG , CBE æquianguli, & ut DC ad CG , ita CE ad EB : est autem DC æqualis CE ; ergo CG æqualis erit BE . Cumque triangulorum DAC , CGF , anguli $\angle CA$, angulis $\angle FG$ sint æquales: erit ut CD ad DA , ita FC ad CG , & permutando, ut DC ad CF , ita DA ad CG , seu BE . Ratio itaque elevationum planorum æqualium CD , CE , est eadem cum ratione longitudinum DC , CF : ergo ex corollario primo præcedentis Propositionis sextæ, tempora descensuum in ipsis erunt æqualia. quod erat probandum.

Aliter idem; ducta FS perpendiculari ad horizontalem AS . Quia triangulum CSF , simile est triangulo DGC , erit, ut SF ad FC , ita GC ad CD . Et quia triangulum CFG , simile est triangulo DCA , erit, ut FC ad CG , ita CD ad DA : ergo ex æquali, ut SF ad CG , ita CG ad DA . Media est igitur CG inter SF , DA , & ut DA ad SF , ita quadratum DA ad quadratum CG . Rursum cum triangulum ACD , simile sit triangulo CGF erit, ut DA ad DC , ita GC ad CF , & permutando ut DA ad CG , ita DC ad CF , & ut quadratum DA ad quadratum

c g, ita quadratum d c ad quadratum c f. Sed ostensum est quadratum d a ad quadratum c g esse, ut linea d a ad lineam f s; ergo ut quadratum d c ad quadratum c f, ita li-



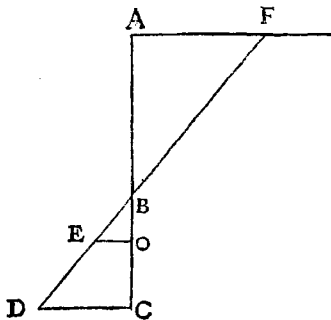
nea d a ad f s; ergo ex præcedenti septima cum planorum c d, c f, elevationes d a, f s, duplam habeant rationem eorumdem planorum, tempora lationum per ipsa erunt æqualia.

THEOR. X. PROPOS. X.

Tempora lationum super diversas planorum inclinationes, quarum elevationes sint æquales, sunt inter se, ut eorumdem planorum longitudines, sive fiant lationes ex quiete, sive præcedat illis latio ex eadem altitudine.

Fiant lationes per a b c, & per a b d usque ad horizontem d c, adeo ut latio per a b præcedat lationibus per b d, & per b c. Dico, tempus lationis per b d ad tempus per b c esse, ut b d longitudo ad b c. Ducatur a f horizonti parallela, ad quam extendatur d b occurrens in f, & ipsarum d f, f b media sit f e, & ducta e o ipsi d c parallela, erit a o media inter c a, a b. Quod si intelligatur tempus per a b esse, ut a b, erit tempus per f b, ut f b. Et tempus per totam a c erit ut media a o, per totam vero f d erit f e. Quare tempus per

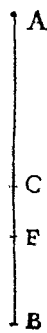
per reliquam BC erit BO, per reliquam vero BD erit BE. Verum ut BE ad BO, ita est BD ad BC; ergo tempora per BD, BC, post casus per AB, FB, seu, quod idem est, per communem AB, erunt inter se, ut longitudes BD, BC; esse autem tempus per BD ad tempus per BC ex quiete in B, ut longitudo BD ad BC, supra demonstratum est. Sunt igitur tempora lationum per plana diversa, quorum æquales sint elevationes, inter se, ut eorumdem planorum longitudes, sive motus fiat in ipsis ex quiete, sive lationibus iisdem præcedat alia latio ex eadem altitudine. Quod erat ostendendum.



THEOR. XI. PROPOS. XI.

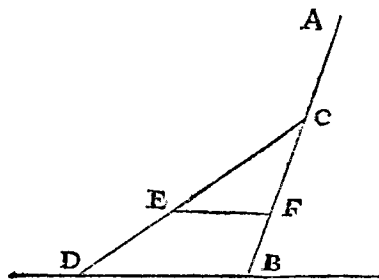
Si planum, in quo fit motus ex quiete, dividatur utcumque, tempus lationis per priorem partem ad tempus lationis per sequentem, est, ut ipsamet prima pars ad excessum, quo eadem pars superatur à media proportionali inter totum planum, & primam eandem partem.

Fiat latio per totam AB ex quiete in A, quæ in C divisa sit utcumque; totius autem BA, & prioris partis AC media sit proportionalis AF: erit CF excessus mediæ FA super partem AC. Dico tempus lationis per AC ad tempus sequentis lationis per CB, esse ut AC ad CF. Quod patet: nam tempus per AC ad tempus per totam AB est, ut AC ad mediam AF; ergo dividendo, tempus per AC ad tempus per reliquam CB erit, ut AC ad CF. Si itaque intelligatur tempus per AC esse ipsamet AC, tempus per CB erit CF: quod est propositum.



Quod

Quod si motus non fiat per continuatam $A C B$, sed per inflexas $A C D$ usque ad horizontem $B D$, cui ex F parallela



ducta sit $F E$. Demonstrabitur pariter tempus per $A C$ ad tempus per reflexam $C D$, esse ut $A C$ ad $C E$. Nam tempus per $A C$ ad tempus per $C B$ est, ut $A C$ ad $C F$, tempus vero per $C B$ post $A C$ ad tempus per $C D$, post eundem descensum per $A C$ demonstratum est esse,

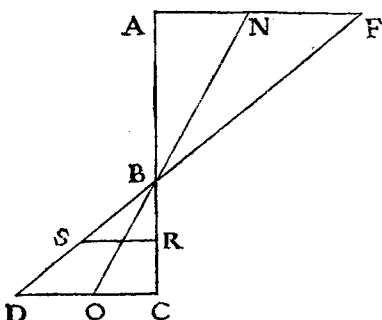
ut $C B$ ad $C D$, hoc est ut $C F$ ad $C E$; ergo ex æquali tempus per $A C$ ad tempus per $C D$ erit, ut $A C$ linea ad $C E$.

THEOR. XII. PROPOS. XII.

Si perpendicularum, & planum utcunque inclinatum secentur inter easdem horizontales lineas, sumanturque media proportionalia ipsorum, & partium suarum à communi sectione, & horizontali superiori comprehensarum: tempus lationis in perpendicularo ad tempus lationis factæ in parte superiori perpendiculari, & consequenter in inferiori secantis plani, eam habebit rationem, quam habet tota perpendiculari longitudo ad lineam compositam ex media in perpendicularo sumpta, & ex excessu, quo totum planum inclinatum suam mediam superat.

Sint horizontes superior $A F$, inferior $C D$, inter quos secentur perpendicularum $A C$, & planum inclinatum $D F$ in B , & totius perpendiculari $C A$, & superioris partis $A B$ media sit $A R$, totius vero $D F$, & superioris partis $B F$ media sit $F S$. Dico, tempus casus per totum perpendicularum $A C$ ad tempus per suam superiorem partem $A B$ cum inferiori plani, nempe cum $B D$, eam habere rationem, quam habet $A C$ ad mediam perpendiculari, scilicet $A R$ cum $S D$, quæ est excessus totius plani $D F$ super suam mediam $F S$. Connectatur $R S$, quæ erit horizon-

horizontalibus parallela. Et quia tempus casus per totā AC, ad tempus per partem AB est, ut CA ad mediam AR, si intelligamus AC esse tempus casus per AC, erit AR tempus casus per AB, & RC per reliquam BC. Quod si tempus per AC ponatur, uti factum est, ipsa AC, tempus per FD, erit FD, & pariter concludetur DS esse tempus per BD post FB, seu post AB. Tempus igitur per totam AC, est AR cum RC; per inflexas vero ABD, erit AR cum SD: quod erat probandum.

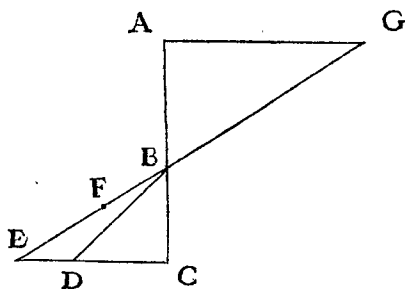


Idem accidit si loco perpendiculari ponatur aliud planum, quale, v. gr., NO; eademque est demonstratio.

PROBL. I. PROPOS. XIII.

Dato perpendiculari ad ipsum planum inflectere, in quo, cum ipsum habeat cum dato perpendiculari eandem elevationem, fiat motus post casum in perpendiculari eodem tempore, ac in eodem perpendiculari ex quiete.

Sic datum perpendicularum AB, cui extenso in C ponatur pars BC æqualis, & ducantur horizontales CE, AG. Oportet ex B planū usque ad horizontem CE inflectere, in quo fiat motus post casum ex A eodem tempore, ac in AB ex quiete in A. Ponatur CD æqualis CB, & ducta BD applicetur BE æqualis utrisque BD, DC. Dico, BE esse planum quæsitum. Pro-



Bb

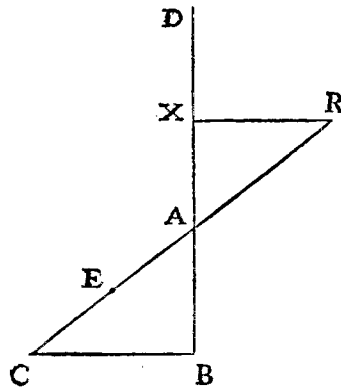
ducatur

ducatur EB occurrens horizonti AG in G , & ipsarum EG , GB media sit GF . Erit EF ad FB , ut EG ad GF , & quadratum EF ad quadratum FB , ut quadratum EG ad quadratum GF , hoc est, ut linea EG ad GB ; est autem EG dupla GB ; ergo quadratum EF duplum quadrati FB ; verum quadratum quoque DB duplum est quadrati BC ; ergo ut linea EF ad FB , ita DB ad BC , & componendo, & permutando, ut EB ad duas DB , BC , ita BF ad BC ; sed BE duabus DB , BC est æqualis; ergo BF ipsi BC , seu BA æqualis est. Si igitur intelligatur AB esse tempus casus per AB , erit GB tempus per GB , & GF tempus per totam GE ; ergo BF erit tempus per reliquam BE , post casum ex G , seu ex A . Quod erat propositum.

PROBL. II. PROPOS. XIV.

Dato perpendiculari, & plano ad eum inclinato, partem in perpendiculari superiori reperire, qua ex quiete conficiatur tempore æquali ei, quo conficitur planum inclinatum post casum in parte reperta in perpendiculari.

Sit perpendicularum DB , & planum ad ipsum inclinatum AC . Oportet in perpendiculari AD partem reperire, quæ ex quiete conficiatur tempore æquali ei, quo post casum in ea conficitur planum AC .



Ducatur horizontalis CB , & ut BA cum dupla AC ad AC , ita fiat CA ad AE , & ut BA ad AC , ita fiat EA ad AR , & ab R ducatur perpendicularis RX ad DB ; dico X esse punctum quæsitum. Et quia ut BA cum dupla AC ad AC , ita CA ad AE , dividendo erit, ut BA cum AC ad AC , ita CE ad EA , & quia ut BA ad AC , ita EA ad AR , erit

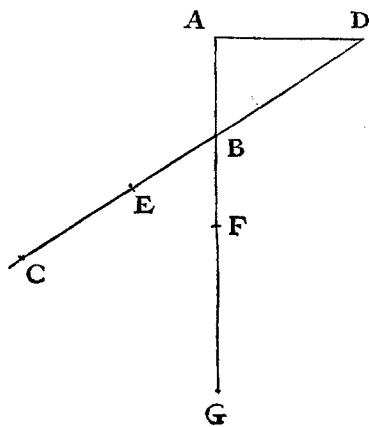
erit componendo, ut BA cum AC ad AC , ita ER ad RA . Sed ut BA cum AC ad AC , ita est CE ad EA ; ergo ut CE ad EA , ita ER ad RA , & ambo antecedentia ad ambo consequentia, nempe CR ad RE . Sunt itaque CR , RE , RA proportionales. Amplius, quia ut BA ad AC , ita posita est EA ad AR , & propter similitudinem triangulorum ut BA ad AC , ita XA ad AR ; ergo ut EA ad AR , ita XA ad AR : sunt itaque EA , XA æquales. Modo si intelligamus tempus per RA esse ut RA , tempus per R erit RE , media inter CR , RA ; & AE erit tempus per AC post RA , sive post XA ; verum tempus per XA est XA , dum RA est tempus per RA . Ostensum autem est XA , AE esse æquales: ergo patet propositum.

PROBL. III. PROPOS. XV.

Dato perpendiculo, & plano ad ipsum inflexo, partem in perpendiculo infra extenso reperire, quæ tempore eodem conficiatur, ac planum inflexum post casum ex dato perpendiculo.

Sit perpendiculum AB , & planum ad ipsum inflexum BC .

Oportet in perpendiculo infra extenso partem reperire, quæ ex casu ab A conficiatur tempore eodem, atque BC ex eodem casu ab A . Ducatur horizontalis AD , cui occurrat CB extensa in D , & ipsarum CD , DB media sit DE , & BF ponatur æqualis BE , deinde ipsarum BA , AF , tertia proportionalis sit AG . Dico BC esse spatium, quod post casum AB conficitur tempore eodem, ac planum BC post eundem casum. Si enim ponamus



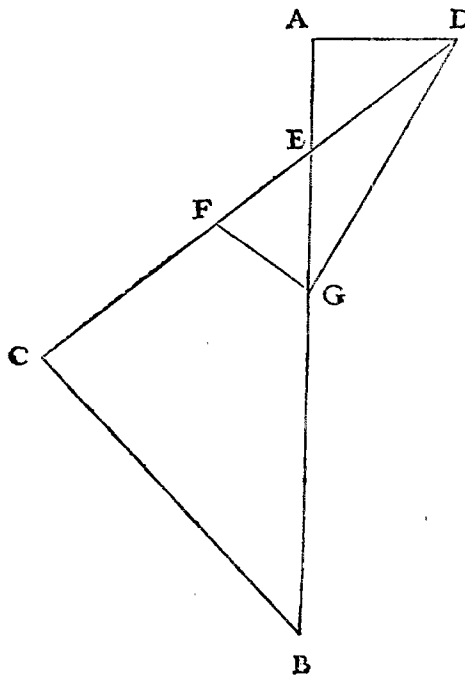
tempus per AB esse ut AB , erit tempus per DB ut DB , & quia

quia DE est media inter BD , DC , erit eadem DE tempus per totam DC , & BE tempus per reliquam BC ex quiete in D , seu ex casu AB ; & similiter concludetur, BF esse tempus per BC , post casum eundem: est autem BF æqualis BE : ergo patet propositum.

THEOR. XIII. PROPOS. XVI.

Si plani inclinati, & perpendiculi partes, quarum tempora latiorum ex quiete sint æqualia, ad idem punctum componantur, mobile veniens ex qualibet altitudine sublimiori citius absolvet eandem partem plani inclinati, quam ipsam partem perpendiculi.

Sit perpendiculum EB , & planum inclinatum CE ad idem



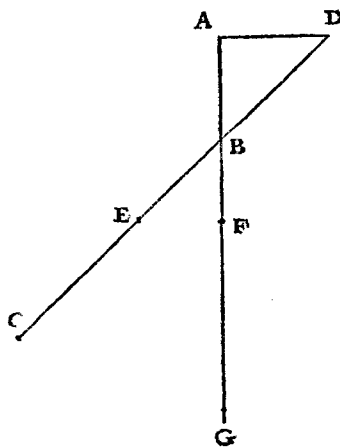
punctum E composita, quorum tempora latiorum ex quiete in E sint æqualia, & in perpendiculo extenso sumptum sit quodlibet punctum sublime A , ex quo demittantur mobilia. Dico, tempore breviori absolvi planum inclinatum EC , quam perpendiculum EB post casum AE . Iungatur CB , & ducta horizontali AD extendatur CE , illi occurrens in D & CD ; DE media proportionalis sit DF , ipsarum vero BA , AE , media sit AG , & ducantur FG , DG . Et quia

quia tempora lationum per $E C$, $E B$, ex quiete in E sunt æqualia, erit angulus C rectus, ex Corollario secundo, Propositionis sextæ; estque rectus A , & anguli ad verticem E æquales. triangula igitur $A E D$, $C E B$ sunt æquiangula, & latera circa æquales angulos proportionalia; ergo ut BE ad EC , ita DE ad EA . Rectangulum ergo $B A E$ est æquale rectangulo $C E D$: & quia rectangulum $C D E$, superat rectangulum $C E D$, quadrato $E D$, rectangulum vero $B A E$, superat rectangulum $B E A$, quadrato $E A$; excessus rectanguli $C D E$, super rectangulo $B A E$, hoc est, quadrati $F D$, super quadrato $A G$, erit idem cum excessu quadrati DE , super quadrato AE , qui excessus est quadratum DA : est igitur quadratum FD , æquale duobus quadratis GA , AD , quibus est quoque æquale quadratum GD ; ergo linea DF ipsi DC est æqualis, & angulus DGF æqualis angulo DFG , & angulus EGF minor angulo EFG , & latus oppositum EF minus latere EG . Modo si intelligamus tempus casus per AE , esse ut AE , erit tempus per DE , ut DE , cumque AG media sit inter BA , AE , erit AG tempus per rotam AB , & reliqua EG , erit tempus per reliquam EB ex quiete in A , & similiter concludetur EF , esse tempus per EC post descensum DE , seu post casum AE : demonstratum autem est EF minorem esse, quam EG : ergo patet propositum.

COROLLARIUM.

Ex hac, atque ex præcedenti constat spatium, quod conficitur in perpendiculo, post casum ex sublimi, tempore eodem, quo conficitur planum inclinatum, minus esse eo, quod conficitur tempore eodem atque in inclinato non præcedente casu ex sublimi, majus tamen quam idem planum inclinatum: cum enim modo demonstratum sit, quod mobile venientium ex termino sublimi A , tempus conversi per $E C$, brevius sit tempore procedentis per EB , constat spatium,

quod conficitur per EB tempore æquali tempori per EC , minus esse toto spatio EB . Quod autem idem spatium perpendiculi majus sit, quam EC , manifestum fit sumpta figura præ-



cedentis Propositionis, in qua partem perpendiculi BC , confici demonstratum est tempore eodem cum BC post casum AB : hanc autem BC majorem esse quam EC , sic colligitur. Cum BE , FB æquales sint, BA vero minor BD , majorem rationem habet FB ad BA , quam EB ad BD , & componendo FA ad AB majorem habet, quam ED ad DB , est autem ut FA ad AB , ita GF ad FB , (est enim AF media inter BA , AG .) & similiter ut ED ad BD , ita est CE ad EB ; er-

go CB ad BF majorem habet rationem, quam CB ad BE ; est igitur CB major BC .

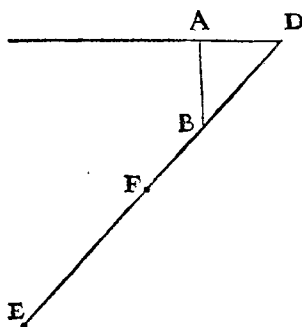
PROBL. IV. PROPOS. XVII.

Dato perpendiculo, & plano ad ipsum inflexo, in dato plano partem signare, in qua post casum in perpendiculo fiat motus tempore æquali ei, quo mobile datum perpendiculum ex quiete confecit.

Sit perpendiculum AB , & ad ipsum planum inflexum BE : oportet in BE spatium signare, per quod mobile post casum in AB moveatur tempore æquali ei, quo ipsum perpendiculum AB , ex quiete confecit.

Sit horizontalis linea AD , cui occurrat in D planum extensum, & accipiatur FB æqualis BA , & fiat ut BD ad DF ,
ita

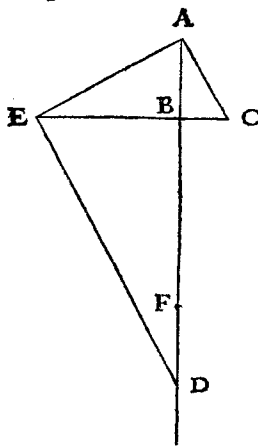
ita FD ad DE . Dico, tempus per BE , post casum in AB æquari tempori per AB , ex quiete in A . Si enim intelligatur AB esse tempus per AB , erit DB tempus per DB . Cumque sit, ut BD ad DF , ita FD ad DE , erit DF tempus per totum planum DE , & BF per partem BE ex D , sed tempus per BE post DB , est idem, ac post AB ; ergo tempus per BE post AB , erit BF , æquale scilicet tempori AB , ex quiete in A : quod erat propositum.



PROBL. V. PROPOS. XVIII.

Dato in perpendiculo quovis spatio à principio lationis signato, quod in dato tempore conficiatur, datoque quocunque alio tempore minori, aliud spatium in perpendiculo eodem reperire, quod in dato tempore minori conficiatur.

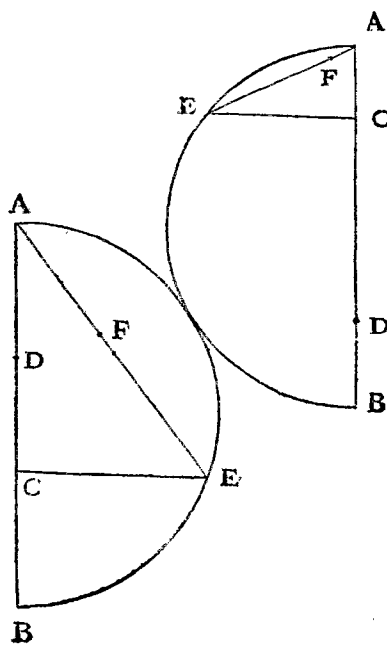
Sit perpendiculum A , in quo detur spatium AB , cuius tempus ex principio A sit AB , sicque horizon CBE , & detur tempus ipso AB minus, cui in horizonte notetur æquale BC : oportet in eodem perpendiculo spatium eodem AB æquale reperire, quod tempore BC conficiatur. Iungatur linea AC . Cumque BC minor sit BA , erit angulus BAC minor angulo BCA . Constituatur ei æqualis CAE , & linea AE horizonti occurrat in puncto E , ad quam perpendicularis ponatur ED secans perpendiculum in D , & linea DF ipsi BA secetur æqualis.



æqualis. Dico ipsam FD esse perpendiculi partem, in qua latio ex principio motus in A , absolvitur tempore BC dato. Cum enim in triangulo rectangulo AED ab angulo recto E , perpendicularis ad latus oppositum AD ducta sit EB , erit AE media inter DA, AB ; & BE media inter DB, BA , seu inter FA, AB , (est enim FA ipsi DB æqualis.) Cumque AB positum sit esse tempus per AB , erit AE , seu EC tempus per totam AD , & EB tempus per AF ; ergo reliqua BC erit tempus per reliquam FD : quod erat intentum.

PROBL. VI. PROPOS. XIX.

Dato in perpendiculo spatio quocunque à principio lationis peracto, datoque tempore casus: tempus reperire, quo aliud æquale spatium ubicunque in eodem perpendiculo acceptum, ab eodem mobili consequenter conficiatur.



Sit in perpendiculo AB , quodcunque spatium AC , ex principio lationis in A acceptum, cui æquale sit aliud spatium DB ubicunque acceptum, sitque datum tempus lationis per AC , sitque illud AC . Oportet reperire tempus lationis per DB post casum ex A . Circa totam AB semicirculus describatur AEB , & ex C ad AB perpendicularis sit CE , & jungatur AE , quæ major erit quam EC . Secetur EF ipsi EC æqualis; dico reliquum FA esse tempus lationis per DB . Quia enim AE est media inter

inter $B A, A C$; estque $A C$ tempus casus per $A C$; erit $A E$ tempus per totam $A B$. Cumque $C E$ media sit inter $D A, A C$, (est enim $D A$ æqualis ipsi $B C$,) erit $C E$, hoc est, $E F$, tempus per $A D$; ergo reliqua $A F$ est tempus per reliquam $D B$. quod est propositum.

C O R O L L A R I V M.

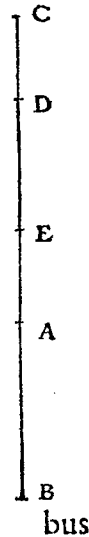
Hinc colligitur, quod si alicujus spatii ponatur tempus ex quiete esse, ut ipsummet spatium; tempus illius post aliud spatium adjunctum erit excessus medii inter adjunctum una cum spatio, & ipsum spatium super medium inter primum & adjunctum. Veluti, posito, quod tempus per $A B$, ex quiete in A , sit $A B$; addito $A S$ tempus per $A B$ post $S A$; erit excessus medii inter $S B, B A$, super medium inter $B A, A S$.



P R O B L. VII. P R O P O S. XX.

Dato quolibet spatio, & parte in eo post principium lationis, partem alteram versus finem reperire, quæ conficiatur tempore eodem ac prima data.

Sit spatium $C B$, & in eo pars $C D$ data post principium lationis in C . Oportet partem alteram versus finem B reperire, quæ conficiatur tempore eodem, ac data $C D$. Sumatur media inter $B C, C D$, cui æqualis ponatur $B A$; & ipsarum $B C, C A$, tertia proportionalis sit $C E$. Dico, $E B$ esse spatium, quod post casum ex C conficitur tempore eodem ac ipsum $C D$. Si enim intelligamus, tempus per totam $C B$ esse ut $C B$; erit $B A$ (media scilicet inter $B C, C D$) tempus per $C D$. Cumque $C A$ media sit inter $B C, C E$, erit $C A$ tempus per $C E$. est autem tota $B C$ tempus per totam $C B$; ergo reliqua $B A$ erit tempus per reliquam $E B$ post casum ex C ; eadem vero $B A$ fuit tempus per $C D$; ergo tempori-



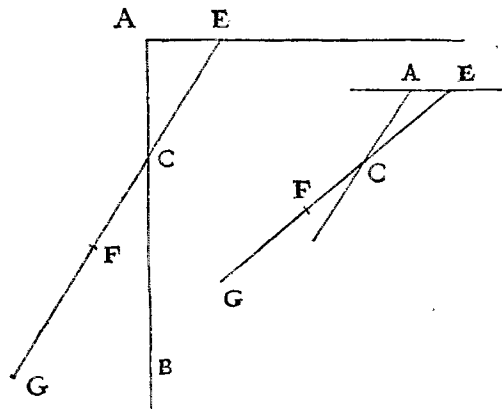
C C

bus æqualibus conficiuntur CD & EB ex quiete in A . quod erat faciendum.

THEOR. XIV. PROPOS. XXI.

Si in perpendiculo fiat casus ex quiete, in quo à principio lationis sumatur pars quovis tempore peracta, postquam sequatur motus inflexus per aliquod planum utcunque inclinatum: spatium, quod in tali plano conficitur in tempore æquali tempori casus jam peracti in perpendiculo ad spatium jam peractum in perpendiculo, majus erit quam duplum: minus vero quam triplum.

Infra horizontem AE sit perpendiculum AB , in quo ex principio A fiat casus, cujus sumatur quælibet pars AC ; inde ex C inclinetur utcunque planum CG ; super quo post casum in AC continuetur motus. Dico, quod spatium tali motu peractum per CG in tempore æquali tempori casus per AC ,



est plus quam duplum, minus vero quam triplum ejusdem spatii AC . Ponatur enim CF æqualis AC , & extenso plano GC usque ad horizontem in E , fiat, ut CE ad EF , ita FE ad EG . Si itaque ponatur

tempus casus per AC esse, ut linea AC , erit CE tempus per EC & CF , seu CA , tempus motus per CG . Ostendendum itaque est, spatium CG ipso CA majus esse quam duplum, minus vero quam triplum. Cum enim sit, ut CE ad EF , ita FE ad EG , erit etiam ita CF ad FG . Minor autem est EC quam

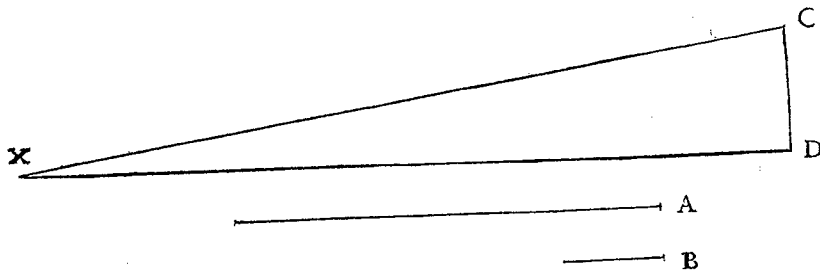
quam EF , quare & CF minor erit quam FG , & GC major quam dupla ad FC seu AC . Cumque rursus FE minor sit quam dupla ad EC , (est enim EC major CA , seu CF ,) erit quoque GF minor quam dupla ad FC , & GC minor quam tripla ad CF seu CA . quod erat demonstrandum.

Poterat autem universalius idem proponi: quod enim accidit in perpendiculari, & plano inclinato, contingit etiam si post motum in plano quodam inclinato inflectatur per magis inclinatum; ut videtur in altera figura; eademque est demonstratio.

PROBL. VIII. PROPOS. XXII.

Datis duobus temporibus inaequalibus, & spatio, quod in perpendiculari ex quiete conficitur tempore breviori ex datis: à puncto supremo perpendiculari usque ad horizontem planum inflectere, super quo mobile descendat tempore equali longiori ex datis.

Tempora inaequalia sint, A majus, B vero minus; spatium autem, quod in perpendiculari conficitur ex quiete in tempore B , sit CD . Oportet ex termino C planum usque ad horizontem inflectere, quod tempore A conficiatur. Fiat ut B ad A , ita CD ad aliam lineam, cui linea Cx aequalis ex C ad horizontem descendat: manifestum est planum Cx esse il-



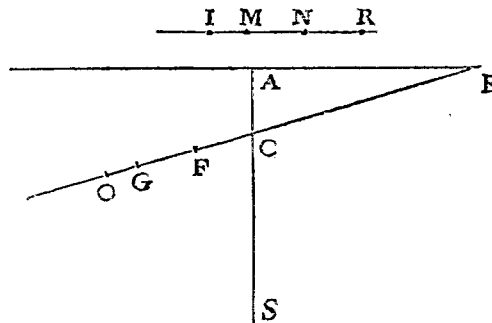
lud super quo mobile descendit tempore dato A . Demonstratum
Cc 2

stratum enim est, tempus per planum inclinatum ad tempus in sua elevatione eam habere rationem, quam habet plani longitudo ad longitudinem elevationis suæ. Tempus igitur per CX , ad tempus per CD , est, ut CX ad CD , hoc est, ut tempus A ad tempus B ; tempus vero B est illud, quo conficitur perpendicularum CD ex quiete; ergo tempus A est illud, quo conficitur planum CX .

PROBL. IX. PROPOS. XXIII.

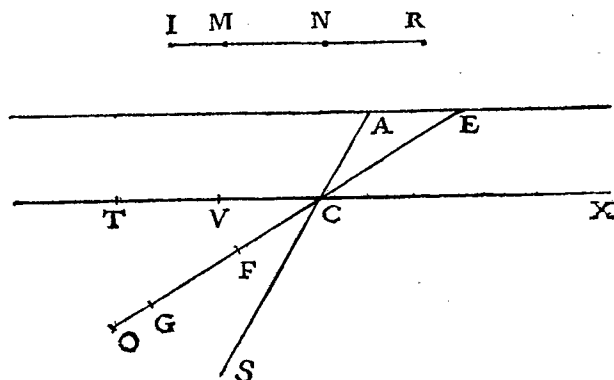
Dato spatio quovis tempore peracto ex quiete in perpendicularo: ex termino imo hujus spatii planum inflectere, super quo post casum in perpendicularo tempore eodem conficiatur spatium cui libet spatio dato æquale; quod tamen majus sit quam duplum, minus vero quam triplum spatii peracti in perpendicularo.

Sit in perpendicularo AS tempore AC peractum spatium AC ex quiete in A : cujus IR majus sit quam duplum, minus vero quam triplum. Oportet ex termino C planum inflectere, super quo mobile eodem tempore AC conficiat post casum per AC spatium ipsi IR æquale. Sint RN , NM , ipsi AE



æqualia; & quam rationem habet residuum IM ad MN , eandem habeat AC linea ad aliam, cui æqualis applicetur CE ex C ad horizontem AE , quæ extendatur versus O , & accipiantur CF , FG , GO , æquales ipsis RN , NM , MI . Dico, tempus

pus super inflexa CO , post casum AC , esse æquale tempore AE ex quiete in A . Cum enim sit, ut OG ad GF , ita FC ad CE ; erit componendo ut OF ad FG , seu FC , ita FE ad EC , & ut unum antecedentium ad unum consequentium, ita omnia ad omnia: nempe tota OE ad EF ut FE ad EC . Sunt itaque OE , EF , EC , continue proportionales. Quod cum positum sit, tempus per AC esse ut AC , erit CE tempus per EC ; & EF tempus per totam EO , & reliquum CF per reliquam CO ; est autem CF æqualis ipsi CA ; ergo factum est quod fieri oportebat; est enim tempus CA tempus casus per AC ex quiete in A , CF vero (quod æquatur CA) est tempus per CO , post descensum per EC , seu post casum per AC ; quod est propositum. Notandum autem est, quod idem accidet, si præcedens latio non in perpendiculo fiat, sed in plano inclinato, ut in sequenti figura, in qua latio præcedens facta sit



per planum inclinatum AS infra horizontem AE ; & demonstratio est prorsus eadem.

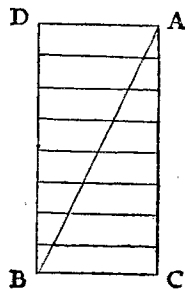
SCHOLIUM.

Si diligenter attendatur, manifestum erit, quod quo minus data linea IR deficit à tripla ipsius AC , eo planum inflexum, CC 3 super

super quod facienda est secunda latio, puta CO , accedit vicinius ad perpendiculum, in quo tandem in tempore æquali AC conficitur spatium ad AC triplum. Cum enim IR proxima fuerit ad triplicitatem AC , erit IM æqualis fere ipsi MN . Cumque, ut IM ad MN in constructione, ita fiat AC ad CE , constat, ipsam CE paulo majorem reperiri quam CA , & quod consequens est, punctum E proximum reperiri puncto A , & CO cum CS acutissimum angulum continere, & fere mutuo coincidere. E contra vero, si data IR minimum quid major fuerit quam dupla ejusdem AC , erit IM brevissima linea: ex quo accidet, minimam quoque futuram esse AC respectu CE , quæ longissima erit, & quam proxime accedet ad parallelam horizontalem per C productam. Indeque colligere possumus, quod, si in apposita figura post descensum per planum inclinatum AC , fiat reflexio per lineam horizontalem, qualis esset CT , spatium, tempore æquali tempori descensus per AC , per quod mobile consequenter moveretur, esset duplum spatii AC exacte. Videtur autem & hic accommodari consimilis ratiocinatio: Apparet enim ex eo, cum OE ad EF sit ut FE ad EC , ipsam FC determinare tempus per CO . Quod si pars horizontalis TC , dupla CA , divisa sit bifariam in V , extensa versus X in infinitum elongata erit, dum occursum cum producta AE quærit, & ratio infinitæ TX ad infinitam VX , non erit alia à ratione infinitæ VX ad infinitam XC .

Istud idem alia aggreffione concludere poterimus, consimile resumens ratiocinium ei, quo usi sumus in Propositionis primæ demonstratione. Resumens enim triangulum ABC , nobis repræsentans in suis parallelis, basi BC , velocitatis gradus continue adauctos juxta temporis incrementa; ex quibus, cum infinitæ sint, veluti infinita sunt puncta in linea AC , & instantia in quovis tempore: exurget superficies ipsa trianguli, si intelligamus, motus per alterum tantum temporis

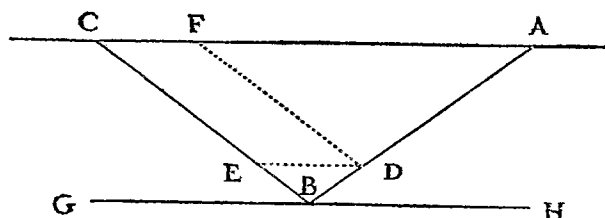
temporis continuari, sed non amplius motu accelerato, verum æquabili, juxta maximum gradum velocitatis acquisite, qui gradus repræsentatur per lineam B C. Ex talibus gradibus conflabitur aggregatum consimile parallelogrammo A D B C, quod duplum est trianguli A B C. Quare spatium, quod cum gradibus consimilibus tempore eodem conficietur, duplum erit spatii peracti cum gradibus velocitatis à triangulo A B C repræsentatis. At in plano horizontali motus est æquabilis, cum nulla ibi sit causa accelerationis, aut retardationis; ergo concluditur, spatium C T, peractum tempore æquali tempori A C, duplum esse spatii A C; hoc enim motu ex quiete accelerato juxta parallelas trianguli conficitur; illud vero juxta parallelas parallelogrammi, quæ, dum fuerint infinitæ, duplæ sunt ad parallelas infinitas trianguli.



Attendere insuper licet, quod velocitatis gradus, quicumque in mobili reperiatur, est in illo suapte natura indelebiter impressus, dum externæ causæ accelerationis aut retardationis tollantur, quod in solo horizontali plano contingit: nam in planis declivibus adest jam causa accelerationis majoris, in acclivibus vero retardationis. Ex quo pariter sequitur, motum in horizontali esse quoque æternum: si enim est æquabilis, non debilitatur, aut remittitur, & multo minus tollitur. Amplius, existente gradu celeritatis per naturalem descensum à mobili acquisito suapte natura indelebili atque æterno, considerandum occurrit, quod, si post descensum per planum declive fiat reflexio per aliud planum acclive, jam in isto occurrit causa retardationis: in tali enim plano idem mobile naturaliter descendit; quare mixtio quædam contrariarum affectionum exurgit, nempe gradus illius celeritatis acquisitæ in præcedenti descensu, qui per se uniformiter
mobile

mobile in infinitum abduceret, & naturalis propensionis ad motum deorsum juxta illam eandem proportionem accelerationis, juxta quam semper movetur. Quare admodum rationabile videbitur, si, inquirentes, quænam contingant accidentia, dum mobile post descensum per aliquod planum inclinatum reflectatur per planum aliquod acclive, accipiamus gradum illum maximum in descensu acquisitum, idem per se perpetuo in ascendente plano servari; attamen in ascensu ei supervenire naturalem inclinationem deorsum, motum nempe ex quiete acceleratum juxta semper acceptam proportionem. Quod si forte hæc intelligere fuerit subobscurum, clarius per aliquam delineationem explicabitur.

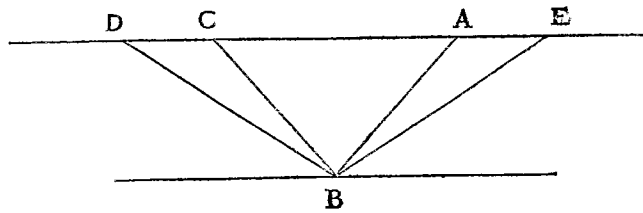
Intelligatur itaque factum esse descensum per planum declive AB , ex quo per aliud acclive BC continuetur motus reflexus; & sint primo plana æqualia, & ad æquales angulos super horizontem GH elevata. Constat jam, quod mobile ex quiete in A , descendens per AB , gradus acquirit velocitatis juxta temporis ipsius incrementum: gradum vero in B esse maximum acquisitorum, & suapte natura immutabiliter impressum, sublati scilicet causis accelerationis novæ, aut retardationis: accelerationis, inquam, si adhuc super exten-



so plano ulterius progredieretur; retardationis vero, dum super planum acclive BC fit reflexio; in horizontali autem GH æquabilis motus juxta gradum velocitatis ex A in B , acquiret
in

in infinitum extenderetur. Esset autem talis velocitas, ut in tempore æquali tempori descensus per AB in horizonte conficeret spatium duplum ipsius AB . Modo fingamus, idem mobile eodem celeritatis gradu æquabiliter moveri per planum BC , adeo ut etiam in hoc tempore æquali tempori descensus per AB conficeret super BC extenso spatium duplum ipsius AB . Verum intelligamus statim atque ascendere incipit, ei suapte natura supervenire illud idem, quod ei contigit ex A super planum AB , nempe descensus quidam ex quiete secundum gradus eisdem accelerationis, vi quorum, ut in AB contigit, tempore eodem tantumdem descendat in plano reflexo, quantum descendit per AB : manifestum est, quod ex ejusmodi mixtione motus æquabilis ascendentis, & accelerati descendentis, perducetur mobile ad terminum C per planum BC , juxta eisdem velocitatis gradus, qui erunt æquales. Quod vero sumptis utcunque duobus punctis DE , æqualiter ab angulo B remotis, transitus per DB fiat tempore æquali tempori reflexionis per BE , hinc colligere possumus. Ducta DF erit parallela ad BC ; constat enim, descensum per AD reflecti per DF . quod si post D mobile feratur per horizontalem DE , impetus in E erit idem cum impetu in D . ergo ex E ascendet in C . ergo gradus velocitatis in D est æqualis gradui in E . Ex his igitur rationabiliter asserere possumus, quod, si per aliquod planum inclinatum fiat descensus, post quem sequatur reflexio per planum elevatum, mobile per imperum conceptum ascendet usque ad eandem altitudinem, seu elevationem ab horizonte. Vt si fiat descensus per AB , feretur mobile per planum reflexum BC , usque ad horizontalem ACD ; non tantum si inclinationes planorum sint æquales, verum etiam si inæquales sint, qualis est plani BD . assumptum enim prius est, gradus velocitatis esse æquales, qui super planis inæqualiter inclinatis acquiruntur, dum ipsorum planorum eadem fuerit supra horizontem ele-

vatio. Si autem existente eadem inclinatione planorum EB , ED , descensus per EB impellere valet mobile per planum BD usque ad D , cum talis impulsus fiat propter conceptum



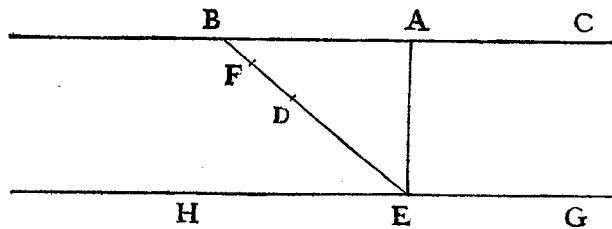
velocitatis impetum in puncto B ; fitque idem impetus in B ; seu descendat mobile per AB , seu per EB ; constat, quod expelletur pariter mobile per BD , post descensum per AB , atque per EB . Accidet vero, quod tempus ascensus per BD longius erit, quam per BC , prout descensus quoque per EB longiori fit tempore, quam per AB : ratio autem eorundem temporum jam demonstrata est eadem ac longitudinum ipsorum planorum. Sequitur modo, ut inquiremus proportionem spatiorum temporibus æqualibus peractorum in planis, quorum diversæ sint inclinationes, eadem tamen elevationes: hoc est, quæ inter easdem parallelas horizontales comprehendantur. Id autem contingit juxta sequentem rationem.

THEOR. XV. PROPOS. XXIV.

Dato inter easdem parallelas horizontales perpendiculo, & plano elevato ab ejus imo termino, spatium, quod à mobili post casum in perpendiculo, super plano elevato conficitur in tempore æquali tempori casus, majus est ipso perpendiculo, minus tamen quam duplum ejusdem perpendiculi.

Inter easdem parallelas horizontales BC , HC , sint perpendiculum AE , & planum elevatum EB , super quo post casum in perpendiculo AE ex termino E , fiat reflexio versus B . Dico, spatium, per quod mobile ascendit in tempore æquali tempori

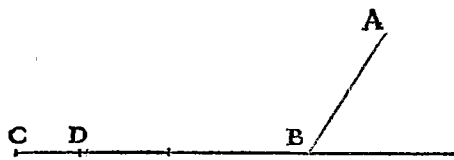
tempori descensus AE , majus esse quam AE , minus vero quam duplum ejusdem AE : Ponatur ED , ipsi AE æquale, & ut EB ad BD , ita fiat DB ad BF . Ostendetur primo, punctum F esse signum, quo mobile motu reflexo per EB perveniet tempore æquali tempori AE : deinde, EF majus esse quam EA ; minus vero quam duplum ejusdem. Si intelligamus,



tempus descensus per AE , esse ut AE , erit tempus descensus per BE , seu ascensus per EB , ut ipsa linea BE : cumque DB media sit inter EB , BF , sitque BE tempus descensus per totam BE , erit BD tempus descensus per BF , & reliqua DE tempus descensus per reliquam FE . Verum idem est tempus per FE ex quiete in B , atque tempus ascensus per EF , dum in E fuerit velocitatis gradus per descensum BE seu AE acquisitus: ergo idem tempus DE erit id, in quo mobile post casum ex A per AE , motu reflexo per EB , pervenit ad signum F . Positum autem est, ED esse æquale ipsi AE . quod erat primo ostendendum. Et quia, ut tota EB ad totam BD , ita ablata DB ad ablatam BF , erit, ut tota EB ad totam BD , ita reliqua ED ad DF . Est autem EB major BD : ergo & ED major DF , & EF minor quam dupla DE , seu AE ; quod erat ostendendum. Idem autem accidet, si motus præcedens non in perpendiculari, sed in plano inclinato fiat; eademque est demonstratio, dummodo planum reflexum sit minus acclive, nempe longius plano declivi.

Si post casum per aliquod planum inclinatum sequatur motus per planum horizontis, erit tempus casus per planum inclinatum ad tempus motus per quamlibet lineam horizontis, ut dupla longitudo plani inclinati ad lineam acceptam horizontis.

Sit linea horizontis CB , planum inclinatum AB , & post casum per AB sequatur motus per horizontem, in quo sumatur quodlibet spatium BD . Dico, tempus casus per AB , ad tempus motus per BD , esse, ut dupla AB ad BD .

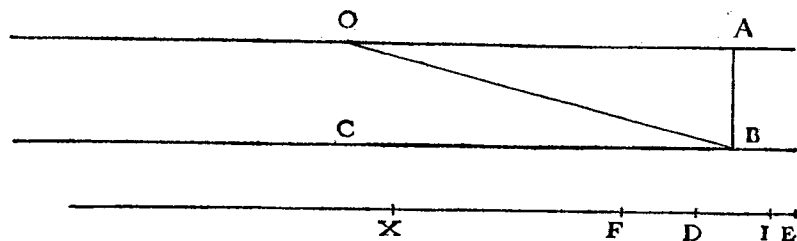


Sumpta enim BC ipsius AB dupla, constat ex prædemonstratis, tempus casus per AB æquari tempori motus per BC : sed tempus motus per BC , ad tempus motus per BD , est, ut linea CB ad lineam BD : ergo tempus motus per AB , ad tempus per BD , est, ut dupla AB ad BD . quod erat probandum.

PROBL. X. PROPOS. XXVI.
Dato perpendiculo inter lineas parallelas horizontales, datoque spatio majori eodem perpendiculo, sed minori quam duplo ejusdem, ex imo termino perpendiculi planum attollere inter easdem parallelas, super quo motu reflexo post descensum in perpendiculo conficiat Mobile spatium dato æquale, & in tempore æquali tempori descensus in perpendiculo.

Inter Parallelas horizontales AO, BC , sit perpendiculum AB ; FE vero major sit quam BA , minor vero quam dupla ejusdem. Oportet ex B planum inter horizontales erigere, super quo Mobile post casum ex A in B , motu reflexo, in tempore æquali tempori descensus per AB conficiat ascendendo spatium æquale ipsi EF . Ponatur ED æqualis AB , erit reliqua DF minor, cum tota EF minor sit quam dupla ad AB : sit DI æqualis DF , &, ut EI ad ID , ita fiat DF ad aliam FX ,
 atque

atque ex B reflectatur recta BO, æqualis EX. Dico, planum per BO esse illud, super quo post casum AB Mobile in tempore æquali tempore casus per AB pertransit, ascendendo spatium æquale dato spatio EF. Iphis ED, DF, æquales ponantur BR, RS. Cum enim sit, ut EI ad ID, ita DF ad FX:



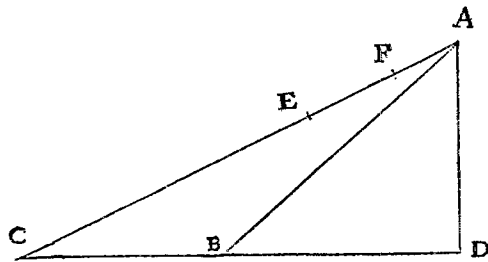
erit componendo, ut ED ad DI, ita DX ad XF; hoc est, ut ED ad DF, ita DX ad XF, & EX ad XD; hoc est, ut BO ad OR, ita RO ad OS. Quod si ponamus, tempus per AB, esse AB; erit tempus per OB, ipsa OB; & RO tempus per OS; & reliqua BR tempus per reliquum SB, descendendo ex O in B. Sed tempus descensus per IB ex quiete in O, est æquale tempore ascensus ex B in S post descensum AB: ergo BO est planum ex B elevatum, super quo post descensum per AB conficitur tempore BR seu BA spatium BS, æquale spatium dato EF. Quod facere oportebat.

THEOR. XVII. PROPOS. XXVII.

Si in planis inæqualibus, quorum eadem sit elevatio, descendat Mobile: spatium, quod in ima parte longioris conficitur in tempore æquali ei, in quo conficitur totum planum brevius, est æquale spatium, quod componitur ex ipso breviori plano, & ex parte, ad quam idem brevius planum eam habet rationem, quam habet planum longius ad excessum, quo longius brevius superat.

Sit planum AC longius, AB vero brevius, quorum eadem sit elevatio AD; & ex ima parte AC, sumatur CE, æquale ipsi

AB; & quam rationem habet totum CA ad AE, (nempe ad excessum plani CA super AB,) hanc habeat CE ad EF. Dico, spatium FC esse illud quod conficitur post discessum ex

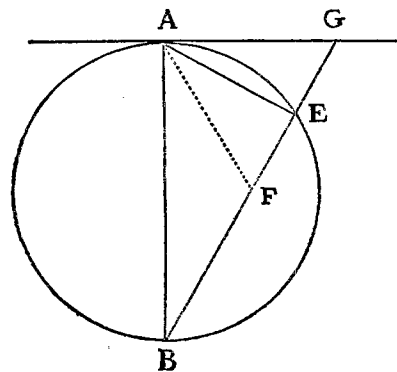


A tempore æquali tempore descensus per AB. Cum enim totum CA ad totum AE, fit ut ablatum CE ad ablatum EF; erit reliquum EA ad reliquum AF, ut totum CA ad totum AE. Sunt itaque

tres, CA, AE, AF, continue proportionales. Quod si ponatur, tempus per AB esse ut AB; erit tempus per AC ut AC, tempus vero per AE, erit ut AE, & per reliquum FC, erit ut EC; est autem EC ipsi AB æquale: ergo fit propositum.

THEOR. XVIII. PROPOS. XXVIII.

Tangat horizontalis linea AG circulum, & à contactu sit diameter AB, & duæ chordæ utcunque AEB. Determinanda fit ratio temporis casus per AB, ad tempus descensus per ambas AEB.



Extendatur BE usque ad tangentem in G, & angulus BAE bifariam secetur, ducta AF. Dico, tempus per AB, ad tempus per AEB, esse ut AE ad AEF. Cum enim angulus FAB

æqualis sit angulo FAE; angulus vero EAG angulo ABF; erit totus

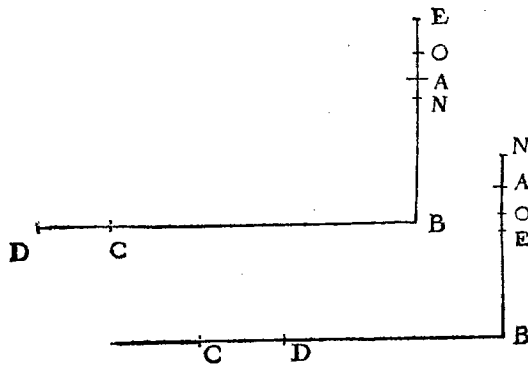
totus GAF duobus FAB , ABF æqualis; quibus æquatur quoque angulus GFA ; ergo linea GF ipsi GA est æqualis. Et quia rectangulum BGE æquatur quadrato GA ; erit quoque æquale quadrato GF , & tres lineæ, BG , GF , GE , proportionales. Quod si ponatur, AE esse tempus per AE , erit GE tempus per GE ; & GF tempus per totam GB , & EF tempus per EB , post descensum ex G , seu ex A , per AE . Tempus igitur per AE , seu per AB , ad tempus per AEB , est, ut AE ad AEF ; quod erat determinandum.

Aliter brevius. Secetur GF , æqualis GA ; constat, GF esse mediam proportionalem inter BG , GE . Reliqua ut supra.

PROBL. XI. PROPOS. XXIX.

Dato quolibet spatio horizontali, ex cuius termino erectum sit perpendiculum, in quo sumatur pars æqualis dimidio spatii in horizontali dato, Mobile ex tali altitudine descendens, & in horizontali conversum, conficiet horizontale spatium unum cum perpendiculo breviori tempore, quam quodcunque aliud spatium perpendiculi cum eodem spatio horizontali.

Sit planum horizontale, in quo datum sit quodlibet spatium BC , & ex termino B sit perpendiculum, in quo BA sit dimidium ipsius BC . Dico, tempus, quo Mobile ex A demissum conficiet ambo spatia, AB , BC , esse temporum omnium brevissimum, quibus idem spatium BC cum parte perpendiculi, sive majori, sive minori parte AB , conficeretur. Sit



sumpta major, ut in prima figura, vel minor, ut in secunda, EB .
Ostenden-

Ostendendum est, tempus, quo conficiuntur spatia EB, BC , longius esse tempore quo conficiuntur AB, BC . Intelligatur, tempus per AB esse ut AB ; erit quoque tempus motus in horizontali BC , cum BC dupla sit ad AB & per ambo spatia ABC . Tempus erit dupla BA . Sit BO media inter EB, BA . Erit BO tempus casus per EB . Sit præterea horizontale spatium BD , duplum ipsius BE ; constat, tempus ipsius post casum EB esse idem BO . Fiat, ut DB ad BC , seu ut EB ad BA ; ita OB ad BN : & cum motus in horizontali sit æquabilis, sitque OB tempus per BD post casum ex E , erit NB tempus per BC post casum ex eadem altitudine E . Ex quo constat, OB cum BN esse tempus per EB, C . cumque dupla BA sit tempus per ABC ; ostendendū relinquitur, OB cum BN majora esse quam dupla BA . Cum autem OB media sit inter EB, BA ; ratio EB ad BA dupla est rationis OB ad BA : & cum EB ad BA sit, ut OB ad BN ; erit quoque ratio OB ad BN dupla rationis OB ad BA . verum ipsa ratio OB ad BN componitur ex rationibus OB ad BA , & AB ad BN ; ergo ratio AB ad BN est eadem cum ratione OB ad BA . Sunt igitur BO, BA, BN , tres continue proportionales, & OB cum BN majores quam dupla BA . Ex quo patet propositum.

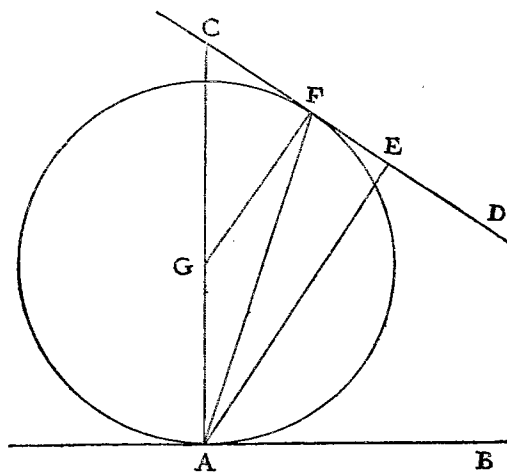
THEOR. XIX. PROPOS. XXX.

Si ex aliquo puncto linea horizontalis descendat perpendicularum, ex alio vero puncto in eadem horizontali sumpto ducendum sit planum usque ad perpendicularum, per quod Mobile tempore brevissimo usque ad perpendicularum descendat: tale planum erit illud, quod de perpendicularo abscindit partem æqualem distantie puncti accepti in horizontali à termino perpendiculari.

Sit perpendicularum BD ex puncto B , horizontalis lineæ AC descendens, in qua sit quodlibet punctum C , & in perpendicularo ponatur distantia BE æqualis distantie BC , & ducatur CE . Dico, planorum omnium ex puncto C usque ad perpen-

perpendicularibus à dato puncto extensis, una ad horizontalem lineam, altera ad inclinam.

Sit CD linea supra horizontalem AB utcunque inclinata, datoque in horizontali quocunque puncto A , educantur ex eo AC perpendicularis ad AB , AE vero perpendicularis ad CD , & angulum CAE bifariam dividat FA linea. Dico, planorum omnium ex quibuslibet punctis lineæ CD ad punctum A inclinatum extensum per FA esse, in quo tempore omnium brevissimo fiat descensus. Ducatur FG ipsi AE parallela, erunt anguli GFA , FAE coalterni æquales: est autem EAF ipsi FAG æqualis: ergo trianguli latera FG , GA æqualia erunt. Si itaque centro G intervallo GA circulus describatur, transibit per F , & horizontalem, & inclinam tanget in punctis A , F : est enim angulus GFC rectus, cum GF ipsi AE sit æquidistans: ex quo constat lineas omnes usque ad inclinam ex puncto A productas extra circumferentiam extendi, & quod consequens est, lationes per ipsas longiori tempore absolvi, quam per FA . Quod erat demonstrandum.



FG, GA æqualia erunt. Si itaque centro G intervallo GA circulus describatur, transibit per F , & horizontalem, & inclinam tanget in punctis A , F : est enim angulus GFC rectus, cum GF ipsi AE sit æquidistans: ex quo constat lineas omnes usque ad inclinam ex puncto A productas extra circumferentiam extendi, & quod consequens est, lationes per ipsas longiori tempore absolvi, quam per FA . Quod erat demonstrandum.

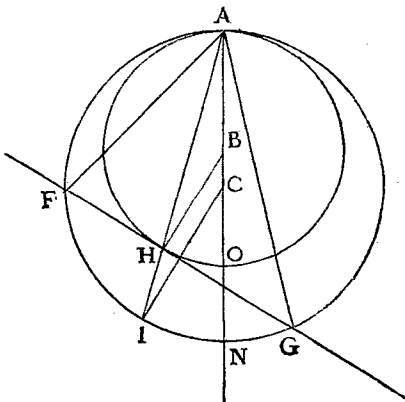
L E M M A.

Si duo circuli se se intus contingant, quorum interiorem qualibet linea recta contingat, exteriorem vero secet, tres lineæ à contactu

tañtu circularum ad tria puncta recta linea tangentis, nempe ad contactum interioris circuli, & ad sectiones exterioris protracta angulos in contactu circularum æquales continebunt.

Tangent se intus in puncto A duo circuli, quorum centra B minoris: c majoris: interiorem vero circulum contingat recta quælibet linea FG in puncto H, majorem autem fecet in punctis F G, & connectantur tres lineæ AF, AH, AG. Dico,

angulos ab illis contentos FAH, GAH esse æquales. Extendatur AH usque ad circumferentiam in I, & ex centris producantur BH, CI, & per eadem centra ducta sit BC, quæ extensa cadet in contactum A, & in circumferentias circularum in O, & N. Et quia anguli ICN, HBO æquales sunt, cum quilibet ipforum duplus sit anguli IAN, erunt lineæ BH, CI parallelæ. Cumque BH ex centro ad contactum sit perpendicularis ad FG, erit quoque ad eandem perpendicularis CI, & arcus FI arcui IG æqualis, & quod consequens est, angulus FAI, angulo IAG. Quod erat ostendendum.

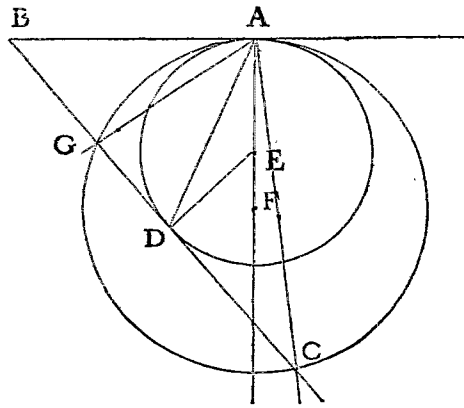


THEOR. XXI. PROPOS. XXXII.

Si in horizonte sumantur duo puncta, & ab altero ipsorum quælibet linea versus alterum inclinatur, ex quo ad inclinatam recta linea ducatur, ex ea partem abscindens æqualem ei, quæ inter puncta horizontis intercipitur, casus per hanc ductam citius absolvetur, quam per quascunque alias rectas ex eodem puncto ad eandem inclinatam protractas. In aliis autem, quæ per

angulos æquales hinc inde ab hac distiterint, casus sunt temporibus inter se æqualibus.

Sint in horizonte duo puncta A, B , & ex B inclinetur recta BC , in qua ex termino B sumatur BD ipsi BA æqualis, & jungatur AD . Dico, casum per AD velocius fieri, quam per quamlibet ex A ad inclinatam BC productam. Ex punctis enim AD ad ipsas BA, BD , perpendiculares ducantur $AE,$



DE , se se in E secantes; & quia in triangulo æquicruri ABD , anguli BAD, BDA sunt æquales, erunt reliqui ad rectos DAE, EDA æquales; ergo centro E intervallo EA descriptus circulus per D quoque transibit: & lineas BA, BD , tanget in punctis A, D . Et cum A sit terminus

perpendiculari AE , casus per AD citius absolvetur, quam per quamcunque aliam ex eodem termino A usque ad lineam BC ultra circumferentiam circuli extensam; quod erat primo ostendendum.

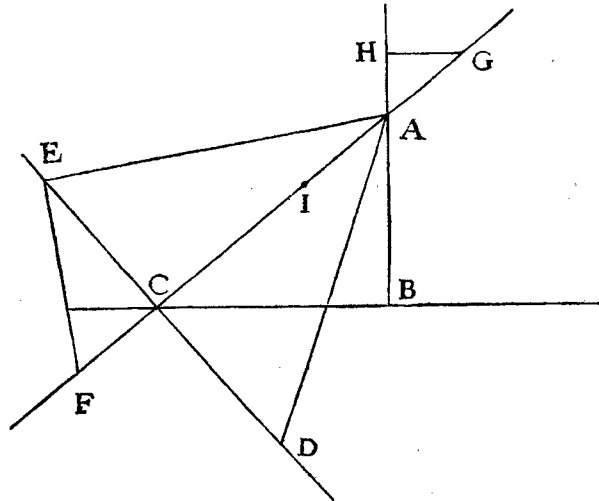
Quod si extenso perpendicularo AE , in eo sumatur quodvis centrum F , & secundum intervallum FA circulus AGC describatur tangentem lineam in punctis G, C secans: junctæ AG, AC per angulos æquales à media AD ex ante demonstratis dirimentur, & per ipsas rationes temporibus æqualibus absolventur, cum ex puncto sublimi A ad circumferentiam circuli AGC terminentur.

PROBL. XII. PROPOS. XXXIII.

Dato perpendicularo, & plano ad ipsum inclinato, quorum eadem sit altitudo,

altitudo, idemque terminus sublimis, punctum in perpendicularo supra terminum communem reperire, ex quo si demittatur Mobile, quod postea convertatur per planum inclinatum, ipsum planum conficiat tempore eodem, quo ipsum perpendicularum ex quiete conficeret.

Sint perpendicularum, & planum inclinatum, quorum eadem sit altitudo, AB, AC . Oportet in perpendicularo BA , producto ex parte A , punctum reperire, ex quo descendens Mobile conficiat spatium AC eodem tempore, quo conficit datum perpendicularum AB ex quiete in A . Ponatur DCE ad



angulos rectos ad AC , & secetur CD æqualis AB , & jungatur AD : erit angulus ADC major angulo CAD . (est enim $\sphericalangle A$ major quam AB , seu CD .) fiat angulus DAE æqualis angulo ADE , & ad ipsam AE perpendicularis sit EF plano inclinato & utrinque extenso occurrens in F , & utraque AI, AC ponatur ipsi CF æqualis, & per G ducatur GH horizonti æquidistans. Dico, H esse punctum, quod quaeritur.

E e 3

Intelli-

Intelligatur enim tempus casus per perpendicularum AB , esse AB , erit tempus per AC , ex quiete in A , ipsamet AC . Cumque in triangulo rectangulo AEF ab angulo recto E perpendicularis ad basim AF , sit acta EC , erit AE media inter FA , AC , & CE media inter AC , CF , hoc est, inter CA , AI . & cum ipsius AC tempus ex A , sit AC ; erit AE tempus totius AF , & EC tempus ipsius AI . Quia vero in triangulo æquicruri AED , latus AE est æquale lateri ED , erit ED tempus per AF , & est EC tempus per AI . Ergo CD , hoc est AB , erit tempus per IF ex quiete in A , quod idem est ac si dicamus, AB esse tempus per AC ex G , seu ex H . quod erat faciendum.

PROBL. XIII. PROPOS. XXXIV.

Dato plano inclinato, & perpendicularo, quorum idem sit sublimis terminus, punctum sublimis in perpendicularo extenso reperire, ex quo Mobile decidens, & per planum inclinatum conversum, utrumque conficiat tempore eodem, ac solum planum inclinatum ex quiete in ejus superiori termino.

Sint planum inclinatum, & perpendicularum, AB , AC , quorum idem sit terminus A . Oportet in perpendicularo ad partes A extenso punctum sublime reperire, ex quo Mobile decidens, & per planum AB conversum, partem assumptam perpendiculari, & planum AB , conficiat tempore eodem, ac solum planum AB ex quiete in A .

Sit horizontalis linea BC , & secetur AN æqualis AC : & ut AB ad BN ; ita fiat AL ad LC : & ipsi AL ponatur æqualis AI , & ipsarum AC , BI , tertia proportionalis sit CE in perpendicularo AC producto signata. Dico, CE esse spatium quæsitum: adèo ut extenso perpendicularo supra A , & assumpta parte AX ipsi CE æquali, Mobile ex X conficiet utrumque spatium XAB æquali tempore, ac solum AB ex A . Ponatur horizontalis XR æquidistans BC , cui occurrat BA extensa in R , deinde producta AB in D , ducatur ED æquidistans CB , & supra AD semicirculus describatur, & ex B ipsi D a perpendiculari

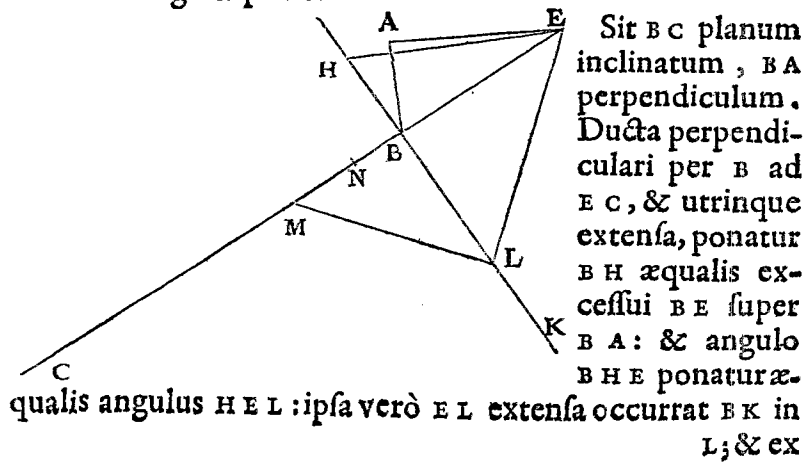
cessus igitur rectanguli $AB I$, super rectangulo $A I, B F$, seu $A I, F H$, æquatur excessui rectanguli $A I, F H$, super rectangulo $A I B$; ergo bina rectangula $A I, F H$, æquantur duobus $A B I, A I B$: nempe binis $A I B$, cum quadrato $B I$. Commune sumatur quadratum $A I$, erunt bina rectangula $A I B$, cum duobus quadratis $A I, I B$; nempe quadratum ipsum $A B$, æquale binis rectangulis $A I, F H$, cum quadrato $A I$ communiter rursus assumpto quadrato $B F$: erunt duo quadrata $A B, B F$; nempe unicum quadratum $A F$, æquale binis rectangulis $A I, F H$, cum duobus quadratis $A I, F B$, id est $A I, F H$. Verum idem quadratum $A F$, æquale est binis rectangulis $A H F$, cum duobus quadratis $A H, H F$; ergo bina rectangula $A I, F H$, cum quadratis $A I, F H$, æqualia sunt binis rectangulis $A H F$, cum quadratis $A H, H F$; & dempto communi quadrato $H F$ bina rectangula $A I, F H$, cum quadrato $A I$ erunt æqualia binis rectangulis $A H F$ cum quadrato $A H$. Cumque rectangulorum omnium $F H$ sit latus commune, erit linea $A H$ æqualis lineæ $A I$. si enim major, vel minor esset, rectangula quoque $F H A$, & quadratum $H A$, majora vel minora essent rectangulis $F H, I A$, & quadrato $I A$; contra id, quod demonstratum est.

Modo si intelligamus tempus casus per $A B$ esse ut $A B$, tempus per $A C$, erit ut $A C$, & ipsa $I B$ media inter $A C, C E$, erit tempus per $C E$, seu per $x A$ ex quiete in x , cumque inter $D A, A B$, seu $R B, B A$ media sit $A F$, inter vero $A B, B D$, id est, $R A, A B$, media sit $B F$, cui æquatur $F H$, erit ex prædemonstratis excessus $A H$, tempus per $A B$ ex quiete in R , seu post casum ex x ; dum tempus ejusdem $A B$ ex quiete in A , fuerit $A B$. Tempus igitur per $x A$, est $I B$; per $A B$ vero post $R A$, seu post $x A$, est $A I$; ergo tempus per $x A B$ erit, ut $A B$, idem nempe cum tempore per solam $A B$ ex quiete in A . Quod erat propositum.

PROBL.

ad HB , ut BH ad HF . Quare rectangulum GHF quadrato HB erit æquale : sed idem rectangulum æquatur quoque quadrato HI . ergo BH ipsi HI est æqualis. Cumque in quadrilatero $ILBH$ latera HB, HI , sint æqualia, & anguli B, I , recti, erit latus quoque BL ipsi LI æquale : est autem EI æqualis EF ; ergo tota LE , seu NE , duabus LB, EF , est æqualis : auferatur communis EF ; erit reliqua FN , ipsi LB æqualis. at posita est FB æqualis ipsi BA : ergo LB duabus AB, BN æquatur. Rursus si intelligatur, tempus per AB esse ipsam AB ; erit tempus per EB ipsi EB æquale: tempus autem per totam EM erit EN , media scilicet inter ME, EB . quare reliquæ BM tempus casus post EB , seu post AB , erit ipsa BN . Positum autem est, tempus per AB esse AB : ergo tempus casus per ambas ABM est ABN . cum autem tempus per EB ex quiete in E sit EB ; tempus per BM ex quiete in B erit media proportionalis inter BE, BM . hæc autem est BL . tempus igitur per ambas ABM ex quiete in A est ABN ; tempus verò per BM solam ex quiete in B est BL . ostensum autem est, BL esse æqualem duabus AB, BN . ergo patet propositum.

Aliter magis expedite.

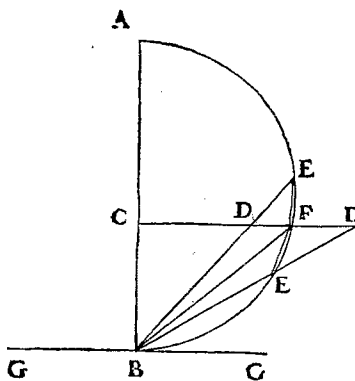


L; & ex L excitetur perpendicularis ad EL, LM, occurrens BC in M. Dico, BM esse spatium in plano BC quaesitum. Quia enim angulus MLE rectus est, erit BL media inter MB, BE; & LE media inter ME, EB. cui EL secetur æqualis EN; & erunt tres lineæ NE, EL, LH, æquales: & HB erit excessus NE, super BL. Verum eadem HB est etiam excessus NE super NB, BA. ergo duæ NB, BA, æquales sunt BL. Quòd si ponatur, EB esse tempus per EB; erit BL tempus per BM ex quiete in B; & BN erit tempus ejusdem post EB, seu post AB; & AB erit tempus per AB. ergo tempora per ABM, nempe ABN, æqualia sunt tempori per solam BM ex quiete in B. quod est intentum.

L E M M A.

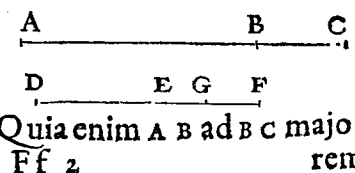
Sit DC ad diametrum BA perpendicularis, & à termino B educatur BED utcunque, & connectatur FB.

Dico, FB inter DB, BE, esse mediam. Connectatur EF: & per B ducatur tangens BG; quæ erit ipsi CD parallela: quare angulus DBG angulo FDB erit æqualis. at eidem GBD æquatur quoque angulus EFB in proportione alterna: ergo similia sunt triangula FBD, FEB; &, ut BD ad BF, ita FB ad BE.



L E M M A.

Sit linea AC major ipsa DF; & habeat AB ad BC majorem rationem, quam DE ad EF. Dico, AB ipsa DE esse majorem.



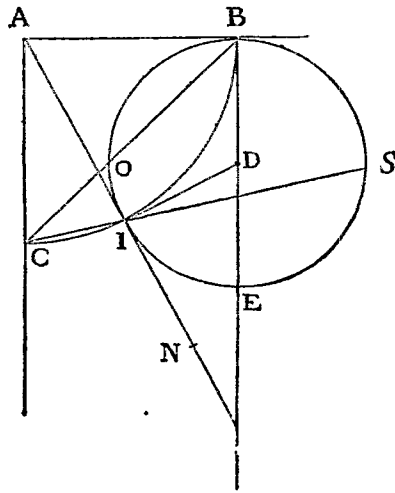
Ff 2

rem

rem rationem habet, quam DE ad EF ; quam rationem habet AB ad BC , hanc habebit DE ad minorem quam EF habeat ad EG : & quia AB ad BC est, ut DE ad EG , erit componendo, & per conversionem rationis, ut CA ad AB , ita GD ad DE : est autem CA major GD : ergo BA ipsa DE major erit.

L E M M A.

Sit circuli quadrans $ACIB$; & ex B ipsi AC parallela BE ; & ex quovis centro in ea sumpto circulus $BOES$ descriptus



tangens AB in B , & secans circumferentiam quadrantis in I ; & juncta sit CB , & CI usque ad S extensa. Dico, lineam CI minorem semper esse ipsa CO . Jungatur AI ; quæ circulum BOE tanget. Si enim ducatur DI ; erit æqualis ipsi DB . cum verò DB quadrantē tangat, tanget etiam eundem DI ; & ad

diametrum AI erit perpendicularis. Quare & ipsa AI circulum BOE tanget in I . Et, quia angulus AIC major est angulo ABC , cum majori insistat peripheriæ: ergo angulus quoque SIN ipso ABC major erit: quare portio IES major est portione BO ; & linea CS centro vicinior major ipsa CB : quare & CO major CI ; cum SC ad CB sit, ut OC ad CI .

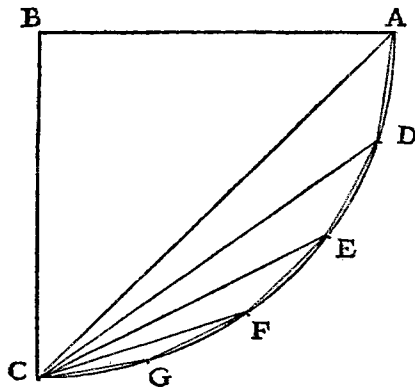
Idem autem magis accidet, si (ut in altera figura) BIC quadrante

ac si venerit ex A per AB; cum ex utroque casu DB, AB, equalia accipiat velocitatis momenta. Ergo demonstrandum erit, breviori tempore peragi BC post AB quam FC post DF. Explicatum est autem, tempus, quo peragitur BC post AB, esse GT; tempus verò ipsius FC post DF esse RS. Ostendendum itaque est, RS majus esse, quam GT. quod sic ostenditur; quia ut SP ad PR, ita CD ad DO, per conversionem rationis; & convertendo, ut RS ad SP, ita OC ad CD: ut autem SP ad PT, ita DC ad CA: & quia est ut TP ad PG, ita CA ad AV; per conversionem rationis erit quoque, ut PT ad TG; ita AC ad CV. ergo ex æquali, ut RS ad GT, ita OC ad CV. est autem OC major quam CV; ut mox demonstrabitur. ergo tempus RS majus est tempore GT. quod demonstrare oportebat. Cum verò CF major sit CB, FD verò minor BA; habebit CD ad DF majorem rationem, quam CA ad AB; ut autem CD ad DF, ita quadratum CO ad quadratum OF; cum sint CD, DO, DF, proportionales. ut verò CA ad AB, ita quadratum CV ad quadratum VB. ergo CO ad OF majorem rationem habet quam CV ad VB. igitur, ex Lemmate prædicto, CO major est quam CV. Constat insuper, tempus per DC ad tempus per DBC, esse, ut DOC ad DO cum CV.

S C H O L I V M.

Ex his, quæ demonstrata sunt, colligi posse videtur, lationem omnium velocissimam ex termino ad terminum non per brevissimam lineam, nempe per rectam, sed per circuli portionem fieri. In quadrante enim B A E C, cujus latus BC sit ad horizontem erectum, divisus sit arcus AC in quotcunque partes æquales, AD, DE, EF, FG, GC; & ductæ sint rectæ ex C ad puncta A, D, E, F, G; & junctæ sint rectæ quoque AD, DE, EF, FG, GC. Manifestum est, lationem per duos ADC citius absolvi, quam per unam AC,
vel

vel DC ex quiete in D : sed ex quiete in A citius absolvitur DC , quam duæ ADC : sed per duas DEC ex quiete in A veri-



simile est citius absolvi descensum quam per solã CD . Ergo descensus per tres $ADEC$ absolvitur citius quã per duas ADC . Verum similiter præcedente descensu per ADE , citius fit latio per duas EFC quam per solam FC . Ergo per quatuor $ADEFC$

citius fit motus quam per tres $ADEC$. Ac tandem per duas FGC post præcedentem descensum per $ADEF$ citius absolvitur latio quam per solam FC . Ergo per quinque $ADEFGC$ breviori adhuc tempore fit descensus, quam per quatuor $ADEFC$. Quò igitur per inscriptos polygonos magis ad circumferentiam accedimus, eò citius absolvitur motus inter duos terminos signatos AC .

Quod autem in quadrante explicatum est, contingit etiam in circumferentia quadrante minori; & idem est ratiocinium.

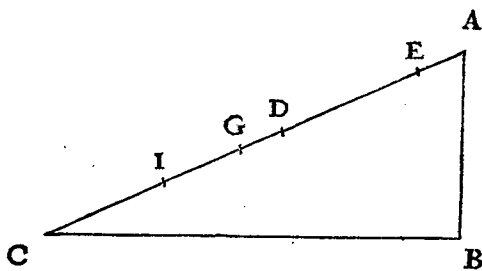
PROBL. XV. PROPOS. XXXVII.

Dato perpendiculari, & plano inclinato, quorum eadem sit elevatio: partem in inclinato reperire, quæ sit æqualis perpendiculari, & conficiatur eodem tempore ac ipsum perpendicularum.

Sint AB perpendicularum, & AC planum inclinatum. Oportet in inclinato partem reperire æqualem perpendicularo AB , quæ post quietem in A conficiatur tempore æquali tempore quo conficitur perpendicularum. Ponatur AD æqualis AB ; & reliqua DC bifariam secetur in I ; & ut AC ad CI , ita

c I, ita fiat c I ad aliam A E; cui ponatur æqualis D G. Patet, E G æqualē esse A D & A B. Dico insuper, hanc E G eam esse, quæ conficitur à mobili veniente ex quiete in A tempore æquali tempori quo Mobile cadit per A B.

Quia enim, ut A C ad c I, ita c I ad A E, seu I D ad D G; erit per conversionē rationis, ut c A ad A I, ita D I ad I G. Cum itaque sit ut totū c A



ad totum A I, ita ablatum c I ad ablatum I G; erit reliquum I A, ad reliquum A G, ut totum c A ad totum A I. Est itaque A I media inter c A, A G; & c I media inter c A, A E. Si itaque ponatur, tempus per A B esse ut A B; erit A C tempus per A C & c I; seu I D tempus per A E. cumque A I media sit inter c A, A G; sitque c A tempus per totam A C; erit A I tempus per A G; & reliquum I C per reliquum G C: fuit autem D I tempus per A E: sunt itaque D I, I C, tempora per utrasque, A E, c G. ergo reliquum D A erit tempus per E G, æquale nempe tempori per A B. Quod faciendum fuit.

C O R O L L A R I V M.

Ex his constat, spatium quæsitum esse intermedium inter partes superam & inferam quæ temporibus æqualibus conficiuntur.

P R O B L. XVI. P R O P O S. XXXVIII.

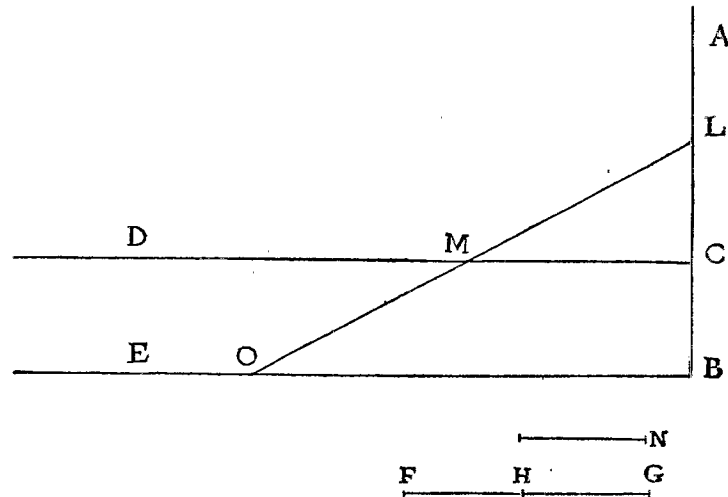
Datis duobus planis horizontalibus à perpendiculari sectis: in perpendiculari punctum sublime reperire, ex quo cadentia Mobilia, & in planis horizontalibus reflexa, conficiant in temporibus æqualibus casuum in iisdem horizontalibus, in

G g

bus, in

bus, in superiore nempe, atque in inferiore, spatia, quæ inter se habeant quamcunque datam rationem minoris ad majorem.

Seçta sint plana horizontalia, CD, BE , à perpendiculo ACB , sitque data ratio minoris ad majorem N ad FG . Oportet in perpendiculo AB punctum sublime reperire, ex quo Mobile cadens, & in plano CD reflexum tempore æquali tempori sui casus, spatium conficiat, quod ad spatium confe-



ctum ab altero Mobili ex eodem puncto sublimi veniente tempore æquali tempori sui casus, motu reflexo per BE planum, habeat rationem eandem cum data N ad FG . Ponatur GH , æqualis ipsi N ; & ut FH ad HG , ita fiat BC ad CL . Dico, L esse punctum sublime quæsitum: Accepta enim CM dupla ad CL , ducatur LM , plano BE occurrens in O . erit BO dupla BL . Et quia, ut FH ad HG , ita BC ad CL ; erit componendo & convertendo, ut HG , hoc est, N , ad GF , ita CL ad LB , hoc est CM ad BO . Cum autem CM dupla sit ad LC ,

ad LC ; fit, spatium CM esse illud, quod à Mobili veniente ex L post casum LC conficitur in plano CD ; & eadem ratione BO esse illud, quod conficitur post casum LB in tempore æquali tempori casus per LB ; cum BO fit dupla ad BL . ergo patet propositum.

Sagr. *Parmi veramente che conceder si possa al nostro Accademico che egli senza jattanza habbia nel principio di questo suo trattato potuto attribuirsi di arrecarci vna nuoua scienza intorno a vn soggetto antichissimo. Et il vedere con quanta facilità, e chiarezza da vn solo semplicissimo principio ei deduca le dimostrazioni di tante proposizioni, mi fa non poco marauigliare come tal materia sia passata intatta da Archimede, Apollonio, Euclide, e tanti altri Matematici, e Filosofi illustri: e massime che del Moto si trouano scritti volumi grandi, e molti.*

Salu. *Si vede vn poco di fragmento d'Euclide intorno al Moto, ma non vi si scorge vestigio che egli s'incaminasse all'investigazione della proporzione dell' accelerazione, e delle sue diuersità sopra le diuersi inclinazioni. Tal che veramente si puo dire essersi non prima che hora aperta la porta ad vna nuoua contemplazione piena di conclusioni infinite, & ammirande, lequali ne i tempi auenire potranno esercitare altri ingegni.*

Sagr. *Io veramente credo, che si come quelle poche passioni (dirò per esempio) del Cerchio dimostrate nel terzo de' suoi Elementi da Euclide sono l'ingresso ad innumerabili altre più recondite, così le prodotte, e dimostrate in questo breue trattato, quando passasse nelle mani di altri ingegni specolatiui, sarebbe strada ad altre, ed altre più marauigliose; & è credibile che così seguirebbe mediante la nobiltà del soggetto sopra tutti gl'altri naturali.*

Lunga & assai laboriosa giornata è stata questa d'oggi; nella quale ho gustato più delle semplici proposizioni, che delle loro dimostrazioni: molte delle quali credo che per ben capirle mi porteranno via più d'vn hora per ciascheduna: studio, che mi riserbo à farlo con quiete, lasciandomi V. S. il libro nelle mani, dopo che hau-

remo veduto questa parte che resta intorno al Moto de i Proietti che farà, se così gli piace, nel seguente giorno.

Salu. *Non mancherò d'esser con lei.*

Finisce la terza Giornata.

GIORNATA QUARTA.

Salu. **A** *Tempo arriua ancora il S. Simplicio, però senza interpor quiete venghiamo al Moto, & ecco il Testo del nostro Autore.*

DE MOTV PROIECTORVM.

Quæ in Motu æquabili contingunt accidentia, itemque in Motu naturaliter accelerato super quascunque planorum inclinationes, supra consideravimus. In hac, quam modo aggreddior, contemplatione, præcipua quædam symptomata, eaque scitu digna in medium afferre conabor, eademque firmis demonstrationibus stabilire, quæ Mobili accidunt dum motu ex duplici latione composito, æquabili nempe, & naturaliter accelerata, movetur: hujusmodi autem videtur esse Motus ille, quem de Projectis dicimus: cujus generationem talem constituo.

Mobile quoddam super planum horizontale projectum mente concipio omni secluso impedimento: jam constat ex his quæ fufius alibi dicta sunt illius motum æquabilem, & perpetuum super ipso plano futurum esse, si planum in infinitum extendatur: si vero terminatum, & in sublimi positum intelligamus, mobile, quod gravitate præditum concipio, ad plani terminum delatum, ulterius progrediens, æquabili, atque indelebili priori lationi superaddet illam, quam à
pro-

propria gravitate habet deorsum propensionem, indeque motus quidam emerget compositus ex equabili horizontali, & ex deorsum naturaliter accelerato: quem Projectionem voco. Cujus accidentia nonnulla demonstrabimus; quorum primum sit

THEOR. I. PROPOS. I.

Projectum dum fertur motu composito ex horizontali æquabili, & ex naturaliter accelerato deorsum, lineam semiparabolicam describit in sua latione.

Sagr. È forza S. Salu. in gratia di me, & anco credo io del S. Simpl. far qui vn poco di pausa; auenga che io non mi son tanto inoltrato nella Geometria ch'io habbia fatto studio in Apollonio, senon in quanto sò ch'ei tratta di queste Parabole e dell'altre sezioni coniche, senza la cognizione delle quali, e delle lor passioni, non credo che intender si possano le dimostrazioni di altre proposizioni à quelle aderenti. E perche già nella bella prima proposizione ci vien proposto dall'Autore douersi dimostrare la linea descritta dal Progetto esser Parabolica, mi vò imaginando, che, non douendosi trattar d'altro che di tali linee, sia assolutamente necessario hauere vna perfetta intelligenza, se non di tutte le passioni di tali Figure dimostrate da Apollonio, almeno di quelle, che per la presente scienza son necessarie.

Salu. V. S. si humilia molto, volendosi far nuouo di quelle cognizioni, le quali non è gran tempo che ammesse come ben sapute: allora dico che nel trattato delle Resistenze hauemmo bisogno della notizia di certa proposizione d'Apollonio, sopra la quale ella non mosse difficoltà.

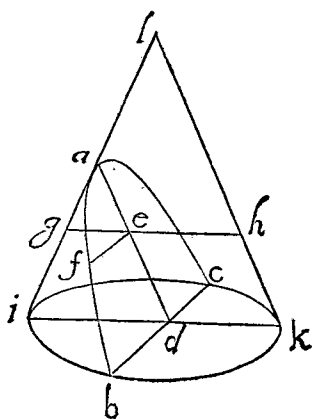
Sagr. Può essere ò che io la sapessi per ventura, ò che io la supponessi per vna volta, tanto che ella mi bisognò in tutto quel trattato: mà qui doue mi imagino d'hauere à sentir tutte le dimostrazioni circa tali linee, non bisogna, come si dice, beuer grosso, buttando via il tempo e la fatica.

Simp. E' poi rispetto à me, quando bene, come credo, il S. Sagr. fusse ben corredato di tutti i suoi bisogni, à me commiciano già à giugner come nuouì gli stessi primi termini: perche se bene i nostri Filosofi hanno trattata questa materia del Moto de' Proietti, non mi souuien che si siano ristretti à definire quali siano le linee da quelli descritte, saluo che assai generalmente sian sempre linee curue, eccetto che nelle proiezioni perpendicolari sursum. Però quando quel poco di Geometria che io hò appreso da Euclide da quel tempo in qua che noi hauemmo altri discorsi, non sia bastante per rendermi capace delle cognizioni necessarie per l'intelligenza delle seguenti dimostrazioni, mi conuerrà contentarmi delle sole proposizioni credute, mà non sapute.

Salu. Anzi voglio io che le sappiate mercè dell' istesso autor dell' opera, il quale quando già mi concessè di veder questa sua fatica, perche io ancora in quella volta non haueuo in pronto i libri di Apollonio, s'ingegnò di dimostrarmi due passioni principalissime di essa Parabola senza veruna altra precognizione, delle quali sole siamo bisognosi nel presente trattato; le quali son ben' anco prouate da Apollonio, mà dopo molte altre, che lungo sarebbe a vederle; Et io voglio che abbreniamo assai il viaggio, cauando la prima immediatamente dalla pura, e semplice generazione di essa Parabola, e da questa poi pure immediatamente la dimostrazione della seconda. Venendo dunque alla prima;

Intendasi il Cono retto, la cui base sia il cerchio $ibkc$, e vertice il punto l . nel quale, segato con un piano parallelo al lato lk , nasce la sezione bac detta Parabola; la cui base bc seghi ad angoli retti il diametro ik del cerchio $ibkc$. e sia l'asse della Parabola ad parallelo al lato lk ; e preso qualsiuoglia punto f nella linea bfa , tirisi la retta fe parallela alla bd . Dico che il quadrato della bd al quadrato della fe , hà la medesima proporzione che l'asse da alla parte ae . Per il punto e intendasi passare un piano parallelo al cerchio $ibkc$, il quale farà nel Cono una sezione circolare, il cui diametro sia la linea geh . E perche sopra il diametro

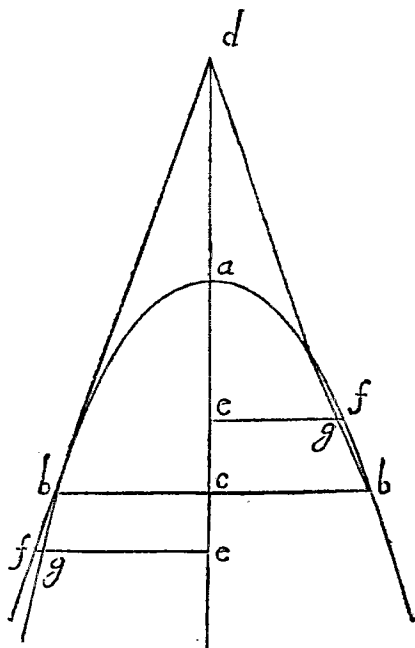
ik del



ik del cerchio ibk la bd è perpendicolare, sarà il quadrato della bd eguale al rettangolo fatto dalle parti id, dk. e parimente nel cerchio superiore, che s'intende passare per i punti gfh, il quadrato della linea fe è eguale al rettangolo delle parti geh. adunque il quadrato della bd al quadrato della fe ha la medesima proporzione che il rettangolo idk al rettangolo geh. E perche la linea ed è parallela alla hk, sarà la eh eguale alla dk, che pur son parallele: e però il rettangolo idk al rettangolo geh harà la medesima proporzione che la id alla ge, cioè, che la da alla ae. adunque il rettangolo idk al rettangolo geh, cioè, il quadrato bd al quadrato fe, ha la medesima proporzione che l'asse da alla parte ae. che bisognava dimostrare.

L'altra proposizione pur necessaria al presente trattato così faremo manifesta. Segniamo la Parabola, della quale sia prolungato fuori l'asse ca in d. e preso qualsivoglia punto b, per esso intendasi prodotta la linea bc parallela alla base di essa Parabola. E posta la da eguale alla parte dell'asse ca, dico, che la retta tirata per i punti d, b, non cade dentro alla Parabola, mà fuori, sì che solamente la tocca nell'istesso punto b. Imperò che, se è possibile, caschi dentro se-

tro segandola sopra, ò prolungata segandola sotto. Et in essa sia preso qualsivoglia punto g per il quale passi la retta fge. E perche il quadrato fe è maggiore del quadrato ge, maggior proporzione ha-



rà esso quadrato fe al quadrato bc, che'l quadrato ge al medesimo bc. E perche per la precedente il quadrato fe al quadrato bc stà come la ea alla ac, adunque maggior proporzione hà la ea alla ac, che'l quadrato ge al quadrato bc, cioè, che'l quadrato ed al quadrato dc. (essendo che nel triangolo dge come la ge alla parallela bc, così stà ed a dc.) mà la linea ea alla ac, cioè, alla ad, hà la medesima pro-

porzione, che 4 rettangoli ead a 4 quadrati di ad, cioè al quadrato cd (che è eguale a 4 quadrati di ad.) adunque 4 rettangoli ead al quadrato cd haranno maggior proporzione che il quadrato ed al quadrato dc. adunque 4 rettangoli ead saranno maggiori del quadrato ed: il che è falso, perche son minori: imperò che le parti ea, ad, della linea ed, non sono eguali. Adunque la linea db tocca la Parabola in b, e non la sega. il che si doueua dimostrare.

Simpl. Voi procedete nelle vostre dimostrazioni troppo alla grande; & andate sempre, per quanto mi pare, supponendo che

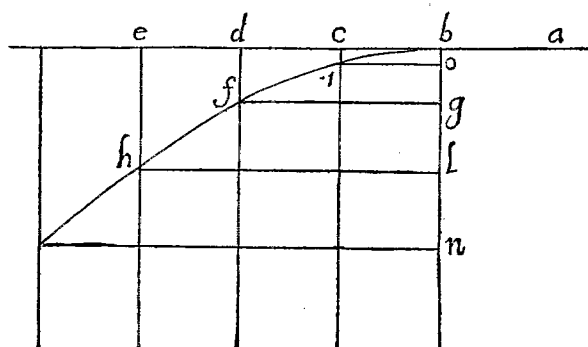
tutte

tutte le proposizioni d'Euclide mi siano così familiari, e pronte, come gli stessi primi assiomi, il che non è. E pur hora l'uscir mi addosso che 4 rettangoli $c a d$ son minori del quadrato $d e$, perche le parti $c a$, $a d$, della linea $c d$, non sono equali, non mi quieto, mà mi lascia sospeso.

Salu. Veramente tutti i Matematici non vulgari suppongo, che il lettore habbia prontissimi al meno gl'Elementi d'Euclide: e qui per supplire al vostro bisogno basterà ricordarui una proposizione del secondo, nella quale si dimostra, che, quando una linea è segata in parti equali, & in diseguali, il rettangolo delle parti diseguali è minore del rettangolo delle parti equali (cioè, del quadrato della metà) quanto è il quadrato della linea compresa tra i segmenti. Onde è manifesto che il quadrato di tutta, il quale contiene 4 quadrati della metà, è maggiore di 4 rettangoli delle parti diseguali. Hora di queste due proposizioni dimostrate, prese da gl'Elementi Conici, conuiene che tenghiamo memoria: per l'intelligenza delle cose seguenti nel presente trattato: che di queste sole, e non di più si serue l'Autore. Hora possiamo ripigliare il testo per vedere in qual maniera ei vien dimostrando la sua prima proposizione, doue egli intende di prouarci, la linea descritta dal Mobile graue, che mentre ci descende con moto composto dell'equabile Orizontale, e del naturale descendente, sia una Semiparabola.

Intelligatur horizontalis linea, seu Planum $a b$ in sublimi positum: super quo ex a in b motu æquabili feratur mobile: deficiente vero plani fulcimento in b superveniat ipsi mobili à propria gravitate motus naturalis deorsum juxta perpendicularem $b n$. Intelligatur in super plano $a b$ in directum posita linea $b e$, tanquam temporis effluxus, seu mensura, super qua ad libitum notentur partes quotlibet temporis æquales, $b c$, $c d$, $d e$. atque ex punctis b, c, d, e , intelligantur productæ lineæ perpendiculo $b n$ æquidistantes: in quarum prima accipiatur quælibet pars $c i$: cujus quadrupla sumatur in sequenti $d f$, nonupla $e h$, & consequenter in reliquis secundum rationem

rationem quadratorum ipsarum, cb, db, eb , seu dicamus, in ratione earundem linearum duplicata. Quod si mobili ultra b versus c æquabili latatione lato descensum perpendicularem secundum quantitatem ci superadditum intelligamus, reperietur tempore bc in termino i constitutum. Vltcrius autem



procedendo, tempore db , duplo scilicet bc , spatium descensus deorsum, erit spatii primi ci quadruplum: demonstratum enim est in primo tractatu, spatia peracta à gravi motu naturaliter accelerato esse in duplicata ratione temporum. Pariterque consequenter spatium eb , peractum tempore bc , erit ut 9. adeo ut manifestè constet, spatia eb, df, ci , esse inter se ut quadrata linearum eb, db, cb . Ducantur modò à punctis i, f, h , rectæ io, fg, hl , ipsi eb æquidistantes; erunt hl, fg, io , lineæ lineis eb, db, cb , singulæ singulis æquales; nec non ipsæ bo, bg, bl , ipsi ci, df, eh æquales. Eritque quadratum hl ad quadratum fg , ut linea lb ad bg : & quadratum fg ad quadratum io , ut gb ad bo . Ergo puncta i, f, h , sunt in una eademque linea Parabolica. Similiterque demonstrabitur, assumptis quibuscunque temporis particulis æqualibus cuiuslibet magnitudinis, loca mobilis, simili motu composito lati, iisdem temporibus in eadem linea parabolica reperiri, ergo patet propositum.

Salu.

Salu. Questa conclusione si raccoglie dal conuerso della prima delle due proposizioni poste di sopra, imperò che descritta per esempio la Parabola per li punti $b h$, se alcuno delli $z f, i$, non fusse nella descritta linea parabolica, sarebbe dentro, ò fuori; e per conseguenza la linea fg sarebbe ò minore, ò maggiore, di quella che andasse a terminare nella linea Parabolica: onde il quadrato della hl non al quadrato della fg , ma ad altro maggiore, ò minore harebbe la medesima proporzione che hà la linea lb alla bg , ma la hà al quadrato della fg . adunque il punto f è nella Parabolica; e così tutti gl' altri, &c.

Sagr. Non si può negare che il discorso sia nuouo, ingegnoso e concludente, argomentando ex suppositione, supponendo cioè, che il moto trauerfale si mantenga sempre equabile, e che il naturale deorsum parimente mantenga il suo tenore d'andar si sempre accelerando secondo la proporzion duplicata de i tempi: e che tali moti, e loro velocità nel mescolarsi non si alterino, perturbino, & impedischino, si che finalmente la linea del Proietto non vadia nella continuazion del moto à degenerare in vn' altra spezie; cosa che mi si rappresenta come impossibile. Imperò che, stante che l'asse della Parabola nostra, secondo l'quale noi supponghiamo farsi il moto naturale de i graui, essendo perpendicolare all' Orizzonte, va à terminar nel centro della Terra, & essendo che la linea Parabolica si vada sempre stargando dal suo asse, niun Proietto andrebbe già mai à terminar nel centro, ò se vi andrebbe, come par necessario, la linea del Proietto tralignerebbe in altra diuersissima dalla Parabolica.

Simpl. Io a queste difficoltà ne aggiungo dell' altre: vna delle quali è che noi supponghiamo, che il piano orizzontale il quale non sia nè accliuo, nè decliuo, sia vna linea retta; quasi che vna simil linea sia in tutte le sue parti egualmente distante dal centro, il che non è vero; perche partendosi dal suo mezo vada verso le estremità sempre più, e più allontanandosi dal centro, e però ascendendo sempre il che si tira in conseguenza essere impossibile, che il moto si perpetui, anzi che nè pur per qualche spazio si mantenga equabile, mà

ben sempre vadia languendo. In oltre è per mio credere impossibile lo schiuar l'impedimento del mezo, sì che non leui l'equabilità del moto trasuersale, e la regola dell' accelerazione ne i graui cadenti. Dalle quali tutte difficoltà si rende molto improbabile, che le cose dimostrate con tali supposizioni inconstanti possano poi nelle praticate esperienze verificarsi.

Salu. *Tutte le promosse difficoltà, e istanze son tanto ben fondate, che stimo essere impossibile il rimuouerle; & io per me le ammetto tutte, come anco credo che il nostro Autore esso ancora le ammetterebbe. E concedo che le conclusioni così in astratto dimostrate si alterino in concreto, e si falsifichino à segno tale, che nè il moto trasuersale sia equabile, nè l'accelerazione del naturale sia con la proporzion supposta, nè la linea del Proietto sia Parabolica, &c. Ma ben' all' incontro domando che elle non contendano al nostro Autor medesimo quello che altri grandissimi huomini hanno supposto, ancor che falso. E la sola autorità d' Archimede può quietare ogn'uno: il quale nelle sue Meccaniche, e nella prima quadratura della Parabola, piglia come principio vero l'ago della bilancia, ò stadera essere una linea retta in ogni suo punto equalmente distante dal centro commune de i graui; e le corde alle quali sono appesi i graui esser tra di loro parallele. La qual licenza viene da alcuni scusata, perche nelle nostre pratiche gli strumenti nostri, e le distanze le quali vengono da noi adoperate son così piccole in comparazione della nostra gran lontananza dal centro del Globo terrestre, che ben possiamo prendere vn minuto di vn grado del cerchio massimo, come se fusse vna linea retta, e due perpendicoli che da i suoi estremi pendessero, come se fossero paralleli. Che quando nelle opere praticali si hauesse à tener conto di simili minuzie, bisognerebbe cominciare à riprendere gl' Architetti, li quali col perpendicolo suppongono d'alzar le altissime torri tra linee equidistanti. Aggiungo qui, che noi possiamo dire, che Archimede, e gl'altri supposero nelle loro contemplazioni esser costituiti per infinita lontananza remoti dal centro: nel qual caso i loro assunti non erano falsi; e che però con-*
clude-

cludevano con assoluta dimostrazione. Quando poi noi vogliamo praticar in distanza terminata le conclusioni dimostrate, col suppor lontananza immensa, douiamo diffalcar dal vero dimostrato quello, che importa il non esser la nostra lontananza dal centro realmente infinita, ma ben tale, che domandar si può immensa in comparazione della piccolezza de gl'artificii praticati da noi, il maggior de i quali sarà il tiro de i Proietti, e di questi quello solamente dell' Artiglierie; il quale per grande che sia non passerà 4. miglia, di quelle, delle quali noi siamo lontani dal centro quasi altrettante miglia: & andando questi à terminar nella superficie del Globo terrestre ben potranno solo insensibilmente alterar quella figura parabolica, la quale si concede che sommamente si trasformerebbe nell' andare à terminar nel centro. Quanto poi al perturbamento procedente dall' impedimento del mezzo, questo è più considerabile, e per la sua tanto multiplice varietà incapace di poter sotto regole ferme esser compreso, e datone scienza; atteso che, se noi metteremo in considerazione il solo impedimento che arreca l'aria a i moti considerati da noi, questo si trouerà perturbargli tutti; e perturbargli in modi infiniti, secondo che in infiniti modi si variano le figure, le grauità, e le velocità de i mobili. Imperò che quanto alla velocità, secondo che questa sarà maggiore, maggiore sarà il contrasto fattogli dall'aria: la quale anco impedirà più i mobili secondo che saranno men graui: talche se bene il graue descendente dourebbe andare accelerandosi in duplicata proporzione della durezza del suo moto, tuttauia per grauissimo che fusse il mobile, nel venir da grandissime altezze, sarà tale l'impedimento dell'aria, che gli torrà il poter crescere più la sua velocità, e lo ridurrà ad un moto uniforme, & equabile: e questa adeguazione tanto più presto, & in minori altezze si otterra, quanto il mobile sarà men graue. Quel moto anco che nel piano orizzontale, rimossi tutti gl'altri ostacoli, deurebbe essere equabile e perpetuo, verrà dall' impedimento dell'aria alterato, e finalmente fermato: e qui ancora tanto più presto, quanto il Mobile sarà più leggiere. De i quali accidenti di grauità,

uità, di velocità, & anco di figura, come variabili in modi infiniti, non si può dar ferma scienza. E però per poter scientificamente trattar cotal materia bisogna astrar da essi; e ritrouate, e dimostrate le conclusioni astratte da gl'impedimenti, seruircene nel praticarle con quelle limitazioni, che l'esperienza ci verrà insegnando. E non però piccolo sarà l'utile, perche le materie, e lor figure saranno elette le men sogette a gl'impedimenti del mezo; quali sono le grauiissime, e le rotonde: e gli spazii, e le velocità per lo più non saranno sì grandi, che le loro esorbitanze non possano con facilità esser ridotte à segno. Anzi pure ne i Proietti praticabili da noi, che siano di materie graui, e di figura rotonda, & anco di materie men graui, e di figura cilindrica, come frecce, lanciati con frombe, ò archi, insensibile sarà del tutto lo suario del lor moto dall' esatta figura Parabolica. Anzi (e voglio pigliarmi alquanto più di licenza) che ne gl'artifizii da noi praticabili la piccolezza loro renda pochissimo notabili gl'esterni, & accidentarii impedimenti, tra i quali quello del mezo è il più considerabile, vi posso io con due esperienze far manifesto. Io farò considerazione sopra i mouimenti fatti per l'aria, che tali son principalmente quelli de i quali noi parliamo: contro i quali essa aria in due maniere esercita la sua forza. L'una è coll' impedir più i mobili men graui, che i grauiissimi. L'altra è nel contrastar più alla velocità maggiore, che alla minore dell' istesso mobile. Quanto al primo; il mastrarci l'esperienza che due palle di grandezza eguali, mà di peso l'una 10. o 12. volte più graue dell' altra, quali sarebbero per esempio, vna di piombo, e l'altra di rouere, scendendo dall' altezza di 150. ò 200. braccia con pochissimo differente velocità arriuano in terra, ci rende sicuri che l'impedimento, e ritardamento dell' aria in amendue è poco; che se la palla di piombo partendosi nell' istesso momento da alto con l'altra di legno, poco fusse ritardata, e questa molto per assai notabile spazio, deurebbe il piombo nell' arriuare in terra lasciarsi a dietro il legno, mentre è 10. volte più graue; il che tutta via non accade; anzi la sua anticipazione non sarà nè anco la centesima parte di tut-
ta l'al-

tal' altezza. E tra una palla di piombo, & una di pietra, che di quella pesasse la terza parte, ò la metà, appena sarebbe offeruabile la differenza del tempo delle lor giunte in terra. Hora perche l'impeto che acquista una palla di piombo nel cadere da vn' altezza di 200. braccia (il quale è tanto, che continuandolo in moto equabile scorrerebbe braccia 400. in tanto tempo quanto fù quello della sua scesa) è assai considerabile rispetto alle velocità, che noi con archi, ò altre machine conferiamo a i nostri Proietti (trattone gl'impeti dependenti dal fuoco) possiamo senza errore notabile concludere, e reputar come assolutamente vere le proposizioni, che si dimostreranno senza il riguardo dell' alterazion del mezo. Circa poi all' altra parte, che è di mostrare, l'impedimento che l'istesso Mobile riceue dall' aria, mentre egli con gran velocità si muoue, non esser grandemente maggiore di quello che gli contrasta nel muouersi lentamente, ferma certezza ce ne porge la seguente esperienza. Sospendansi da due fili egualmente lunghi, e di lunghezza di 4. ò 5. braccia due Palle di piombo eguali; e attaccati i detti fili in alto, si rimuouano amendue le Palle dallo stato perpendicolare; mà l'una si allontani per 80. ò più gradi, e l'altra non più che 4. ò 5; si che lasciate in libertà l'una scenda, e trapassando il perpendicolo descriua archi grandissimi di 160. 150. 140. gradi &c. diminuendogli a poco a poco: mà l'altra scorrendo liberamente passi archi piccoli di 10. 8. 6. &c. diminuendogli essa ancora a poco, a poco. Qui primieramente dico, che in tanto tempo passerà la prima li suoi gradi 180. 160. &c. in quanto l'altra li suoi 10. 8. &c. Dalche si fa manifesto, che la velocità della prima Palla sarà 16. e 18. volte maggiore della velocità della seconda: si che quando la velocità maggiore più douesse essere impedita dall' aria che la minore, più rade deuriano esser le vibrazioni ne gl' archi grandissimi di 180. ò 160. gradi, &c. che ne i piccolissimi di 10. 8. 4. & anco di 2. e di 1. mà a questo repugna l'esperienza: imperò che, se due compagni si metteranno a numerare le vibrazioni, l'uno le grandissime, e l'altro le piccolissime, vederanno che ne numereranno non pur le decine, mà le centinaia ancora,

cora, senza discordar d'una sola, anzi d'un sol punto. E questa osservazione ci assicura congiuntamente delle 2. proposizioni, cioè che le massime, e le minime vibrazioni si fanno tutte à vna à vna sotto tempi eguali, e che l'impedimento e ritardamento dell'aria non opera più ne i moti velocissimi che ne i tardissimi; contro à quello che pur dianzi pareua che noi ancora comunemente giudicassimo.

Sagr. Anzi, perche non si può negare che l'aria impedisca questi, e quelli, poi che e questi, e quelli vanno languendo, e finalmente finiscono, conuien dire che tali ritardamenti si facciano con la medesima proporzione nell' vna, e nell' altra operazione. Ma chè? L'hauere à far maggior resistenza vna volta, che vn' altra, da che altro proced'egli fuor che dall' esser' assalito vna volta con impeto, e velocità maggiore, & vn' altra con minore? E se questo è; la quantità medesima della velocità del Mobile è cagione, & insieme misura della quantità della resistenza. Adunque tutti i Moti, siano tardi ò veloci, son ritardati, e impediti con l'istessa proporzione; notì a par' a me non dispreggiabile.

Salu. Possiam per tanto anco in questo secondo caso concludere, che le fallacie nelle conclusioni, le quali astraendo da gl' accidenti esterni si dimostreranno, siano ne gl'artifizii nostri di piccola considerazione, rispetto ai moti di gran velocità de i quali per lo più si tratta, & alle distanze che non sono se non piccolissime in relazione alla grandezza del semidiametro e de i cerchi massimi del Globo terrestre.

Simp. Io volentieri sentirei la cagione per la quale V. S. sequestra i Proietti dall' impeto del fuoco, cioè, come credo, dalla forza della poluere, da gl'altri proietti con frombe, archi, ò balestre, circa 'l non essere nell'istesso modo soggetti all'alterazione, & impedimento dell'aria.

Salu. Muouemi l'eccessiua, e per via di dire, furia soprannaturali, con la quale tali Proietti vengono cacciati; che bene anco fuora d'Iperbole mi par che la velocità con la quale vien cacciata la palla fuori d'un moschetto, ò d'una artiglieria, si possa chiamar soprana-

pranaturali. Imperoche scendendo naturalmente per l'aria da qualche altezza, immensa una tal Palla, la velocità sua, mercede del contrasto dell'aria, non si andrà accrescendo perpetuamente; mà quello che ne i cadenti poco graui si vede in non molto spazio accadere, dico di ridursi finalmente a un moto equabile, accaderà ancora dopo la scesa di qualche migliara di braccia in una palla di ferro, ò di piombo, e questa terminata, & vltima velocità si può dire esser la massima, che naturalmente può otter tal graue per aria; la qual velocità io reputo assai minor di quella, che alla medesima palla viene impressa dalla poluere accesa. Del che una assai acconcia esperienza ci può render cauti. Sparisi da vn' altezza di cento, ò più braccia vn' Archibuso con palla di piombo, all' in giù perpendicolarmente sopra vn pauimento di pietra; e col medesimo si tiri contro una simil pietra in distanza d'un braccio ò 2. e veggasi poi qual delle 2. palle si troui esser più ammaccata; imperò che se la venuta da alto si trouerà meno schiacciata dell'altra, sarà segno, che l'aria gl'haurà impedita, e diminuita la velocità conferitagli dal fuoco nel principio del moto; e che per conseguenza una tanta velocità non gli permetterebbe l'aria che ella guadagnasse già mai venendo da quanto si voglia sublime altezza: che quando la velocità impressagli dal fuoco, non eccedesse quella che per se stessa naturalmente scendendo potesse acquistare, la botta all'ingìu deurebbe più tosto esser più valida, che meno. Io non ho fatto tale esperienza, mà inclino a credere, che una palla d'archibuso ò d' Artiglieria cadendo da vn' altezza quanto si voglia grande, non farà quella percossa che ella fa in una muraglia in lontananza di poche braccia, cioè di così poche che 'l breue sdrucito, ò vogliam dire scissura da farsi nell'aria, non basti a leuar l'eccesso della furia soprannaturale impressagli dal fuoco. Questo souerchio impeto di simili tiri sforzati può cagionar qualche deformità nella linea del Proietto, facendo 'l principio della Parabola meno inclinato, e curuo, del fine. Ma questo poco ò niente può esser di progiudizio al nostro Autore nelle praticali operazioni; trà le quali principale è la composizione d'una Taola per i tiri, che dicono

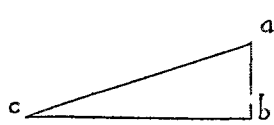
di Volata, laquale contenga le lontananze delle cadute delle Palle tirate secondo tutte le diuerse eleuazioni. E per che tali proiezzioni si fanno con Mortari, e con non molta carica; in questi non essendo soprannaturale l'impeto, i tiri segnano le lor linee assai esattamente.

Ma in tanto procediamo auanti nel trattato, doue l'Autore ci vuole introdurre alla contemplazione, & investigazione dell'impeto del Mobile, mentre si muoue con moto composto di due. E prima del composto di due equabili: l'uno Orizontale, e l'altro perpendicolare.

THEOR. II. PROPOS. II.

Si aliquod Mobile duplici motu æquabili moueatur, nempe Orizontali, & perpendiculi, impetus seu momentum lationis ex utroque motu composita erit potentia æqualis ambobus momentis priorum motuum.

Moveatur enim aliquod Mobile æquabiliter duplici latione: & mutationi perpendiculi respondeat spatium ab ; lationi vero horizontali eodem tempore confecta respondeat bc . Cum igitur per motus æquabiles conficiantur eodem tempore, spatia ab , bc , erunt harum lationum momenta inter



se, ut ipsæ ab , bc . Mobile verò, quod secundum hæc duas mutationes movetur, describit diagonalem ac . erit momentum suæ velocitatis ut

ac . Verum ac potentia æquatur ipsis ab , bc . ergo momentum compositum ex utrisque momentis ab , bc , est potentia tantum illis simul sumptis æquale. quod erat ostendendum.

Simpl. È necessario leuarmi vn poco di scrupolo che qui mi nasce, parendomi che questo che hora si conclude repugni ad vn' altra proposizione del trattato passato; nella quale si affermaua, l'impeto del mobile venente dall' a in b essere eguale al venente dall' a in c . & hora si conclude l'impeto in c esser maggiore che in b .

Salu.

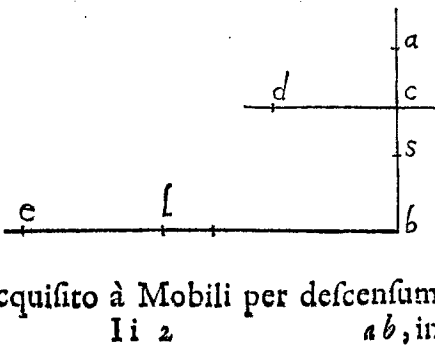
Salu *Le proposizioni S. Simpl. sono amendue vere, ma molto diverse tra di loro. Qui si parla d'un sol Mobile mosso d'un sol moto, ma composto di due amendue equabili; e la si parla di 2 mobili mossi di moti naturalmente accelerati, vno per la perpendicolare ab, e l'altro per l'inclinata ac. in oltre i tempi quini non si suppongono eguali, ma il tempo per l'inclinata ac e maggiore del tempo per la perpendicolare ab. ma nel moto del quale si parla al presente, i moti per le ab, bc, ac, s'intendono equabili, e fatti nell' istesso tempo.*

Simp. *Mi scusino, e seguano auanti, che resto acquietato.*

Salu. *Segue l'Autore per incaminarci à intender quel che accaggia intorno all' impeto d'un Mobile, mosso pur d'un moto composto di 2. vno, cioè orizzontale, & equabile, e l'altro perpendicolare, ma naturalmente accelerato, de i quali finalmente è composto il moto del Proietto, e si descrive la linea Parabolica: in ciaschedun punto della quale si cerca di determinare quanto sia l'impeto del Proietto: per la cui intelligenza ci dimostra l'Autore il modo, ò voglian' dir metodo, di regolare, e misurar cotale impeto sopra l'istessa linea nella quale si fa il Moto del graue descendente con moto naturalmente accelerato partendosi dalla quiete: dicendo.*

THEOR. III. PROPOS. III.

Fiat Motus per lineam *ab* ex quiete in *a*, & accipiatur in ea quodlibet punctum *c*; & ponatur ipsamet *ac* esse tempus, seu temporis mensura casus ipsius per spatium *ac*, nec non mensuram quoque imperus, seu momenti in puncto *c* ex descensu *ac* acquisiti. Modo sumatur in eadē linea *ab* quodcunque aliud punctū, utputa *b*. in quo determinandum est de impetu acquisito à Mobili per descensum



li 2

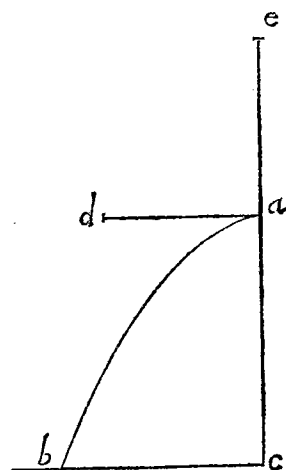
ab, in

ab , in ratione ad impetum, quem obtinuit in c , cujus mensura posita est ac . Ponatur as , media proportionalis inter ba, ac . Demonstrabimus, impetum in b ad impetum in c esse ut lineam sa ad ac . Sumantur horizontales cd , dupla ipsius ac ; be verò dupla ba . Constat ex demonstratis, Cadens per ac , conversum in horizonte cd , atque juxta impetum in c acquisitum, motu æquabili delatū, conficere spatium cd æquali tempore atque ipsum ac motu accelerato confecit; similiterque be confici eodem tempore atque ab . Sed tempus ipsius descensus ab est as . ergo horizontalis be conficitur tempore as . Fiat ut tempus sa ad tempus ac , ita eb ad bl . Cumque motus per be sit æquabilis, erit spatium bl peractum tempore ac secundum momentum celeritatis in b . Sed tempore eodem ac conficitur spatium cd secundum momentum celeritatis in c : momenta autem celeritatis sunt inter se ut spatia quæ juxta ipsa momenta eodē conficiuntur tempore: ergo momentum celeritatis in c ad momentum celeritatis in b , est ut dc ad bl . Quia vero ut dc ad be , ita ipsarum dimidia, nempe ca ad ab ; ut autem eb ad bl , ita ba ad as : ergo ex æquali, ut dc ad bl , ita ca ad as . hoc est, ut momentum celeritatis in c ad momentum celeritatis in b , ita ca ad as ; hoc est, tempus per ca ad tempus per ab . Patet itaque ratio mensurandi impetum, seu celeritatis momentum super linea in qua fit motus descensus; qui quidem impetus ponitur augeri pro ratione temporis.

Hic autem, antequam ulterius progrediamur, præmonendum est, quod cum de motu composito ex æquabili horizontali, & ex naturaliter accelerato deorsum futurus sit sermo; (extali enim mixtione conflatur, ac designatur linea Projecti, nempe Parabola;) necesse habemus definire aliquam communem mensuram, juxta quam utriusque Motus velocitatem, impetū, seu momentum dimetiri valeamus. Cumque lationis æquabilis innumeris sint velocitatis gradus, quorum
non

non quilibet fortuitò, sed unus ex illis innumeris cum gradu celeritatis per motum naturaliter acceleratum acqulito fit conferendus, & jungendus; nullam faciliorem viam excogitare potui pro eo eligendo, atque determinando, quam alium ejusdem generis assumendo. Vt autem clarius me explicem; intelligatur perpendicularis ac ad horizontalem cb : ac vero esse altitudinem: cb autem amplitudinem Semiparabolæ ab ; quæ describitur à compositione duarum latiorum; quarum una est Mobilis descendens per ac motu naturaliter accelerato ex quiete in a ; altera est motus transversalis æquabilis juxta horizontalem ad . Impetus acquisitus in c per descensum ac determinatur à quantitate ejusdem altitudinis ac . unus enim atque

idem est semper impetus Mobilis ex eadem altitudine cadentis: verum in horizontali non unus, sed innumeri assignari possunt gradus velocitatis motuum æquabilium; ex quorum multitudine, ut illum quem elegero à reliquis segregare, & quasi digito monstrare possim, altitudinem ca in sublimi extendam, in qua, prout opus fuerit, sublimitatem ae firmabo: ex qua si cadens ex quiete in e mente concipiam, patet, impetum ejus in termino a acquisitum unum esse, cum quo idem Mobile, per horizontalem ad conversum, ferri concepero; ejusque gradum celeritatis esse illum, quo in tempore descensus per ea spatium in horizontali duplum ipsius ea conficiet. Hæc præmonere necessarium visum est.



Advertatur insuper, semiparabolæ ab Amplitudinem à me vocari horizontalem cb ;

Altitudinem, ac nempe, ejusdem Parabolæ axem.

Lineam verò *ea*, ex cujus descensu determinatur impetus horizontalis, Sublimitatem appello.

His declaratis, ac definitis, ad demonstrandum me confero.

Sagr. Fermate in grazia per che qui mi par che conuenga adornar questo pensiero dell' Autore con la conformità del concetto di Platone intorno al determinare le diuerse velocità de i Moti equabili delle conuerfioni de i Moti Celesti; il quale hauendo per auuentura hauto concetto non potere alcun Mobile passare dalla quiete ad alcun determinato grado di velocità, nel quale ei debba poi equabilmente perpetuarsi, se non col passare per tutti gl'altri gradi di velocità minori, ò vogliam dire di tardità maggiori, che trà l'assegnato grado, e l'altissimo di tardità, cioè della quiete, intercedono, disse che Iddio dopo hauer creati i corpi mobili celesti per assegnar loro quelle velocità, cõ le quali poi douessero con moto circolare equabile perpetuamente muouersi, gli fece, partendosi loro dalla quiete, muouer per determinati spazii di quel moto naturale, e per linea retta secondo 'l quale noi sensatamente veggiamo i nostri mobili muouersi dallo stato di quiete accelerandosi successiuamente. E soggiugne, che hauendogli fatto guadagnar quel grado, nel quale gli piacque, che poi douessero matenersi perpetuamente, conuertì il moto loro retto in circolare; il quale solo è atto a conseruarsi equabile, rigirandosi sempre senza allontanarsi, ò auuicinarsi à qualche prefisso termine da essi desiderato. Il concetto è veramente degno di Platone; ed è tanto più da stimarsi quanto i fondamenti taciuti da quello, e scoperti dal nostro Autore con leuargli la maschera, ò sembianza poetica lo scuoprono in aspetto di verace istoria. E mi pare assai credibile che hauendo noi per le dottrine Astronomiche assai competente notizia delle grandezze de gl' Orbi, de i Pianeti, e delle distanze loro dal centro, intorno al quale si raggirano, come ancora delle loro velocità, possa il nostro Autore (al quale il concetto Platonico non era ascosto) hauer tal volta per sua curiosità hauto pensiero

pensiero d'andare investigando, se si potesse assegnare una determinata sublimità dalla quale partendosi, come da stato di quiete, i corpi de i Pianeti, e mossi per certi spazii di moto retto, e naturalmente accelerato, conuertendo poi la velocità acquistata in moti equabili, si trouassero corrispondere alle grandezze de gl'orbi loro, e ài tempi delle loro reuoluzioni.

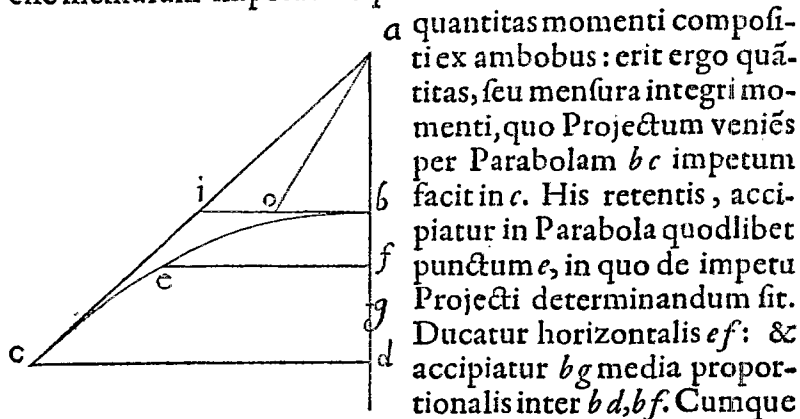
Salu. Mi par souuenire che egli già mi dicesse hauer una volta fatto il computo. & anco trouatolo assai acconciamente rispondere alle offeruazioni; ma non hauerne voluto parlare, giuudando che le troppe novità da lui scoperte, che lo sdegno di molti gl'hanno prouocato, non accendessero nuoue scintille. Ma se alcuno haurà simil desiderio, potrà per se stesso con la dottrina del presente trattato sodisfare al suo gusto. Ma seguitiamo la nostra materia; che è di dimostrare.

PROBL. I. PROPOS. IV.

Quomodo in data Parabola à Proiecto descripta punctis singulis impetus sit determinandus.

Sit Semiparabola bec , cujus amplitudo cd , altitudo db , quæ extensa in sublimi occurrat tangenti Parabolam ca in a , & per verticem b sit horisonti & cd parallela bi . Quod si amplitudo cd sit æqualis toti altitudini da , erit bi æqualis ba & bd . Et si temporis casus per ab , & momenti velocitatis acquisiti in b per descensum ab ex quiete in a , ponamus menturam esse ipsammet ab ; erit dc (dupla nempe bi) spatium, quod per impetum ab , per horizontalem conuersum conficiet eodẽ tempore. Sed eodem tempore cadens per bd , ex quiete in b , conficit altitudinem bd : ergo mobile cadens ex quiete in a , per ab conuersum cum impetu ab , per horizontalem conficit spatium æquale dc . Superveniente vero casu per bd , conficit altitudinem bd ; & Parabola bc designatur: cujus impetus in termino c est compositus ex æquabili transversali; cujus momentũ est ut ab , & ex altero momento acquisito in descensu

descensu bd in termino d seu c ; quæ momenta æqualia sunt. Si ergo intelligamus, a alterius illorum esse mensuram, ut puta transversalis æquabilis: bi vero, quæ ipsi bd est æqualis, esse mensuram impetus acquisiti in d seu c : subtensa ia erit



quantitas momenti compositi ex ambobus: erit ergo quantitas, seu mensura integri momenti, quo Projectum veniens per Parabolam bc impetum facit in c . His retentis, accipiat in Parabola quodlibet punctum e , in quo de impetu Projecti determinandum sit. Ducatur horizontalis ef : & accipiat bg media proportionalis inter bd, bf . Cumque

posita sit ab seu bd esse mensura temporis, & momenti velocitatis in casu bd ex quiete in b ; erit bg tempus, seu mensura temporis, & impetus in f , venientis ex b . Si igitur ponatur bo æqualis bg ; juncta diagonalis ao erit quantitas impetus in puncto e , est enim ab determinatrix posita temporis, & impetus in b , qui conversus in horizontali, semper servatur idem: bo vero determinat impetum in f seu e per descensum ex quiete in b , in altitudine bf . his autem, a , b , bo , potentia æquipollet ao . Patet ergo quod quærebatur.

Sagr. *La contemplazione del componimento di questi impeti diversi, e della quantità di quell' impeto, che da tal mistione ne risulta, mi giugne tanto nuova, che mi lascia la mente in non piccola confusione. Non dico della mistione di due movimenti equabili, benchè trà di loro diseguali, fatti vno per la linea orizzontale, e l'altro per la perpendicolare, che di questi restò capaciissimo farsi un moto in potenza eguale ad amendue i componenti, mà mi nasce confusione nel mescolamento dell' orizzontale equabile perpendicolare naturalmente*

mente accelerato. Però vorrei che insieme digerissimo meglio questa materia.

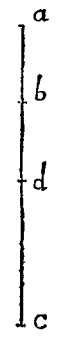
Simp. Et io tanto più ne son bisognoso, quanto che non sono ancor totalmente quietato di mente, come bisogna, nelle proposizioni, che sono come primi fondamenti dell' altre che gli seguono appresso. Voglio inferire, che anco nella mistione de i due Moti equabili orizzontale, e perpendicolare vorrei meglio intendere quella potenza del lor composto. Hora S. Salu. V. S. intende il nostro bisogno, e desiderio.

Salu. Il desiderio è molto ragionevole: e tenterò se l'hauer io più lungo tempo potuto pensarui sopra può ageuolare la vostra intelligenza. Ma conuerrà comportarmi, e scusarmi, se nel discorrere andrò replicando buona parte delle cose sin qui poste dall' Autore.

Discorrer determinatamente circa i movimenti, e lor velocità, ò impeti siano quelli ò equabili, ò naturalmente accelerati, non possiamo noi senza prima determinar della misura, che usar vogliamo per misurar tali velocità, come anco della misura del tempo. Quanto alla misura del tempo, già habbiamo la comunemente riceuuta per tutto delle hore, minuti primi, e secondi, &c. e come per misura del tempo ci è la detta comune riceuuta da tutti, così bisogna assegnarne vna per le velocità, che appresso tutti sia comunemente intesa, e riceuuta; cioè che appresso tutti sia l'istessa. Atta per tale uso ha stimato l' Autore, come si è dichiarato, esser la velocità de i graui naturalmente descendenti; de i quali le crescenti velocità in tutte le parti del mondo serbano l'istesso tenore. Si che quel grado di velocità che (per esempio) acquista vna Palla di piombo d' una libra nell' esser, partendosi dalla quiete, scesa perpendicolarmente quanto è l' altezza di vna picca, è sempre, e in tutti i luoghi il medesimo, e per ciò accomodatissimo per esplicar la quantità dell' impeto derivante dalla scesa naturale. Resta poi il trouar modo di determinare anco la quantità dell' impeto in vn moto equabile in guisa tale, che tutti coloro, che circa di quello discorrino, si formino l'istesso concetto della grandezza, e velocità sua; sì che vno non selo figuri più ve-

loce, e vn altro meno; onde poi nel congiugnere, e mescolar questo da se concepito equabile con lo statuito moto accelerato, da diuersi huomini ne vengano formati diuersi concetti di diuerse grandezze d'impeti. Per determinare, e rappresentare cotal' impeto, e velocità particolare, non ha trouato il nostro Autore altro mezzo più accomodato, che 'lseruirsi dell' impeto, che v'è acquistando il Mobile nel moto naturalmente accelerato, del quale qualsuoglia momento acquistato, conuertito in Moto equabile ritien la sua velocità limitata precisamente, e tanta, che in altrettanto tempo quanto fù quello della scesa, passa doppio spazio dell' altezza dalla quale è caduto. Ma perche questo è punto principale nella materia che si tratta, è bene con qualche esempio particolare farsi perfettamente intendere. Ripigliando dunque la velocità, e l'impeto acquistato dal graue cadente, come dicemmo, dall' altezza d'una Picca, della quale velocità vogliamo seruirci per misura di altre velocità, & impeti in altre occasioni, e posto per esempio che il tempo di tal caduta sia 4 minuti, secondi d' hora; per ritrouar da questa tal misura quãto fusse l'impeto del cadente da qualsuoglia altra altezza maggiore, ò minore, non douiamo dalla proporzione, la quale quest' altra altezza hauesse con l'altezza d'una Picca argomentare, e concludere la quantità dell' impeto acquistato in questa seconda altezza: stimando, per esempio, che il cadente da quadrupla altezza hauesse acquistato quadrupla velocità, per che ciò è falso: imperò che non cresce, ò cala la velocità nel moto naturalmente accelerato secondo la proporzione degli spazii, mà ben secondo quella de i tempi, della quale quella degli spazii è maggiore in duplicata proporzione, come già fu dimostrato. Però quando noi hauessimo in vna linea retta assegnatane vna parte per misura della velocità, & anco del tempo, e dello spazio in tal tempo passato (che per breuità tutte tre queste grandezze con vn' istessa linea spesse volte vengono rappresentate:) per trouar la quantità del tempo, e l'grado di velocità che il mobile medesimo in altra distanza harebbe acquistato, ciò otterremo noi, non immediatamente da questa seconda distanza, mà dalla
linea

linea che trà le due distanze sarà media proporzionale. Ma con un' esempio meglio mi dichiaro. Nella linea a c perpendicolare all' orizzonte intendasi la parte ab essere uno spazio passato da un graue naturalmete descendente di moto accelerato: il tempo del qual passaggio, potèdo io rappresentarlo con qualsuoglia linea, voglio per breuità figurarlo esser quanto la medesima linea a b. e parimente per misura dell' impeto, e velocità acquistata per tal motopongo par l' istessa linea a b. se che di tutti gli spazii che nel progresso del discorso si hanno a considerare, la misura sia la parte a b. Stabilite ad arbitrio nostro sotto una sola grandezza a b. queste 3. misure di generi di quantità diuersissimi, cioè di spazii, di tempi, e di impeti, siaci proposto di douer determinare nell' assegnato spazio, e altezza a c. quanto sia per essere il tempo della scesa del cadente da l' a in c. e quanto l' impeto che in esso termine c. si trouerà hauere acquistato, in relazione al tempo, & all' impeto misurati per la a b. L' uno, e l' altro quesito si determinerà pigliando delle 2. linee a c, a b. la media proporzionale a d. affermando il tempo della caduta per tutto lo spazio a c esser quanto il tempo a d. in relazione al tempo a b, posto da principio per la quantità del tempo nella scesa a b. Diremo parimente l' impeto, o grado di velocità che otterrà l' cadente nel termine c, in relazione all' impeto, che hebbe in b, esser quale è la medesima linea a d, in relazione alla a b, essendo che la velocità cresce con la medesima proporzione, che cresce il tempo: la qual conclusione, se ben fu presa come postulato, pur tuttauia volse l' Autore esplicarne l' applicazione di sopra alla proposizion terza.



Ben compreso, e stabilito questo punto, venghiamo alla considerazione dell' impeto deriuante da 2. moti composti; uno de i quali sia composto dell' orizzontale, e sempre equabile, e del perpendicolare all' orizzonte, e esso ancora equabile. Mà l' altro sia composto dell' orizzontale pur sempre equabile, e del perpendicolare naturalmente accelerato. Se amendue saranno equabili, già s'è visto come l' impeto

resultante dalla composizione di amendue è in potenza eguale ad amendue, come per chiara intelligenza esemplificheremo così. Intendasi il Mobile descendente per la perpendicolare a b. hauer, per esempio, 3. gradi d'impeto equabile, ma trasportato per la a b verso c, esser tal velocità, & impeto di 4. gradi. si che nel tempo medesimo che scendendo passerebbe nella perpendicolare, v. g. 3. braccia, nella orizzontale ne passerebbe 4. ma nel composto di amendue le velocità viene nel medesimo tempo dal punto a, nel termine c, caminando sempre per la diagonale a c. la quale non è lunga 7, quanto sarebbe la composta delle 2, a b 3, e b c 4. ma è 5. la qual 5

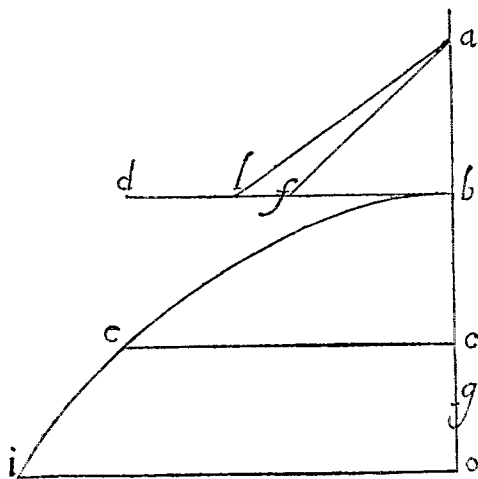


è in potenza eguale alle due 3 e 4. imperoche fatti li quadrati del 3 e del 4, che sono 9 e 16, e questi congiunti insieme, fanno 25 per il quadrato di a c. il quale alli due quadrati di a b e di b c, è eguale. onde la a c farà quanto è il lato, o vogliamo dir, la radice del quadrato 25, che è 5. Per regola dunque ferma, e sicura, quando si debba assegnare la quantità dell' impeto risultante da 2. impeti dati, vno orizzontale, e l'altro perpendicolare & amendue equabili, si dene di amendue fare i quadrati, e componendogli insieme estrar la radice del composto, la quale ci darà la quantità dell' impeto composto di amendue quelli. E così nell' esempio posto, quel mobile che in virtù del moto perpendicolare harebbe percosso sopra l'Orizzonte con 3. gradi di forza; e col moto solo orizzontale harebbe percosso in c. con gradi 4. percotendo con amendue gl' impeti congiunti, il colpo sarà come quello del percuziente mosso con gradi 5. di velocità, e di forza. E questa tal percossa sarebbe del medesimo valore in tutti i punti della diagonale a c, per esser sempre gl' impeti composti i medesimi non mai cresciuti, o diminuiti.

Veggiamo hora quello che accaschi nel comporre il moto orizzontale equabile con vn moto perpendicolare all' Orizzonte, il quale cominciando dalla quiete vadia naturalmente accelerandosi. Già è mani-

manifesto, che la diagonale, che è la linea del moto composto di questi due, non è una linea retta, ma semiparabolica, come si è dimostrato; nella quale l'impeto va sempre crescendo, mercè del continuo crescimento della velocità del moto perpendicolare: La onde per determinar qual sia l'impeto in un' assegnato punto di essa diagonale parabolica, prima bisogna assegnar la quantità dell' impeto uniforme orizzontale, e poi inuestigar qual sia l'impeto del cadente nell' assegnato punto: il che non si può determinare senza la considerazione del tempo decorso dal principio della composizione de i 2. moti: la qual considerazione di tempo non si richiede nella composizione de i moti equabili, le velocità, & impeti de i quali son sempre i medesimi: ma qui doue entra nella mistione un moto, che cominciando dalla somma tardità, va crescendo la velocità conforme alla continuazion del tempo: è necessario che la quantità del tempo ci manifesti la quantità del grado di velocità nell' assegnato punto: che quanto al resto poi l'impeto composto di questi 2, è (come ne i moti uniformi) eguale in potenza ad amendue i componenti. Ma qui ancora meglio mi dichiaro con un' esempio. Sia nella perpendicolare all' orizzonte a c, presa qualsivoglia parte a b; la quale figura che serua per misura dello spazio del moto naturale fatto in essa perpendicolare, e parimente sia misura del tempo, & anco del grado di velocità ò vogliam dire de gl' impeti. È primieramente manifesto, che se l'impeto del cadente in b della quiete in a, si conuertirà sopra la b d parallela all' orizzonte in moto equabile, la quantità della sua velocità sarà tanta, che nel tempo ab passerà uno spazio doppio dello spazio a b. e tanta sia la linea b d. Posta poi la b c eguale alla ba, e tirata la parallela ce alla bd, & ad essa eguale, deseriuere per i punti b e la linea Parabolica be i. E perche nel tempo ab con l'impeto a b si passa l'orizzontale bd, ò ce, doppia della ab, e passasi ancora in altrettanto tempo la perpendicolare bc con acquisto d'impeto in c eguale al medesimo orizzontale, adunque il mobile in tanto tempo quanto è a b, si trouerà dal b giunto in e per la Parabola be, con un' impeto composto di due, ciasche-

duo eguale all'impeto ab . E perche l'uno di essi è orizzontale, e l'altro perpendicolare, l'impeto composto di essi sarà in potenza eguale ad amendue, cioè doppio di uno. Onde posta la bf eguale alla ba ,



e tirata la diagonale af l'impeto, e la percossa in c ; sarà maggiore della percossa in b del cadente dall' altezza a , ovvero della percossa dell' impeto orizzontale per la bd , secondo la proporzione di af ad ab . Ma quando, ritenendo pur sempre la ba , per misura dello spazio della caduta dalla quiete in a sino in b , e per misura del tempo e dell' impeto del cadente acquistato

in b l' altezza bo non fusse eguale, mà maggiore della ab , presa la bg media proporzionale tra esse $ab:bo$ sarebbe essa bg , misura del tempo, e dell' impeto in o per la caduta nell' altezza bo , acquistato in o . è lo spazio per l'orizzontale, il quale passato con l'impeto ab nel tempo ab , sarebbe doppio della ab . sarà in tutta la duration del tempo bg tanto maggiore, quanto à proporzione la bg è maggiore della ba . Posta dunque la lb eguale alla bg , e tirata la diagonale al , hauremo da essa la quantità composta delli 2 impeti orizzontale, e perpendicolare, da i quali si descriue la Parabola; de i quali l'orizzontale, è equabile, è l'acquistato in b , per la caduta ab ; e l'altro è l'acquistato in o , ò vogliam dire in i , per la caduta bo ; il cui tempo fu bg , come anco la quantità del suo momento. E con simil discorso inuestigheremo l'impeto nel termine estremo della Parabola, quãdo l' altezza sua fusse minore della sublimità ab , pren-

prendendo trà amendue la media; la quale posta nell' orizzontale in luogo della bf , è congiunta la diagonale, come af , habremo da questa la quantità dell' impeto nell' estremo termine della Parabola.

A quanto sin qui si è considerato circa questi impeti, colpi, ò vogliam dir percosse di tali Proietti, conuiè aggiugnere vn' altra molto necessaria considerazione; e questa è, che non basta por mente alla sola velocità del Proietto per ben determinare della forza, & energia della percossa, mà conuien chiamare a parte ancora lo stato, e condizione di quello, che riceue la percossa; nell' efficacia della quale esso per più rispetti hà gran partecipazione, e interesse. E prima non è chi non intenda, che la cosa percossa intanto patisce violenza dalla velocità del percoziente, inquanto ella se gli oppone, e frena in tutto, ò in parte il moto di quello: che se il colpo arriuerà sopra tale, che ceda alla velocità del percoziente senza resistenza alcuna, tal colpo sarà nullo: E colui che corre per ferir con lancia il suo nimico, se nel sopraggiugnerlo accaderà, che quello si muoua fuggendo con pari velocità, non farà colpo, e l'azione sarà vn semplice toccare senza offendere.

Mà se la percossa verrà riceuuta in vn oggetto, che non in tutto ceda al percoziente, mà solamente in parte, la percossa danneggerà mà non con tutto l' impeto; mà solo con l' eccesso della velocità di esso percoziente sopra la velocità della ritirata, e cedenza del percosso: si che, se v. g. il percoziente arriuerà con 10. gradi di velocità sopra l' percosso, il quale, cedendo in parte, si ritiri con gradi 4. l' impeto, e percossa sarà come di gradi 6. E finalmente intera, e massima sarà la percossa, per la parte del percoziente, quando il percosso nulla ceda, mà interamente si opponga, e fermi tutto 'l moto del percoziente; se però questo può accadere. Et hò detto per la parte del percoziente, per che quando il percosso si mouesse con moto contrario verso l' percoziente, il colpo, e l' incontro si farebbe tanto più gagliardo quanto le 2. velocità contrarie vnite son maggiori che la sola del percoziente. Di più conuiene anco auuertire, che il ceder più, ò

più, o meno, può deriuare non solamente dalla qualità della materia più, o men dura, come se sia di ferro, di piombo, o di lana, &c. mà dalla positura del corpo, che ricene la percossa: la qual positura se sarà tale che 'l moto del percoziente la vadia a inuestire ad angoli retti, l'impeto del colpo sarà il massimo: mà se 'l moto verrà obliquamente, e come diciam noi, à scancio, il colpo sarà più debole; e più, e più secondo la maggiore obliquità: perche in oggetto in tal modo situato, ancor che di materia sodissima, non si spegne, e ferma tutto l'impeto, e moto del percoziente, il quale sfuggendo passa altre, continuando almeno in qualche parte a muouer si sopra la superficie del resistente opposto. Quando dunque si è di sopra determinato della grandezza dell' impeto del Proietto nell' estremità della linea Parabolica, si deue intendere della percossa riceuta sopra vna linea ad angoli retti ad essa Parabolica, ouero alla tangente la Parabola nel detto punto: per che se ben quel moto è composto d'un orizzontale, e d'un perpendicolare, l'impeto nè sopra l'orizzontale nè sopra 'l piano eretto all' orizzonte, è il massimo, venendo sopra amendue riceuto obliquamente.

Sagr. Il ricordar V. S. questi colpi, e queste percosse mi hà risvegliato nella mente vn Problema, o vogliam dire questione meccanica, della quale non hò trouato appresso autore alcuno la soluzione, nè cosa che mi scemi la marauiglia, o al meno in parte mi quieti l'intelletto. E 'l dubbio, e lo stupor mio consiste nel non restar capace onde possa deriuare, e da qual principio possa dependere l'energia, e la forza immensa, che si vede consistere nella Percossa, mentre col semplice colpo d'un martello, che non habbia peso maggiore d' 8. o 10. libre, veggiamo superar si resistenze tali, le quali non cederanno al peso d'un graue, che senza percossa vi faccia impeto solamente calcando, e premendo, benche la grauità di quello passi molte centinaia di libre. Io vorrei pur trouar modo di misurar la forza di questa percossa, la quale non penso però che sia infinita: anzi stimmo che ella habbia il suo termine da poter si pareggiare, e finalmente regolare con altre forze di grauità prementi, o di Leue, o di

Viti,

Viti, ò di altri strumenti mecanici, dei quali io à sodisfazione resto capace della multiplicazione della forza loro.

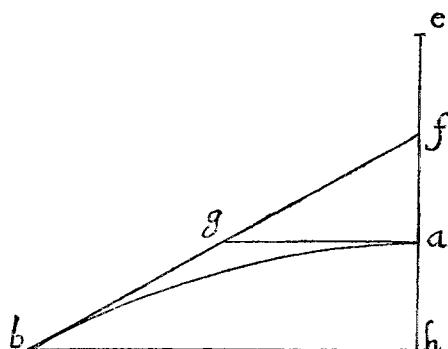
Salu. V. S. non è solo nella marauiglia dell' effetto, e nella oscurità della cagione di così stupendo accidente. Io vi pensai per alcun tempo in vano, accrescendo sempre la confusione: sin che finalmente, incontrandomi nel nostro Academico, da esso riceui doppia consolazione: prima nel sentire come egli ancora era stato lungo tempo nelle medesime tenebre; e poi nel dirmi, che dopo l'hauerui in vita sua consumate molte migliaia di hore specolando, e filosofando, ne haueua conseguite alcune cognizioni lontane dai nostri primi concetti, e però nuoue, e per la nouità ammirande. E perche hormai sò che la curiosità di V. S. volentieri sentirebbe quei pensieri, che si allontanano dall' opinabile, non aspetterò la sua richiesta; ma gli do parola, che spedita che hauremo la lettura di questo trattato de i Proietti, gli spiegherò tutte quelle fantasie, ò voglian' dire, strauaganze, che de i discorsi dell' Accademico mi son rimaste nella memoria. In tanto seguitiamo le proposizioni dell' Autore.

PROPOS. V. PROBL.

In axe extenso data Parabola punctum sublime reperire, ex quo cadens Parabolam ipsam describit.

Sit Parabola ab . cujus amplitudo hb . & axis extensus he . in quo reperienda sit sublimitas, ex qua Cadens, & impetum in a conceptum in horizontalem convertens, Parabolam ab describat. Ducatur horizontalis ag . quæ erit parallela ipsi hb . & posita af , æquali ah , ducatur recta fb . quæ Parabolam tanget in b , & horizontalem ag in g secabit. accipiaturque ipsarum fa, ag , tertia proportionalis ae . Dico e esse punctum sublime quæsitum, ex quo Cadens ex quiete in e , & conceptum impetum in a in horizontale convertens superueniente impetu descensus in b ex quiete in a , Parabolam ab describet. Si enim intelligamus, ea esse mensuram temporis de-

ris descensus ex e in a , nec non impetus acquisiti in a , erit ag (media nempe inter ea , af) tempus, & impetus, venientis ex f in a seu ex a in b . Et quia veniens ex e tempore ea , cum impetu acquisito in a , conficit in latatione horizontali motu æquabili duplam ea ; ergo etiam latum eodem impetu



conficiet in tempore ag duplam ga , media nempe bb ; (spatia enim confecta eodem motu æquabili sunt inter se ut eorundem motuum tempora;)& in perpendiculari, motu ex quiete, eodem tempore ga , conficitur ab ergo eodem tempore conficiuntur à Mobili amplitudo bb , & altitudo ab . Describitur ergo Parabola ab ex casu venientis à sublimitate e . quod quærebatur.

C O R O L L A R I V M.

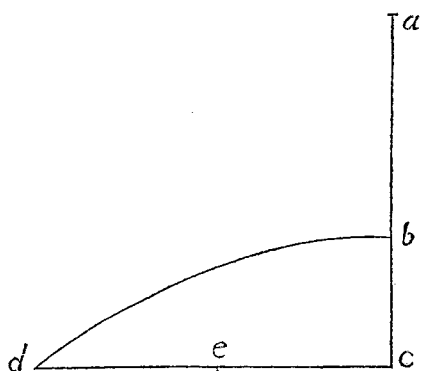
Hinc constat, dimidiam basim, seu Amplitudinem Semi-parabolæ (quæ est quarta pars amplitudinis integræ Parabolæ) esse mediam proportionalem inter altitudinem ejus, & sublimitatem, ex qua Cadens eam designat.

P R O-

PROPOS. VI. PROBL.

Data Sublimitate, & Altitudine, Semiparabolæ Amplitudinem reperire.

Sit ad horizontalem lineam dc perpendicularis ac . in qua data sit altitudo cb , & sublimitas ba . oportet in horizontali cd Amplitudinem Semiparabolæ reperire, quæ ex Sublimitate ba cum altitudine bc designatur. Accipiatur media proportionalis inter cb, ba . cuius cd ponatur dupla.



Dico cd esse Amplitudinem quæsitam. Id autem ex præcedenti manifestum est.

THEOR. PROPOS. VII.

In Proiectis, à quibus Semiparabola ejusdem Amplitudinis describuntur, minor requiritur impetus in eo, quod describit illam, cujus Amplitudo suæ Altitudinis est dupla, quam in quolibet alio.

Sit enim Semiparabola bd cujus Amplitudo cd dupla sit Altitudinis suæ cb & in axe, in sublimi extenso, ponatur ba , altitudini bc æqualis: & jungatur ad , quæ semiparabolam tanget in d ; & horizontalem be secabit in e . eritque be ipsi bc seu ba æqualis. constat, ipsam describi à Projecto, cujus impetus æquabilis horizontalis sit, qualis est in b Cadentis ex quiete in a , impetus verò naturalis deorsum, qualis est venientis in c ex quiete in b . Ex quo constat, im-

lam bd . cujus quantitas erat ut ae . Quia enim gn posita est media inter bc , cg , est autem bc æqualis be , hoc est hg : (est enim unaquæque subdupla dc ;) erit ut cg ad gn , ita ng ad gk . & ut cg seu hg ad gk , ita quadratum ng ad quadratum gk . ut autem hg ad gk , ita facta est kg ad gl . ergo ut ng ad quadratum gk , ita kg ad gl . sed ut kg ad gl , ita quadratum kg ad quadratum gm . media enim est gm inter kg , gl . ergo tria quadrata ng , kg , gm , sunt continuè proportionalia: & duo extrema ng , gm , simul sumpta, id est, quadratum mn , majus quam duplum quadrati kg , cujus quadratum ae duplum est: ergo quadratum mn majus est quadrato ae ; & linea mn major linea ea . quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

Hinc apparet, quod conversim in Projecto ex termino d , per Semiparabolam db , minor impetus requiritur quam per quamcunque aliam juxta elevationem majorem, seu minorem elevatione semiparabolæ bd , quæ est juxta tangentem ad , angulum semirectum supra horizonte continentem. Quod cum ita sit, constat, quod, si cum eodem impetu fiant projectiones ex termino d , juxta diversas elevationes, maxima projectio, seu amplitudo semiparabolæ sive integræ Parabolæ erit quæ consequitur ad elevationem anguli semirecti: reliquæ verò juxta majores, sive minores angulos factæ, minores erunt.

Sagr. Piena di marauiglia, e di diletto insieme è la forza delle dimostrazioni necessarie quali sono le sole Matematiche. Già sapeuo io per fede prestata alle relazioni di più Bombardieri, che di tutti i tiri di Volata dell' Artiglieria, ò del Mortaro, il massimo, cioè quello che in maggior lontananza caccia la Palla, era il fatto all' eleuazione di mezzo angolo retto, che essi dicono, del sesto punto della squadra; mà l'intender la cagione, onde ciò auuenga supera

d'infinito intervallo la semplice notizia hauta dalle altrui attestazioni, & anco da molte replicate esperienze.

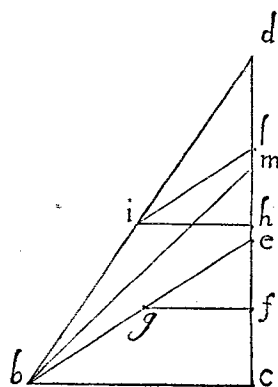
Salu. *V. S. molto veridicamente discorre: e la cognizione d'un solo effetto acquistata per le sue cause ci apre l'intelletto a'ntendere, & assicurarci d'altri effetti, senza bisogno di ricorrere alle esperienze, come appunto auuiene nel presente caso, doue guadagnata per il discorso dimostratiuo la certezza dell' essere il massimo di tutti i tiri di volata quello dell' eleuazione dell' angolo semiretto, ci dimostra l' Autore quello, che forse per l'esperienza non è stato osservato; e questo è, che de gl'altri tiri, quelli sono tradi loro eguali, le eleuazioni de i quali superano, ò mancano per angoli eguali dalla semiretta: si che le Palle tirate dall' horizonte vna secondo l'eleuazione di 7. punti, e l'altra di 5. andranno à ferir su l'horizonte in lontananze eguali; e così eguali saranno i tiri di 8. e di 4. punti; di 9. e di 3. &c. Hor sentiamone la dimostrazione.*

THEOR. PROPOS. VIII.

Amplitudines Parabolarum à Projectis eodem impetu explosis factarum, juxta elevationes per angulos æquales supra, & infra à Semirecto distantes, æquales sunt inter se.

Trianguli mcb , circa angulum rectum e , sint horizontalis bc , & perpendicularis cm æquales; sic enim angulus mbc semirectus erit: & extensa cm in d supra & infra diagonalem mb , constituentur in b duo anguli æquales mbe , mbd . Demonstrandum est, amplitudines Parabolarum à Projectis explosis eodem impetu ex termino b , juxta elevationes angulorum ebc , dbc , esse æquales. Quia enim angulus externus bmc , internis mdb , dbm , est æqualis, iisdem æquabitur quoque angulus mbc . Quod si loco anguli dbm ponamus mbe , erit idem angulus mbc duobus mbe , dbc , æqualis: & dempto communi mbe , reliquus dbc reliquo ebc erit æqualis. Sunt igitur trianguli dcb , bce similes. Dividantur rectæ dc , ec , bifa-

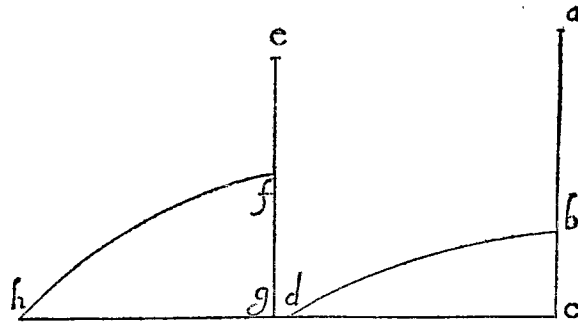
ec, bifariam in *b* & *f*; & ducantur *hi*, *fg*, horizontali *cb* æquidistātes; & ut *db* ad *hi*, ita fiat *ib* ad *hl*. erit triangulus *ihl* similis triangulo *ibd*. cui etiam similis est *egf*. Cumque *ih*, *gf*, sint æquales (dimidiæ nempe ipsius *bc*;) erit *fe*, id est, *fc*, æqualis *hl*: & addita communi *fb*, erit *cb* ipsi *fl* æqualis. Si itaque intelligamus, per *b* & *b* semiparabolam esse descriptam, cujus altitudo erit *bc*, sublimitas verò *hl*: erit amplitudo ejus *cb*; quæ dupla est ad *hi*, media scilicet inter *db* seu *ch*, & *hl*; eamque tanget *db*, æqualibus existentibus *ch*, *hd*. Quod si rursus Parabolam per *fb* descriptam concipiamus à sublimitate *fl*, cum altitudine *fc*; quarum media proportionalis est *fg*; cujus dupla & horizontalis *cb*: erit pariter *cb* ejus amplitudo: illamque tanget *eb*, cum *ef*, *fc*, sint æquales. Distant autem anguli *dbc*, *ebc*, (elevationes scilicet ipsarum) æqualiter à semirecto: ergo patet propositum.



THEOR. PROPOS. IX.

Æquales sunt amplitudines Parabolarum, quarum altitudines, & sublimitates è contrario sibi respondent.

Parabolæ *fb* altitudo *gf* ad altitudinem *cb* Parabolæ *bd* eandem habeat rationem quam sublimitas *ba* ad sublimitatem *fe*. Dico, amplitudinem *hg*, amplitudini *dc* esse æqualem. Cum enim prima *gf* ad secundam *cb* eandem habeat rationem quam tertia *ba* ad quartam *fe*: rectangulum *gfe* primæ & quartæ æquale erit rectangulo *cba* secundæ & tertiæ. ergo quadrata, quæ hisce rectangulis æqualia sunt, æqualia erunt inter se: rectangulo verò *gfe* æquale est quadratum dimidiæ *gh*: rectangulo autem *cba* æquale est quadra-

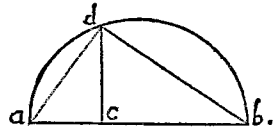


quadratum dimidiæ cd . ergo quadrata hæc, & eorum latera, & laterum dupla, æqualia erunt. Hæc autem sunt Amplitudines gh, cd . ergo patet propositum.

LEMMA PRO SEQVENTI.¹

Si recta linea secta fuerit utcumque, quadrata mediarum inter totam, & partes æqualia sunt quadrato totius.

secta sit ab utcumque in c . Dico, quadrata linearum mediarum inter totam ab , & partes ac, cb , simul sumpta, æqualia esse quadrato totius ab . Id autem constat descripto



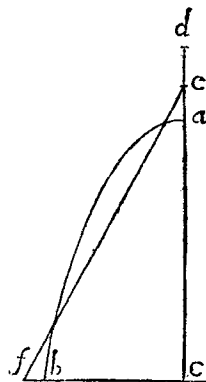
femicirculo super tota ba , & ex c erecta perpendiculari cd , junctisque da, db . Est enim da media inter ba, ac : estque db media inter ab, bc . suntque quadrata linearum da, db , simul sumpta, æqualia quadrato totius ab , recto existente angulo adb in semicirculo. Ergo patet propositum.

THEOR. PROPOS. X.

Impetus, seu Momentum cujuslibet semiparabola, æquatur momento naturaliter cadentis in perpendiculari ad horizontem, quæ tanta sit quanta est composita ex sublimitate, cum altitudine semiparabola.

Sit

Sit semiparabola ab . cujus sublimitas da : altitudo verò ac . ex quibus componitur perpendicularis dc . Dico, impetum Semiparabolæ in b esse æqualem momento naturaliter descendenti ex d in c . Ponatur ipsamet dc mensura esse temporis, & impetus : & accipiatur media proportionalis inter cd, da : cui æqualis ponatur cf . Sit insuper inter dc, ca , media ce . erit jam cf mensura temporis, & momenti descendenti per da ex quiete in d, c, e vero tempus erit, & momentum descendenti per ac ex quiete in a . & diagonalis ef erit momentum ex illis compositum : hoc est Semiparabolæ in b . Et quia dc secta est utcumque in a , suntque cf, ce mediæ inter totam cd , & partes da, ac : erunt harum quadrata simul sumpta æqualia quadrato totius : ex Lemmate superioriverò iisdem quadratis æquatur quoque quadratum ipsius ef . ergo & linea ef ipsi dc æqualis est. Ex quo constat, momenta per dc , & per semiparabolam ab , in c & b esse æqualia. Quod oportebat.



C O R O L L A R I U M.

Hinc constat, semiparabolarum omnium, quarum Altitudines cum Sublimitatibus junctæ pares sunt, impetus quoque æquales esse.

P R O B L. P R O P O S. XI.

Dato impetu, & amplitudine semiparabolæ, altitudinem ejus reperire.

Impetus datus definitus sit à perpendiculo ad horizontem ab . amplitudo verò in horizontali sit bc . Oportet sublimitatem semiparabolæ reperire, cujus impetus sit ab , amplitudo vero bc . Constat ex jam demonstratis, dimidiam ampli-

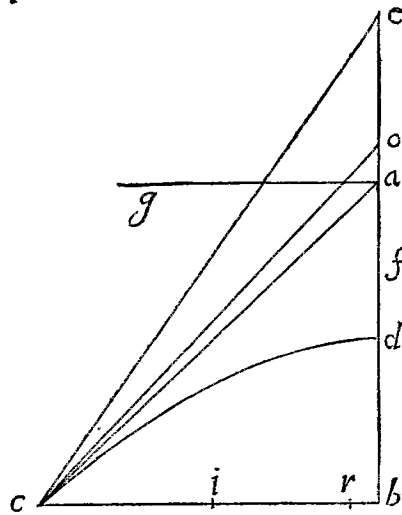
M m

tudinem

PROBL. PROPOS. XII.

Semiparabolarum omnium amplitudines calculo colligere, atque in Tabulas exigere, quæ à projectis eodem impetu explosis describuntur.

Constat ex prædemonstratis, tunc parabolæ à projectis eodem impetu designari, cum illarum sublimitates cum altitudinibus junctæ æquales conficiunt perpendiculares supra horizontem. Inter easdem ergo parallelas horizontales hæ perpendiculares comprehendi debent. Ponatur itaque horizontali cb perpendicularis ba æqualis, & connectatur diagonalis ac . Erit angulus acb semirectus, gr. 45. Divisaque perpendiculari ba bifariam in d , semiparabola dc erit ea, quæ à sublimitate ad cum altitudine db designatur: & impetus ejus in c tantus erit, quantus est in b Mobilis venientis ex quiete in a per lineam ab . Et, si ducatur ag æquidistans bc ; reliquarum omnium semiparabolarum, quarum impetus futurus sit idem cum modo explicato, altitudines cum sublimitatibus junctæ, spatium inter parallelas ag, bc explere debent. Insuper, cum jam demonstratum sit, semiparabolarum, quarum tangentes æqualiter sive supra, sive infra ab elevatione semirecta distant, amplitudines æquales esse, Calculus, quem pro majoribus elevationibus compilabimus, pro minoribus quoque deserviet. Eligimus præterea numerum partium decem milia, 10000, pro maxima amplitudine projectionis semiparabolæ ad elevationem grad. 45. factæ: itaque tanta supponatur esse linea ba , & amplitudo semiparabolæ bc . Eligimus autem numerum 10000, quia utimur in calculis tabula tangentium, cujus hic numerus congruit cum tangente grad. 45. Iam, ad opus accedendo, ducatur ce , angulum ecb angulo acb majorem (acutum tamen) comprehendens: sitque semiparabola designanda, quæ à linea ec tangatur, & cujus sublimitas cum altitudine juncta ipsam ba adæquet.



adæquet. Ex tabula Tangentium per angulum datum bce tangens ipsa be accipiat; quæ bifariam dividatur in f . Deinde ipsarum bf, bc (dimidiæ bc) tertia proportionalis reperitur, quæ necessario major erit quam fa . Sit igitur illa fo . Semiparabolę igitur in triangulo ecb inscriptę, juxta tangentem ce , cujus amplitudo est cb reperta est altitudo bf , & sublimitas fo . Verũ tota bo supra

parallelas ag, cb attollitur, cum nobis opus sit inter easdem contineri: sic enim tum ipsa, tum semiparabola dc describentur à Projectis ex c impetu eodem explosis. Reperienda igitur est altera huic similis (innumerę enim intra angulum bce majores & minores inter se similes designari possunt) cujus composita sublimitas cum altitudine (homologa scilicet ipsi ba) æquetur ba . Fiat igitur, ut ob ad ba , ita amplitudo bc ad cr : & inventa erit cr , amplitudo scilicet semiparabolę, juxta elevationem anguli bce ; cujus sublimitas cum altitudine juncta spatium à parallelis ga, gb contentum adæquat: quod quærebatur. Operatio itaque talis erit.

Anguli dati, bce tangens accipiat. cujus medietati adjungatur tertia proportionalis ipsius, & medietatis bc ; quæ sit fo . Fiat deinde ut ob ad ba , ita bc ad aliam, quæ sit cr , amplitudo nempe quæsit. Exemplum ponamus.

Sit angulus ecb grad. 50. erit ejus tangens 11918. cuius dimidium, nempe bf 5959. dimidia bc 5000. harum dimidiarum tertia proportionalis 4195. quæ addita ipsi bf , conficit

ficit 10154, pro ipsa bo . Fiat rursus ut ob ad ba , nempe ut 10154 ad 10000; ita bc ; nempe 10000, (utraque enim grad. 45. est tangens) ad aliam; & habebimus quæsitam amplitudinem rc 9848. qualium bc (maxima amplitudo) est 10000. Harum autem duplæ sunt amplitudines integrarum parabolæ, nempe 19696, & 20000. Tantaque est etiam amplitudo parabolæ juxta elevationem grad. 40, cum æqualiter distet à gr. 45.

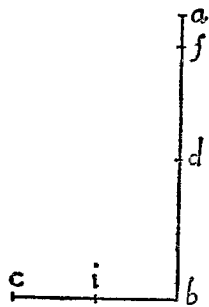
Sagr. *Mi manca per l'intera intelligenza di questa dimostrazione il saper come sia vero, che la terza proporzionale delle $b f$, bi : sia (come dice l'Autore) necessariamente maggiore della fa .*

Salu. *Tal conseguenza mi par che si possa dedurre in tal modo. Il quadrato della media di tre linee proporzionali è eguale al rettangolo dell'altre due, onde il quadrato della bi , ò della bd , ad essa eguale, deue esser eguale al rettangolo della prima fb nella terza da ritrouarsi; la qual terza è necessario che sia maggiore della fa , perche il rettangolo della $b f$ in fa è minore del quadrato bd ; & il mancamento è quanto il quadrato della df , come dimostra Euclide in vna del secondo. Deue si anco auuertire, che il punto f , che diuide la tangente eb in mezzo, altre molte volte cadrà sopra'l punto a , & vna volta anco nell'istesso a ; ne i quali casi è per se noto, che la terza proporzionale della metà della tangente, e della bi , (che da la sublimità,) è tutta sopra la a . Ma l'Autore hà preso il caso, doue non era manifesto che la detta terza proporzionale fusse sempre maggiore della fa ; e che però aggiunta sopra'l punto f passasse oltre alla parallela ag . Hor seguitiamo.*

Non erit inutile, ope hujus Tabulæ alteram componere, complectentem altitudines earundem semiparabolæ projectorum ab eodem impetu. Constructio autem talis erit.

Ex datis Semiparabolorum amplitudinibus in præcedenti Tabula digestis, retentoque communi impetu, quo unaquæque describitur, singularum semiparabolarum altitudines elicere.

Sit Amplitudo data bc . Impetus verò, qui semper idem intelligatur, mensura sit ob , aggregatum nempe altitudinis, & sublimitatis. Reperienda est, ac distinguenda ipsamet altitudo. Quod quidem tunc consequemur, cum bo ita divisa fuerit, ut rectangulum sub ejus partibus contentum æquale sit quadrato dimidiæ amplitudinis bc . Incidatur talis divisio in f . Et utraque ob , bc , fecerur bifariam in d , i . Est igitur quadratum ib æquale rectangulo bfo : quadratum verò do æquatur eidem rectangulo cum quadr. fd . Si igitur ex quadr. do auferatur quadratum bi , quod rectangulo bfo est æquale, remanebit quadratum fd : cujus latus df additum lineæ bd , dabit quæsitam altitudinem bf . Componitur itaque sic ex datis. Ex quadrato dimidiæ bo notæ aufer quadratum bi pariter notæ: residiui sume radicem quadratam; quam adde notæ db : & habebis altitudinem quæsitam bf . Exemplum. Invenienda sit altitudo semiparabolæ ad elevationem grad. 55. descriptæ. Amplitudo ex præcedenti Tabula est 9396. ejus dimidium est 4698. quadratum ipsius 22071204. hoc demptum ex quadr. dimidiæ bo , quod semper idem est, nempe 25000000, residuum est 2928796. cujus radix quadrata 1710 proximè. Hæc dimidiæ bo , nempe 5000, addita, exhibet 6710. tantaque est Altitudo bf . Non erit inutile, tertiam



exponere.

exponere Tabulam, altitudines & sublimitates continentem semiparabolarum, quarum eadem futura sit Amplitudo.

Sagr. *Questa vedrò io molto volentieri mentre che per essa potrò venir' in cognizione della differenza de gl'impeti, e delle forze, che si ricercano per cacciar' il proietto nella medesima lontananza con tiri, che chiamano di volata; la qual differenza credo, che sia grandissima secondo le diverse eleuazioni: si che per esempio, se altri volesse alla eleuazione di 3 ò 4 gradi, ò di 87 ò 88, far cader la palla, doue fù cacciata alla eleuazione di 45 (doue si è mostrato ricercarsi l'impeto minimo) credo si ricercherebbe vn' eccesso immenso di forza.*

Salu. *V. S. stima benissimo; e vedrà che per eseguire l'opera intera in tutte l'Eleuazioni bisogna andar' à gran' passo verso l'impeto infinito. Hor' veggiamo la costruzione della Tauola.*

Ampli-

DIALOGO
Amplitudines Semiparabolarum ab eodem impetu descriptarum.

QVARTO
Altitudines Semiparabolarum quarum impetus fit idem.

Gradius Elevationum.

Gr.		Gr.
45	10000	
46	9994	44
47	9976	43
48	9945	42
49	9902	41
50	9848	40
51	9782	39
52	9704	38
53	9612	37
54	9511	36
55	9396	35
56	9272	34
57	9136	33
58	8989	32
59	8829	31
60	8659	30
61	8481	29
62	8290	28
63	8090	27
64	7880	26
65	7660	25
66	7431	24
67	7191	23
68	6944	22
69	6692	21
70	6428	20
71	6157	19
72	5878	18
73	5592	17
74	5300	16
75	5000	15
76	4694	14
77	4383	13
78	4067	12
79	3746	11
80	3420	10
81	3090	9
82	2756	8
83	2419	7
84	2079	6
85	1736	5
86	1391	4
87	1044	3
88	698	2
89	349	1

Gradius Elevationum.

Gr.		Gr.	
1	3	46	5173
2	13	47	5346
3	28	48	5523
4	50	49	5698
5	76	50	5868
6	108	51	6038
7	150	52	6207
8	194	53	6379
9	245	54	6546
10	302	55	6710
11	365	56	6873
12	432	57	7033
13	506	58	7190
14	585	59	7348
15	670	60	7502
16	760	61	7649
17	855	62	7796
18	955	63	7939
19	1060	64	8078
20	1170	65	8214
21	1285	66	8346
22	1402	67	8474
23	1527	68	8597
24	1655	69	8715
25	1786	70	8830
26	1922	71	8940
27	2061	72	9045
28	2204	73	9144
29	2351	74	9240
30	2499	75	9330
31	2653	76	9415
32	2810	77	9493
33	2967	78	9567
34	3128	79	9636
35	3289	80	9698
36	3456	81	9755
37	3621	82	9806
38	3793	83	9851
39	3962	84	9890
40	4132	85	9924
41	4302	86	9951
42	4477	87	9972
43	4654	88	9987
44	4827	89	9998
45	5000	90	10000

Tabula

DEL GALILEO.

Tabula continens Altitudines, & sublimitates Semiparabolarum, quarum amplitudines eadem sint, partium scilicet 10000, ad singulos gradus Elevationis calculata.

Gr.	Altit.	Subli.	Gr.	Altit.	Subli.
1	87	286533	46	5177	4828
2	175	142450	47	5363	4662
3	262	95802	48	5551	4502
4	349	71531	49	5752	4345
5	437	57142	50	5959	4196
6	525	47573	51	6174	4048
7	614	40716	52	6399	3906
8	702	35587	53	6635	3765
9	792	31565	54	6882	3632
10	881	28367	55	7141	3500
11	972	25720	56	7413	3372
12	1063	23518	57	7699	3247
13	1154	21701	58	8002	3123
14	1246	20056	59	8332	3004
15	1339	18663	60	8600	2887
16	1434	17405	61	9020	2771
17	1529	16355	62	9403	2658
18	1624	15389	63	9813	2547
19	1722	14522	64	10251	2438
20	1820	13736	65	10722	2331
21	1919	13024	66	11230	2226
22	2020	12376	67	11779	2122
23	2123	11778	68	12375	2020
24	2226	11230	69	13025	1919
25	2332	10722	70	13737	1819
26	2439	10253	71	14521	1721
27	2547	9814	72	15388	1624
28	2658	9404	73	16314	1528
29	2772	9020	74	17437	1433
30	2887	8659	75	18660	1339
31	3008	8336	76	20054	1246
32	3124	8001	77	21657	1154
33	3247	7699	78	23523	1062
34	3373	7413	79	25723	972
35	3501	7141	80	28356	881
36	3633	6882	81	31569	792
37	3768	6635	82	35577	702
38	3906	6395	83	40222	613
39	4049	6174	84	47572	525
40	4196	5959	85	57150	437
41	4346	5752	86	71503	349
42	4502	5553	87	95405	262
43	4662	5362	88	143181	174
44	4828	5177	89	286499	87
45	5000	5000	90	infinita.	

Nn

PRO-

Altitudines, atque sublimitates semiparabolarum, quarum amplitudines aequales futurae sint, per singulos elevationis grad. reperire.

Hæc omnia facili negotio consequemur. Posita enim semiparabolæ amplitudine partium semper 10000, medietas Tangentis cujuslibet gradus elevationis altitudinem exhibet. Vt exempli grat. Semiparabolæ, cujus elevatio sit grad. 30. Amplitudo verò, ut ponitur, partium 10000, altitudo erit 2887. tanta enim est proximè medietas Tangentis. Inventa autem altitudine sublimitatem eliciemus tali pacto. Cum demonstratum sit dimidiam Amplitudinem semiparabolæ mediam esse proportionalem inter altitudinem, & sublimitatem, sique altitudo jam reperta, medietas verò Amplitudinis semper eadem, partium scilicet 5000; si hujus quadratum per altitudinem datam dividerimus, sublimitas quæsitæ exurget. Vt in exemplo: Altitudo reperta fuit 2887. Quadratum partium 5000, est 25000000; quod divisum per 2887, dat 8659 proximè pro sublimitate quæsitæ.

Salu. *Hor qui si vede primieramente, come è verissimo il concetto accennato di sopra, che nelle diverse eleuazioni, quanto più si allontanano dalla media, ò sia nelle più alte, ò nelle più basse, tanto si ricerca maggior impeto, e violenza per cacciar il progetto nella medesima lontananza. Imperò che consistendo l'impeto nella misfione de i due moti, Orizontale equabile, e perpendicolare naturalmente accelerato, del qual impeto vien' ad esser misura l'aggregato dell' Altezza, e della sublimità, vedesi dalla proposta Tavola tale aggregato esser minimo nell' eleuazione di grad. 45. done l'altezza, e la sublimità sono eguali, cioè 5000 ciascheduna; e l'aggregato loro 10000. Che se noi cercheremo ad altra maggior' altezza, come per esempio di grad. 50; troueremo l'Altezza esser 5959; e la*

e la sublimità 4196; che giunti insieme sommano 10155. E tanto troueremo parimente esser l'impeto di grad. 40. essendo questa, e quella eleuazione egualmente lontane dalla media. Doue douiamo secondariamente notare esser vero, che eguali impeti si ricercano à due à due delle eleuazioni distanti egualmente dalla media, con questa bella alternazione di più, che l'altezze, e le sublimità delle superiori eleuazioni contrariamente rispondono alle sublimità, & altezze delle inferiori: si che doue nell'esempio proposto nell'eleuazione di 50. grad. l'altezza è 5959; e la sublimità 4196; nell'eleuazione di grad. 40. accade all'incontro l'altezza esser 4196, e la sublimità 5959; e l'istesso accade in tutte l'altre senza veruna differenza: se non in quanto per fuggir' il tedio del calcolare non si è tenuto conto di alcune frazzioni, le quali in somme così grandi non sono di momento, nè di pregiudizio alcuno.

Sagr. Io vò offeruando, come delli due impeti Orizontale, e perpendicolare nelle proiezioni, quanto più sono sublimi, tanto meno vi si ricerca dell' Orizontale, e molto del perpendicolare. All'incontro nelle poco eleuate grande bisogna che sia la forza dell' impeto Orizontale, che da poca altezza deue cacciar il proietto. Mà se ben io capisco benissimo, che nella totale eleuazione di gr. 90. per cacciar' il proietto vn sol dito lontano dal perpendicolo, non basta tutta la forza del mondo: mà necessariamente deue egli ricadere nell'istesso luogo, onde fù cacciato; non però con simil sicurezza ardirei di affermare che anco nella nulla Eleuazione, cioè, nella linea Orizontale, non potesse da qualche forza, ben che non infinita esser' in alcuna lontananza spinto il proietto. Si che per esempio nè anco vna Colubrina sia potente à spignere vna palla di ferro orizontamente, come dicono, di punto bianco, cioè di punto niuno, che è doue non si da eleuazione. Io dico, che in questo caso restò con qualche ambiguità: e che io non neghi resolutamente il fatto, mi ritiene vn' altro accidente che par non meno strano, e pure ne hò la dimostrazione concludente necessariamente. E l'accidente è l'esser impossibile distendere vna corda, si che resti tesa dirittamente;

e parallela all' Orizzonte, mà sempre fà sacca, e si piega, nè vi è forza, che basti a tenderla rettamente.

Salu. Adunque S. Sagr. in questo caso della corda cessa in voi la marauiglia circa la stranaganza dell' effetto, perche ne hauete la dimostrazione. Mà se noi ben considereremo, forse troueremo qualche corrispondenza trà l'accidente del proietto, e questo della corda. La curuità della linea del proietto Orizzontale par che derivi dalle due forze, delle quali vna (che è quella del proiciente) lo caccia orizzontalmente, e l'altra (che è la propria grauità) lo tira in giù à piombo. Mà nel tender la corda vi sono le forze di coloro, che orizzontalmente la tirano, e vi è ancora il peso dell' istessa corda, che naturalmente inclina al basso. Son dunque queste due generazioni assai simili. E se voi date al peso della corda tanta possanza, & energia di poter contrastare, e vincer qual si voglia immensa forza, che la voglia distendere drittamente, perche vorrete negarla al peso della palla? Mà più voglio dirui, recandoui insieme marauiglia, e diletto, che la corda così tesa, e poco, ò molto tirata, si piega in linee, le quali assai si auuicinano alle paraboliche, e la similitudine è tanta che se voi segnerete in vna superficie piana, & eretta all' Orizzonte una linea parabolica, e tenendola in uersa, cioè col vertice in giù, e con la base parallela all' Orizzonte, facendo pendere vna catenella sostenuta nelle estremità della base della segnata parabola, vedrete allentando più, ò meno la detta catenuzza incuruarsi, e adattarsi alla medesima parabola; e tale adattamento tanto più esser preciso, quanto la segnata Parabola sarà men' curua, cioè più distesa; Si che nelle parabole descritte con eleuazioni sotto à i grad. 45. la catenella camina quasi ad unguem sopra la parabola.

Sagr. Adunque con vna tal catena sottilmente lauorata si potrebbero in vn subito punteggiar molte linee paraboliche sopra vna piana superficie.

Salu. Potrebbe, & ancora con qualche utilità non piccola, come appresso vi dirò.

Simp.

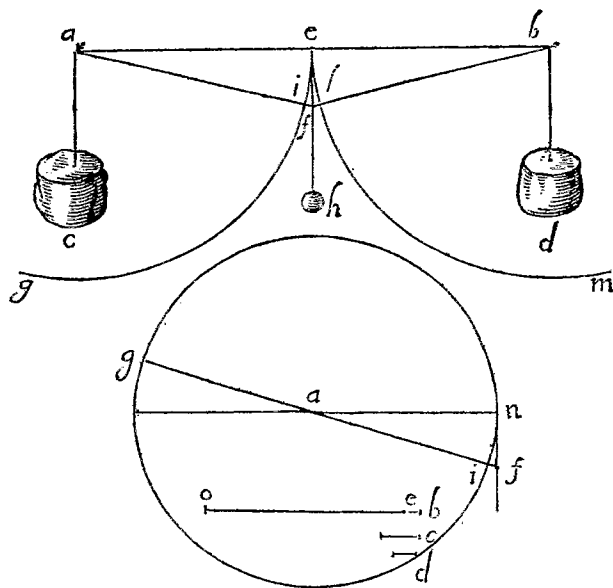
Simp. *Mà prima, che passar più auanti, vorrei pur iò ancora restar assicurato almeno di quella Proposizione della quale voi dite essercene dimostrazione necessariamente concludente, dico dell' esser impossibile per qualunque immensa forza fare star tesa una corda drittamente & equidistante all' Orizzonte.*

Sagr. *Vedrò se mi souuiene della dimostrazione per intelligenza della quale bisogna S. Simpl. che voi supponghiate per vero quello, che in tutti gli strumenti meccanici non solo con l'esperienza, mà con la dimostrazione ancora si verifica; e questo è che la velocità del mouente benchè di forza debole, può superare la resistenza, ben che grandissima di vn resistente, che lentamente debba esser mosso, tutta volta che maggior proporzione habbia la velocità del mouente alla tardità del resistente, che non ha la resistenza di quel, che deue esser mosso alla forza del mouente.*

Simp. *Questo mi è notissimo e dimostrato da Aristotele nelle sue quistioni mecanice, e manifestamente si vede nella Leua, e nella stadera, doue il Romano che non pesi più di 4. libbre, leuerà vn peso di 400. mentre che la lontananza di esso Romano dal centro, sopra l'quale si volge la stadera, sia più di cento volte maggiore della distanza dal medesimo centro di quel punto, dal quale pende il gran peso: e questo auuiene, perche nel calar, che fa il Romano, passa spazio più di cento volte maggiore dello spazio per il quale nel medesimo tempo monta il gran peso. Che è l'istesso che dire, che il piccolo Romano si muoue con velocità più che cento volte maggiore della velocità del gran peso.*

Sagr. *Voi ottimamente discorrete, e non mettete dubbio alcuno nel concedere, che per piccola che sia la forza del mouente supererà qualsivoglia gran resistenza tutta volta che quello più auanzi di velocità, ch'ei non cede di vigore, e grauità. Hor venghiamo al caso della Corda. E segnando vn poco di figura intendete per hora quest'alinea a b, passando sopra i due punti fissi e stabili a, b, hauer nelle estremità sue pendenti, come vedete, duu immensi pesi c, d. li quali tirandola con grandissima forza la facciano star veramente*

tesa dirittamente, essendo essa una semplice linea senza veruna gravità. Hor qui vi soggiungo, e dico, che, se dal mezzo di quella, che sia il punto *e*, voi sospenderete qualsivoglia piccolo peso, quale sia questo *h*; la linea *a b* cederà & inclinandosi verso il punto *f*, & in conseguenza allungandosi costringerà i due gravissimi pesi *c, d*,



à salir in alto: il che in tal guisa vi dimostro. Intorno à i due punti *a, b*, come centri descriuo 2. Quadranti *efg, elm*; & essendo che li due semidiametri *af, bl*, sono eguali alli due *ae, eb*; gli avanzati *fi, il*, saranno le quantità de gli allungamenti delle parti *af, fb*, sopra le *ae, eb*; & in conseguenza determinano le salite de i pesi *cd*, tutta volta però che il peso *h* hauesse hauto facoltà di calare in *f*. Il che allora potrebbe seguire, quando la linea *ef* che è la quantità della scesa di esso peso *h*, hauesse maggior proporzione alla linea *fi*, che determina la salita de i due pesi *c, d*; che non hà
la gra-

la gravità di amendue essi pesi alla gravità del peso h . Ma questo necessariamente auverrà, sia pur quanto si voglia, massima la gravità de i pesi c, d ; e minima quella dell' h . Imperò che non è si grande l'eccesso de i pesi c, d , sopra'l peso h ; che maggiore non possa essere à proporzione l'eccesso della Tangente $e f$, sopra la parte della segante fi . Il che proueremo così: Sia il cerchio, il cui Diametro $ga i$; e qual proporzione hà la gravità de i pesi c, d , alla gravità di h ; tale la habbia la linea $b o$ ad un'altra, che sia c . della quale sia minore la d ; si che maggior proporzione harà la bo alla d , che alla c . prendasi delle due ob, d , la terza proporzionale be . e come oe ad eb , così si faccia il Diametro gi (prolungandolo) all' $i f$, e dal termine f tirisi la tangente fn . Eperche si è fatto, come oe ad cb , così gi ad if ; sarà componendo, come ob à be , così gf ad fi . Ma trà $ob, e be$, media la d ; e trà gf, fi , media la nf ; adunque nf alla fi hà la medesima proporzione, che la ob alla d ; la qual proporzione è maggiore di quella de i pesi cd al peso h . Hauendo dunque maggior proporzione la scesa ò velocità del peso h , alla salita ò velocità de i pesi c, d ; che non hà la gravità di essi pesi c, d , alla gravità del peso h ; resta manifesto, che il peso h scenderà, cioè, la linea ab partirà dalla rettitudine Orizontale. E quel che auuiene alla retta ab priua di gravità, mentre si attacchi in e , qual si voglia minimo peso h auuiene all' istessa corda ab , intesa di materia pesante, senza l'aggiunta di alcun' altro graue, poiche vi si sospende il peso istesso della materia componente essa corda ab .

Simp. Io resto satisfatto à pieno; però potrà il Sig. Salu. conforme alla promessa esplicarci, qual sia l'utilità, che da simile catenella si può ritrarre, e dopo questo arrecarci quelle specolazioni, che dal nostra Accademico sono state fatte intorno alla forza della Percossa.

Salu. Assai per questo giorno ci siamo occupati nelle contemplazioni passate; e l'hora, che non poco è tarda, non ci basterebbe à gran segno per disbrigarci dalle nominate materie; però differiremo il congresso ad altro tempo più opportuno.

Sagr.

Sagr. Concorro col parere di V. S. perche da diuersi ragionamenti hanti con amici intrinseci del nostro Accademico hò ritratto questa materia della forza della Percossa essere oscurissima, nè di quella fin' ora esserne, da chiunque ne hà trattato, penetrato i suoi ricetti pieni di tenebre, & alieni in tutto e per tutto dalle prime immaginazioni humane; e trà le conclusioni sentite profferire me ne resta in fantasia vna strauagantissima, cioè, Che la forza della Percossa è interminata, per non dir' infinita. Aspetteremo dunque la commodità del Sig. Salu. Mà intanto dicami, che materie sono queste, che si veggono scritte dopo il Trattato dei Proietti?

Salu. Queste sono alcune Proposizioni attenenti al Centro di gravità de i solidi, le quali in sua giouentù andò ritrouando il nostro Accademico, parendogli, che quello, che in tal materia haueua scritto Federigo Comandino, non mancasse di qualche imperfezzione. Credette dunque con queste Proposizioni, che qui vedete scritte, poter supplire à quello, che si desiderana nel Libro del Comandino; & applicossi à questa contemplazione ad istanza dell' Illustrissimo Sig. Marchese Guid' Vbaldo dal Monte grandissimo Matematico de suoi tempi, come le diuerse sue Opere publicate ne mostrano; & à quel Sig. ne dette Copia con pensiero di andar seguitando cotal materia anco ne gli altri Solidi non tocchi dal Comandino. Mà incontratosi dopo alcun tempo nel Libro del Sig. Luca Valerio, massimo Geometra, e veduto, come egli risolue tutta questa materia senza niente lasciar' in dietro, non seguitò più auanti, benche le aggressioni sue siano per strade molto diuerse da quelle del Sig. Valerio.

Sagr. Sarà bene dunque, che in questo tempo, che s'intermette trà i nostri passati, & i futuri congressi, V. S. mi lasci nelle mani il Libro; che io trà tanto anderò vedendo, e studiando le Proposizioni consequentemente scritteui.

Salu. Molto volentieri eseguisco la vostra domanda; e spero, che V. S. prenderà gusto di tali Proposizioni.

APPEN-

A P P E N D I X,

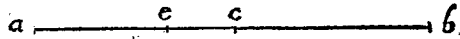
In qua continentur Theoremata, eorumque demonstrationes, qua ab eodem Autore circa centrum gravitatis solidorum olim conscripta fuerunt.

P O S T V L A T V M.

PEtimus æqualium ponderum similiter in diversis libris dispositorum, si horum quidem compositorum centrum gravitatis libram secundum aliquam rationem dividerit; & illorum etiam gravitatis centrum libram secundum eandem rationem dividere.

L E M M A.

Sit linea ab bifariam in c secta; cujus medietas ac divisa sit in e , ita ut quam rationem habet be ad ea , hanc habeat ae ad ec . Dico be ipsius ea duplam esse. Quia enim ut be



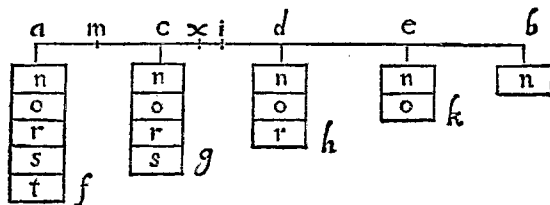
ad ea , ita ea ad ec ; erit componendo, & permutando, ut ba ad ac , ita ae ad ec . est autem ut ae ad ec , nempe ut ba ad ac , ita be ad ea . quare be ipsius ea dupla est.

His positis demonstratur: Si Magnitudines quocunque sese æqualiter excedentes, & quarum excessus earum minima sint æquales, ita in libra disponantur, ut ex distantis æqualibus pendeant, centrum gravitatis omnium libram ita dividere, ut pars versus minores reliqua sit dupla.

In Libra itaque ab ex distantis æqualibus pendeant quotcunque numero Magnitudines f, g, h, k, n , quales dictum est: quarum minima sit n . sintque puncta suspensionum a, c, d, e, b . sitque omnium Magnitudinum sic dispositarum gravi-

tatis centrum x . Ostendendum est partem libræ $b x$ versus minores magnitudines reliquæ $x a$ duplam esse.

Dividatur libra bifariam in puncto d . quod vel in aliquo puncto suspensionum vel in duarum suspensionum medio cadet necessario. reliquæ vero suspensionum distantia, quæ inter a & d intercipiuntur, omnes bifariam dividantur punctis m, i . magnitudines deinde omnes in partes ipsi n æquales dividantur: erunt jam partes ipsius f tot numero quot sunt quæ ex libra pendent magnitudines: partes vero ipsius g erunt una pauciores. & sic de reliquis. Sint itaque ipsius f



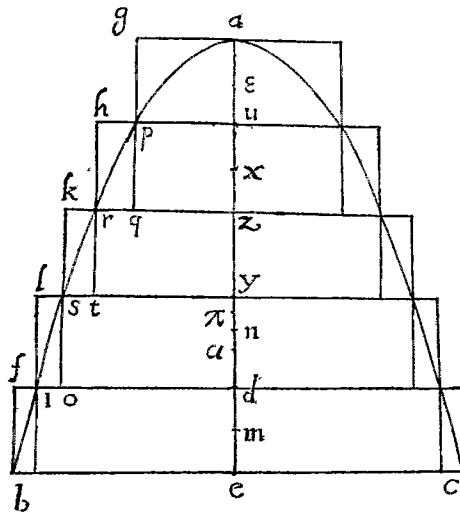
partes n, o, r, s, t . ipsius g verò n, o, r, s . ipsius h quoque n, o, r . ipsius denique k sint n, o . eruntque magnitudines omnes, in quibus n ipsi f æquatur; magnitudines verò omnes, in quibus o ipsi g æquatur; & magnitudines, in quibus r ipsi h . illæ autem, in quibus s ipsi k , & magnitudo t ipsi n æqualis est. Quia igitur magnitudines omnes, in quibus n inter se sunt æquales, æque ponderabunt in signo d , quod libram ab bifariam dividit; & eandem ob causam omnes magnitudines, in quibus o æque ponderant in i ; illæ autem in quibus r in c ; & in quibus s in m , æque ponderant; t autem in a suspenditur. Sunt igitur in libra a, d ex distantis æqualibus d, i, c, m, a suspensæ magnitudines, sese æqualiter excedentes, & quarum excessus minime æquatur: maxima autem quæ est composita ex omnibus n , pendet ex d ; minima, quæ est t , pendet ex a ; & reliquæ ordinate dispositæ sunt. Estque rursus alia libra $a b$; in qua

qua magnitudines aliæ prædictis numero & magnitudine æquales eodem ordine dispositæ sunt. Quare libræ ab , ad à centrīs omnium magnitudinum secundum eandem rationē dividuntur. Est autem centrum gravitatis dictarum magnitudinum x : quare x dividit libras ba , ad sub eadem ratione: ita ut sicut bx ad xa , ita xa ad xd . quare bx dupla est ipsius xa ex lemmate supra posito. Quod erat probandum.

Si conoidi parabolico figura inscribatur, & altera circumscribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus: & axis dicti conoidis dividitur ita ut pars ad verticem partis ad basin sit dupla: centrum gravitatis inscriptæ figuræ basi portionis dicto puncto divisionis erit propinquius: centrum autem gravitatis circumscriptæ à basi conoidis eodem puncto erit remotius; eritque utrorumque centrorum à tali puncto distantia æqualis lineæ quæ sit pars sexta altitudinis unius cylindri ex quibus figuræ constant.

Sit itaque conoidale parabolicum, & figuræ quales dictæ sunt: altera sit inscripta, altera circumscripta: & axis conoidis qui sit ae dividatur in n , ita ut an , ipsius ne sit dupla. Ostendendum est centrum gravitatis inscriptæ figuræ esse in linea ne , circumscriptæ autem centrum esse in an . Secentur figuræ ita dispositæ plano per axem, & sit sectio parabolæ bac ; plani autem secantis & basis conoidis sectio sit bc linea; cylindrorum autem sectiones sint rectangulæ figuræ; ut in descriptione apparet: primus itaque cylindrus inscriptorum cujus axis est de , ad cylindrum cujus axis est dy , eandem habet rationem quam quadratum id ad quadratum sy , hoc est, quam da ad ay : cylindrus autem, cujus axis est dy , ad cylindrum yz est ut sy ad rz potentia; hoc est, ut ya ad az ; & eadem ratione cylindrus, cujus axis est zy , ad eum cujus axis est zu , est ut za ad au . dicti itaque cylindri sunt inter se ut lineæ $da, ay; za, au$: istæ autem sunt sese æqualiter excedentes, & est excessus æqualis minimæ, ita ut az dupla sit ad

fit ad an . ay autem ejusdem est tripla, & da quadrupla. sunt igitur dicti cylindri magnitudines quædam sese ad invicem æqualiter excedentes, quarum excessus æquantur earum minimæ, & est linea xm , in qua ex distantis æqualibus suspensæ sunt. (unumquodque enim cylindrorum centrum gravi-



tatis habet in medio axis.) quare per ea quæ superius demonstrata sunt centrum gravitatis magnitudinis ex omnibus compositæ dividet lineam xm , ita ut pars ad x reliquæ sit dupla. Dividatur itaque, & sit xa ipsius am dupla; est ergo a centrum gravitatis inscriptæ figuræ. Dividatur au bifariam in ϵ ; erit ϵx dupla ipsius me . est autem xa dupla ip-

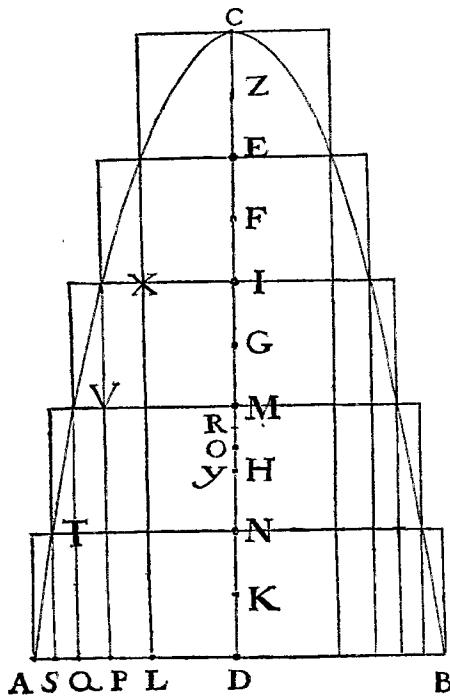
fius am . quare ϵe tripla erit ea . est autem ae tripla ipsius en . constat ergo, en majorem esse quam ex , & ideo a , quod est centrum figuræ inscriptæ, magis accedere ad basin conoidis quam n : & quia est ut ae ad en , ita ablatum ϵe ad ablatum ea erit & reliquum ad reliquum, id est, $a\epsilon$ ad na , ut ae ad en . Est ergo an tertia pars ipsius $a\epsilon$, & sexta ipsius an . Eodem autem pacto cylindri circumscriptæ figuræ demonstrabuntur esse sese æqualiter excedentes, & esse excessus æquales minimo; & habere in linea ϵm centra gravitatum in distantis æqualibus. Si itaque dividatur ϵm in π , ita ut $\epsilon\pi$ reliquæ πm sit dupla; erit π centrum gravitatis totius circumscriptæ magnitudinis. & cum $\epsilon\pi$ dupla sit ad πm ; $a\epsilon$ autem minor sit quam

quam dupla ad $e m$; (cum ei sit æqualis:) erit tota $a e$ minor quam tripla ipsius $e \pi$. quare $e \pi$ major erit ipsa $e n$. & cum $e m$ tripla sit ad $m \pi$, & $m e$ cum duabus $e a$ similiter tripla sit ad $m e$; erit tota $a e$ cum $a e$ tripla ad $e \pi$. est autem $a e$ tripla ad $e n$. quare reliqua $a e$ reliquæ πn tripla erit. Est igitur $n \pi$ sexta pars ipsius $a u$. Hæc autem sunt quæ demonstranda fuerunt. Ex his manifestum est, posse conoidi parabolico figuram inscribi, & alterã circumscribi, ita ut centra gravitatum earum à puncto n minus quacunque proposita linea distent. Si enim sumatur linea propositæ lineæ sexcupla, fiantque cylindrorum axes, ex quibus figuræ componuntur hac sumpta linea minores; erunt, quæ inter harum figurarum centra gravitatum & signum n cadunt lineæ, proposita linea minores.

ALITER IDEM.

Axis conoidis, qui sit $c d$, dividatur in o , ita ut $c o$ ipsius $o d$ sit dupla. Ostendendum est, centrum gravitatis inscriptæ figuræ esse in linea $o d$; circumscriptæ verò centrum esse in $c o$. Secentur figuræ plano per axem & c , ut dictum est. Quia igitur cylindri $s n$, $t m$, $v i$, $x e$, sunt inter se, ut quadrata linearum $s d$, $t n$, $v m$, $x i$; hæc autem sunt inter se, ut lineæ $n c$, $c m$, $c i$, $c e$; hæc autem sunt sese æqualiter excedentes, & excessus æquantur minimæ, nempe $c e$; estque cylindrus $t m$ cylindro $q n$ æqualis; cylindrus autem $v i$ ipsi $p n$; & $x e$ ipsi $l n$ æquatur; ergo cylindri $s n$, $q n$, $p n$, $l n$, sunt sese æqualiter excedentes, & excessus æquantur minimo, eorum nempe cylindro $l n$. Est autem excessus cylindri $s n$, super cylindrum $q n$, anulus, cujus altitudo est $q t$; hoc est, $n d$; latitudo autem $s q$. excessus autem cylindri $q n$, super $p n$, est anulus, cujus latitudo est $q p$. excessus autem cylindri $p n$, super $l n$, est anulus, cujus latitudo $p l$. Quare dicti anuli $s q$, $q p$, $p l$, sunt inter se æquales, &

cylindro LN . Anulus igitur ST æquatur cylindro XE ; anulus QV , qui ipsius ST est duplus, æquatur cylindro VI ; qui similiter cylindri XE duplus est; & eandem ob causam anulus PX cylindro TM ; & cylindrus LE cylindro SN æqualis erit. In libra itaque KF puncta media rectarum EI, DN



connectente, & in partes æquales punctis H, G secta, sunt magnitudines quædam, nempe cylindri SN, TM, VI, XE ; & gravitatis centrum primi cylindri est K ; secundi verò est H ; tertii G ; quarti F . Habemus autem & aliam libram MK ; quæ est ipsius FK dimidia; totidemque punctis in partes æquas distributa, nempe MH, HN, NK , & in ea aliæ magnitudines, illis, quæ sunt in libra FK , numero & magnitudine æquales, & centra gravitatum in signis M, H, N, K habentes, & eodem

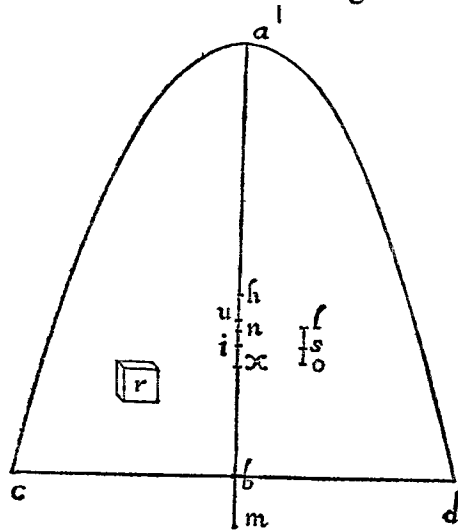
ordine dispositæ sunt. cylindrus enim LE centrum gravitatis habet in M ; & æquatur cylindro SN centrum habenti in K ; anulus verò PX centrum habet H ; & æquatur cylindro TM ; cujus centrum est H ; & anulus QV , centrum habens N , æquatur cylindro VI ; cujus centrum est G ; & denique anulus ST , centrum habens K , æquatur cylindro XE , cujus centrum est F . Igitur centrum gravitatis dictarum magnitudinum

dinum libram dividet in eadem ratione: earundem verò unum est centrum, ac propterea punctum aliquod utrique libræ commune, quod sit γ . Itaque $\Gamma \gamma$ ad $\gamma \kappa$ erit ut $\kappa \gamma$ ad $\gamma \mu$. est ergo $\Gamma \gamma$ dupla ipsius $\gamma \kappa$; & divisa $c \epsilon$ bifariam in z , erit $z \Gamma$ dupla ipsius $\kappa \delta$; ac propterea $z \delta$ tripla ipsius $\delta \gamma$. rectæ verò δo tripla est $c \delta$: major est ergo recta δo , quàm $\delta \gamma$; ac propterea γ centrum inscriptæ magis ad basin accedit, quàm punctum o . Et, quia, ut $c \delta$ ad δo , ita est ablatum $z \delta$ ad ablatum $\delta \gamma$; erit & reliquum $c z$ ad reliquum γo , ut $c \delta$ ad δo . nempe γo tertia pars erit ipsius $c z$; hoc est pars sexta ipsius $c \epsilon$. Eadem prorsus ratione demonstrabimus, cylindros circumscriptæ figuræ sese æqualiter excedere, & esse excessus æquales minimo, & ipsorum centra gravitatum in distantis æqualibus libræ κz constituta; & pariter anulos iisdem cylindris æquales similiter disponi in altera libra $\kappa \Gamma$ ipsius κz dimidia, ac propterea circumscriptæ gravitatis centrum, quod sit κ , libras ita dividere, ut $z \kappa$ ad $\kappa \Gamma$ sit, ut $\kappa \Gamma$ ad $\Gamma \epsilon$. Erit ergo $z \kappa$ dupla ipsius $\kappa \Gamma$; $c z$ vero rectæ $\kappa \delta$ æqualis est, & non dupla. erit tota $c \delta$ minor quàm tripla ipsius $\delta \kappa$. quare recta $\delta \kappa$ major est quàm δo . scilicet centrum circumscriptæ à basi magis recedit quàm punctum o . Et quia $z \kappa$ tripla est ad $\kappa \Gamma$; & $\kappa \delta$ cum duabus $z c$ tripla ad $\kappa \delta$; erit tota $c \delta$ cum $c z$ tripla ipsius $\delta \kappa$. est autem $c \delta$ tripla ad δo . quare reliqua $c z$ reliquæ Γo tripla erit; scilicet $o \Gamma$ sexta pars est ipsius ϵc . Quod est propositum.

His autem prædemonstratis demonstratur, centrum gravitatis parabolici conoidis axem ita dividere, ut pars ad verticem, reliquæ ad basin sit dupla.

Esto parabolicum conoidale, cujus axis sit $a b$, divisus in n , ita ut $a n$ ipsius $n b$ sit dupla. Ostendendum est, centrum gravitatis conoidis esse n punctum. si enim non est n , aut infra ipsum, aut supra ipsum erit. Sit primum infra n sitque x ; & exponatur

ponatur linea lo ipsi nx æqualis; & lo contingenter dividatur in s : & quam rationem hæbet utraque simul bx, os , ad os , hanc habeat conoidale ad solidum r : & inscribatur conoidi figura ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, ita ut, quæ inter illius centrum gravitatis & punctum n intercipi-



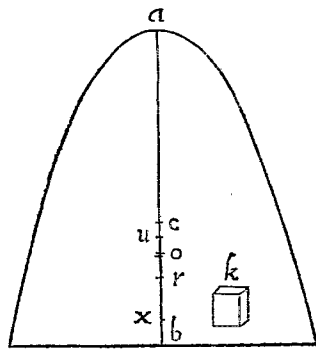
tur, minor sit quam ls ; excessus autem, quo à conoide superatur, minor sit solido r . hoc autem fieri posse, clarum est. Sit itaque inscripta, cujus gravitatis centrū sit i ; erit jam ix major so : & quia est, ut xb cum so ad so , ita conoidale ad r ; (est autem r majus excessu quo conoidale figuram inscriptam superat;) erit conoidalis ad dictum excessum proportio ma-

major quam utriusque bx, os , ad so : & dividendo figura inscripta ad dictum excessum majorem rationem habebit quam bx ad so . habet autem bx ad xi proportionem adhuc minorem quam ad so . inscripta igitur figura ad reliquas portiones multo majorē proportionem habebit quam bx ad xi , quam igitur proportionem habet inscripta figura ad reliquas portiones, alia quædam linea habebit ad xi ; quæ necessario major erit quam bx . Sit igitur mx . Habemus itaque centrum gravitatis conoidis x figuræ autem in ipso inscriptæ centrum gravitatis est i . reliquarum ergo portionum quibus conoidale inscriptam figuram excedit gravitatis centrum erit in linea xm , atque in eo ipsius puncto in quo sic terminata fuerit: ut

rit; ut, quam proportionem habet inscripta figura ad excessum quo à conoide superatur, eandem ipsam habeat ad $x i$. Ostensum autem est, hanc proportionem esse illam quam habet $m x$ ac $x i$. erit ergo m gravitatis centrum earum proportionum quibus conoidale excedit inscriptam figuram. quod certè esse non potest. nam, si per m ducatur planum basi conoidis æquidistans, erunt omnes dictæ proportiones versus eandem partem, nec ab eo dividuntur. Non est igitur gravitatis centrum ipsius conoidis infra punctum n . Sed neque supra. Sit enim, si fieri potest, h : & rursus, ut supra, exponatur linea $l o$, æqualis ipsi $h n$, & contingenter divisa in s : & quam proportionem habet utraque simul, $b n, s o$, ad $s l$; hanc habeat conoidale ad r : & conoidale circumscribatur figura ex cylindris, ut dictū est, à qua minori quantitate excedatur quam sit solidum r : & linea inter centrum gravitatis circumscriptæ & signum n sit minor quam $s o$: erit residua $u h$ major quam $l s$. & quia est, ut utraque $b n, s o$ ad $s l$, ita conoidale ad r ; (est autem r majus excessu quo conoidale à circumscripta superatur:) ergo $b n, s o$, ad $s l$ minorem rationem habet quam conoidale ad dictum excessum. Est autem $b u$ minor quam utraque $b n, s o$: $u h$ autem major quam $s l$. multo igitur majorem rationem habet conoidale ad dictas proportionem quam $b u$ ad $u h$. quam igitur rationem habet conoidale ad easdem proportionem, hanc habebit ad $u h$ linea major ipsa $b u$. Habeat; sitque ea $m u$; & quia centrum gravitatis circumscriptæ figuræ est u ; centrum vero conoidis est h ; atq; est, ut conoidale ad residuas proportionem, ita $m u$ ad $u h$, erit m centrū gravitatis residuarum proportionum: quod similiter est impossibile. Non est ergo centrum gravitatis conoidis supra punctū n . Sed demonstratum est quod neque infra. Restat ergo, ut in ipso n sit necessario. Et eadem ratione demonstrabitur de conoide plano super axe non erecto secto. Aliter idem, ut constat in sequenti, centrum gravitatis conoidis parabolici

inter centrum circumscriptæ figuræ & centrum inscriptæ cadit.

Sit conoidale, cujus axis ab , & centrum circumscriptæ sit c , inscriptæ vero sit o . Dico, centrum conoidis inter co puncta esse. nam si non; infra, vel supra vel in altero eorum erit. Sit infra, ut in r , & quia r est centrum gravitatis totius conoidis; inscriptæ autem figuræ est gravitatis centrum o : reliquarum ergo proportionū, quibus inscripta figura à conoide superatur, centrum gravitatis erit in linea or ad partes r extensa, atque in eo puncto in quo sic terminatur, ut, quam rationem habent dictæ proportiones ad inscriptā, eandem habeat or ad lineam inter r & punctum illud cadentem. Sit hæc ratio, illa quam habet or ad rx . Aut igitur x cadet extra conoidem, aut intra, aut in ipsa basi. Si vel extra, vel in basi cadat; jam manifestum est absurdum. Cadat intra: & quia

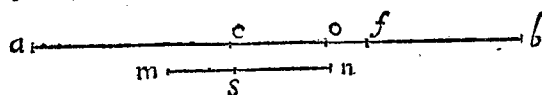


xr ad ro est ut inscripta figura ad excessum quo à conoide superatur; rationem illam, quam habet br ad ro , eandem habeat inscripta figura ad solidū k , quod necessario minus erit dicto excessu. Et inscribatur alia figura, quæ à conoide superetur minori quantitate quam sit k ; cujus gravitatis centrum cadet infra oc . Sit u . Et, quia prima figura ad k est ut br ad ro ; secunda autem

figura, cujus centrum u major est prima, & à conoide exceditur minori quantitate quam sit k : quam rationem habet secunda figura ad excessum quo à conoide superatur, hanc habebit ad ru linea major ipsa br . Est autem r centrum gravitatis conoidis; inscriptæ autem secundæ u . centrum ergo reliquarum proportionū erit extra conoides infra b , quod est impos-

impossibile. Et eodem pacto demonstrabitur, centrum gravitatis ejusdem conoidis non esse in linea ca . Quod autem non sit alterum punctorum co , manifestum est. Si enim dicas, esse descriptis aliis figuris, inscripta quidem majori illa cujus centrum o , circumscripta vero minore ea cujus centrum c , centrum conoidis extra harum figurarum centrum caderet. quod nuper impossibile esse conclusum est. Restat ergo, ut inter centrum circumscriptæ & inscriptæ figuræ sit. Quod si ita est, necessario erit in signo illo quod axem dividit ut pars ad verticem reliquæ sit dupla, cum n circumscribi, & inscribi possint figuræ, ita ut, quæ inter ipsarum centrum & dictum signum cadunt lineæ, quacunque linea sint minores. aliter dicentem ad impossibile deduceremus; quod scilicet centrum conoidis non intra inscriptæ & circumscriptæ centra caderet.

Si fuerint tres lineæ proportionales, & quam proportionem habet minima ad excessum, quo maxima minimam superat, eandem habeat lineæ quædam sumpta ad duas tertias excessus, quo maxima mediam superat: & item quam proportionem habet composita ex maxima, & dupla mediæ ad compositam ex tripla maxima, & mediæ, eandem habuerit alia lineæ sumpta ad excessum quo maxima mediam excedit; erunt ambæ lineæ sumptæ simul, tertia pars maximæ proportionalium.



Sint tres lineæ proportionales ab, bc, bf . & quam proportionem habet bf ad fa , hanc habeat ms ad duas tertias ipsius ca . quam vero proportionem habet composita ex ab etiam dupla bc ad compositam ex tripla utriusq; ab, bc , eandem habeat alia, nempe sn ad ac . Demonstrandum est, m n

tertiam esse partem ipsius ab . Quia itaque ab, bc, bf , sunt proportionales, erunt etiam ac, cf , in eadem ratione. est igitur, ut ab ad bc , ita ac ad cf : & ut tripla ab ad triplam bc , ita ac ad cf . quam itaque rationem habet tripla ab cum tripla bc ad triplam cb , hanc habebit ac ad lineam minorem ipsa cf . Sit illa co . quare componendo, & per conversionem proportionis, oa ad ac eandem habebit rationem quam tripla ab cum sexcupla bc ad triplam ab cum tripla bc . habet autem ac ad sn eandem rationem quam tripla ab cum tripla bc ad ab cum dupla bc . ex æquali igitur oa ad ns eandem habebit rationem quam tripla ab cum sexcupla bc ad ab cum dupla bc . verum tripla ab cum sexcupla bc triple sunt ad ab cum dupla bc . ergo ao tripla est ad sn .

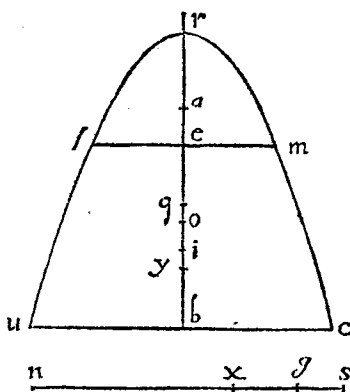
Rursus quia oc ad ca est ut tripla cb ad triplam ab cum tripla cb : est autem, sicut ca ad cf , ita tripla ab ad triplam bc : ex æquali ergo in proportione perturbata, ut oc ad cf , ita erit tripla ab ad triplam ab cum tripla bc : & per conversionem rationis, ut of ad fc , sic tripla bc ad triplam ab cum tripla bc ; est autem, sicut cf ad fb , ita ac ad cb , & tripla ac ad triplam bc . Ex æquali igitur, in proportione perturbata, ut of ad fb , ita tripla ac ad triplam utriusque simul, ab, bc . Tota igitur ob ad bf , erit ut sexcupla ab ad triplam utriusque ab, ac . & quia fc, ca in eadem sunt ratione, & cb, ba erit sicut fc ad ca , ita bc ad ba ; & componendo ut fa ad ac , ita utraque ba, bc ad ba ; & sic tripla ad triplam: ergo ut fa ad ac , ita composita ex tripla ba & tripla bc ad triplam ab . quare sicut fa ad duas tertias ipsius ac , sic composita ex tripla ba & tripla bc ad duas tertias triplæ ba : hoc est, ad duplam ba . sed sicut fa ad duas tertias ipsius ac , ita fb ad ms . Sicut ergo fb ad ms , ita composita ex tripla ba & tripla bc ad duplam ba . verum sicut ob ad fb , ita erat sexcupla ab ad triplam utriusque ab, bc . ergo ex æquali, ob ad ms eandem habebit rationem quam sexcupla ab ad duplam ba . quare ms erit tertia pars ipsius ob . Et demonstra-

monstratum est, sn tertiam esse partem ipsius ao . constat ergo, mn ipsius ab tertiam similiter esse partem. & hoc est quod demonstrandum fuit.

Cujuslibet frustri à conoide parabolico abscissi centrum gravitatis est in linea recta, qua frustri est axis; qua in tres æquas partes divisa centrum gravitatis in media existit, eamque sic dividit. at pars versus minorem basim ad partem versus majorem basim, eandem habeat rationem quam major basim ad basim minorem.

A conoide, cujus axis rb , abscissum sit solidum, cujus axis be ; & planum abscindens sit basi æquidistans. secetur autem altero plano per axem super basim erectum, sitque sectio parabolæ u, r, c . hujus autem, & plani secantis, & basis sectiones sint lineæ rectæ lm, uc ; erit rb diameter proportionis vel diametro æquidistans lm, uc ; erunt ordinatim applicatæ. Dividatur itaque eb in tres partes æ-

quales, quarum media sit qy . hæc autem signo i ita dividatur; ut, quam rationem habet basis, cujus diameter uc , ad basim cujus diameter lm ; hoc est, quam habet quadratum uc ad quadratum lm ; eandem habeat qi ad iy . Demonstrandum est, i centrum gravitatis esse frustri lmc . Exponatur linea ns æqualis ipsi br , & sx æqualis sit er . ipsarum autem



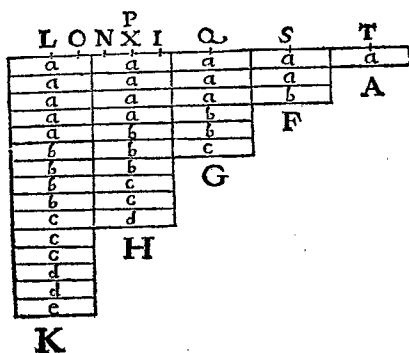
ns, sx sumatur tertia proportionalis sg . & quam proportionem habet ng ad gs , hanc habeat linea bq ad io . Nihil autem refert, si punctus o supra vel infra lm cadat. & quia in sectione urc lineæ lm, uc ordinatim sunt applicatæ, erit ut quadratum uc ad quadr. lm , ita linea br ad re . est autem ut

quadratum nc ad quadr. lm , ita qi ad iy ; & ut br ad re , ita ns ad sx . ergo qi ad iy est ut rs ad sx . quare ut gy ad yi , ita erit utraque ns , sx ad sx , & ut eb ad yi , ita composita ex tripla ns & tripla sx ad sx . est autem, ut eb ad by , ita composita ex tripla utriusque simul ns , sx ad compositam ex ns , sx . ergo ut eb ad bi , ita composita ex tripla ns & tripla sx ad compositam ex ns & dupla sx . Sunt igitur 3. lineæ proportionales, ns , sx , gs . & , quam proportionem habet sg ad gn , hanc habet quædam sumpta oi ad duas tertias ipsius eb , hoc est, ipsius nx . quam autem proportionem composita ex ns & dupla sx , ad compositam ex tripla ns & tripla sx ; eandem habet alia quædam sumpta ib ad be , hoc est, ad nx . Per ea igitur, quæ supra demonstrata sunt, erunt lineæ illæ simul sumptæ tertia pars ipsius ns ; hoc est, ipsius rb . est ergo rb tripla ipsius bo . quare o erit centrum gravitatis conoidis nrc . Sit autem centrum gravitatis conoidis lrm frusti, ergo $ulmc$ centrum gravitatis est in linea ob , atque in eo puncto qui illam sic terminat: ut quæ rationem habet $ulmc$ frusti ad lrm proportionem, eam habeat linea ao ad eam quæ inter o & dictum punctum intercedit. Et, quia ro est duæ tertias ipsius rb ; ra verò duæ tertias ipsius re : erit reliqua ao duæ tertias reliquæ eb . & , quia est ut frustū $ulmc$ ad proportionem lrm , ita ng ad gs ; ut autem ng ad gs , ita duæ tertias eb ad oi ; duabus autem tertiis ipsius eb æqualis est linea ao : erit, ut frustum $ulmc$ ad proportionem lrm , ita ao ad oi . Constat igitur frusti $ulmc$ gravitatis centrum esse punctum i , & axem ita dividere, ut pars versus minorem basin ad partem versus majorem sit, ut dupla majoris basis una cum minori, ad duplam minoris una cum majori. Quod est propositum, elegantius explicatum.

Si magnitudines quotcunque ita inter se dispositæ, ut secunda addat super primam duplum primæ, tertia addat super secundam triplum primæ, quarta verò addat super tertiam quadruplum

druplum prima, & sic unaquæque sequentium super sibi proximam addat magnitudinem primæ, multiplicem secundum numerum quem ipsa in ordine retinuerit: si, inquam, hæ magnitudines ordinatim in libra ex distantis æqualibus suspendantur: centrum æquilibrii omnium compositarum libram ita dividet, ut pars versus minores magnitudines reliquæ sit tripla.

Esto libra LT ; & magnitudines, quales dictum est, in ea pendeant; & sint A, F, G, H, K ; quarum A ex T suspensa sit prima. Dico, centrum æquilibrii libram TL ita secare, ut pars versus T reliquæ sit tripla. Sit TL tripla ad LI ; & SL tripla LP ; & QL ipsius LN ; & LP ipsius LO : erunt IP, PN, NO, OL æquales. Et accipiatur in F magnitudo ipsius A dupla; in G verò alia ejusdem tripla; in H ejusdem quadrupla; & sic deinceps: & sint sumptæ magnitudines illæ in quibus A : & idem fiat in magnitudinibus F, G, H, K . Cum enim in F reliqua magnitudo, nempe B , sit æqualis A ; sumatur in G ipsius dupla, in



H tripla, &c. & sint hæ magnitudines sumptæ in quibus B ; & eodem pacto sumantur illæ in quibus C & in quibus D & E . erunt jam omnes, in quibus A , æquales ipsi K ; composita verò ex omnibus B æquabitur ipsi H ; composita ex C ipsi G ; ex omnibus

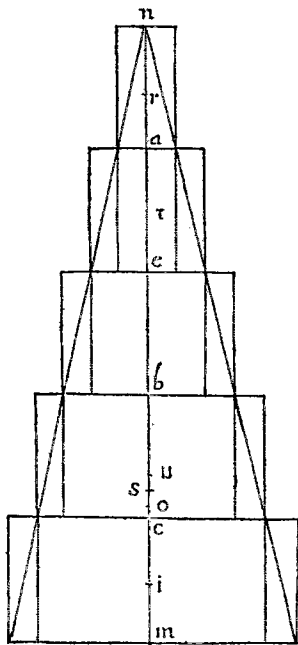
omnibus D verò composita æquabitur F ; & E ipsi A . & quia TL dupla est IL , erit I punctum æquilibrii magnitudinis compositæ ex omnibus A . & similiter, cum SP ipsius FL sit dupla, erit P punctum æquilibrii compositæ ex omnibus B : & eandem ob causam N erit punctum æquilibrii compositæ ex omnibus; CO verò compositæ ex D ; & L ipsius E . Est igitur libra quædam TL in qua ex distantis æqualibus pendent magnitudines quædam K, H, G, F, A . & rursus est alia libra LI , in qua ex distantis similiter æqualibus pendent totidem numero magnitudines, & eodem ordine prædictis æquales. est enim composita ex omnibus A quæ pendet ex I æqualis K pendenti ex L ; & composita ex omnibus B quæ pendet ex P , æquatur H pendenti ex P ; & similiter composita ex C , quæ pendet ex N , æquatur G ; & composita ex D , quæ pendet ex O , æquatur F ; & E pendens ex L æqualis est A . Quare libræ eadem ratione à centro compositarum magnitudinum dividuntur. Vnum est autem centrum compositæ ex dictis magnitudinibus. Erit ergo punctum commune rectæ TL ; & rectæ LI centrum, quod sit X . Itaque ut TX ad XL , ita erit LX ad XI ; & tota TL ad LI . est autem TL ipsius LI tripla. quare & TX ipsius XL tripla erit.

Si magnitudines quotcumque ita sumantur, ut secunda addat super primam triplum primæ, tertia verò super secundam addat quintuplum primæ, quarta autem super tertiam addat septuplum primæ, & sic deinceps uniuscujusque augmentum super sibi proximam procedat multiplex primæ magnitudinis secundum numeros consequenter impares; sicuti procedunt quadrata linearum sese æqualiter excedentium, quarum excessus minima sit æqualis; & in libra ex distantis æqualibus suspendantur; omnium compositarum centrum æquilibrii libram dividet, ut pars versus minores magnitudines reliqua sit major quam tripla, eadem verò dempta una distantia ejusdem minor sit quam tripla.

Sint

ta vero centrum gravitatis eodem puncto erit vertici propinquius.

Sit itaque conus, cujus axis nm . Dividatur in s , ita ut ns reliquæ sm sit tripla. Dico, cujuscumque figuræ cono, ut dictum est, inscriptæ centrum gravitatis in axe nm consistere, & ad basin cono magis accedere quam s punctum: circumscriptæ vero gravitatis centrum similiter in axe nm esse, & vertici propinquius quam sit s . Intelligatur itaque inscripta figura ex cylindris quorum axes mc, cb, be, ea æquales sint. Primus itaque cylindrus, cujus axis mc , ad cylindrum, cujus axis cb , eandem habet rationem quã sua basis ad basin alterius (sunt enim eorũ altitudines æquales.) hæc autem ratio eadem est ei quam habet quadratum cn ad quadr. nb . & similiter ostendetur, cylindrum, cujus axis cb , ad cylindrum, cujus axis be , eandem habere rationem quam quadratum bn ad quadratum ne ; cylindrum vero, cujus axis be , ad cylindrum circa axem ea eam, quam habet quadratum en ad quadratum na . sunt autem lineæ nc, nb, en, na sese æqualiter excedentes, & earum excessus æquantur minimæ, nempe ipsi na . Sunt igitur magnitudines quædam, nempe inscripti cylindri, eam inter se

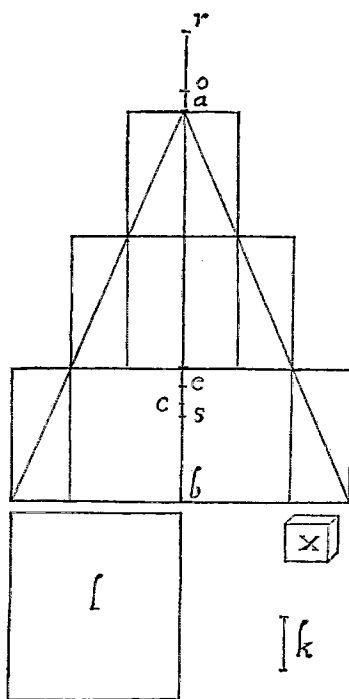


consequenter rationem habentes quam quadrata linearum sese æqualiter excedentium, & quarum excessus minimæ æquantur: suntque ita dispositi in libra zi , ut singulorum centra gra-

tra gravitatum in ea, & in distantis equalibus consistant. Per ea igitur, quæ supra demonstrata sunt, constat, gravitatis centrum omnium ita compositorum libram $t i$ ita dividere, ut pars versus t sit major quam tripla reliquæ. Sit hoc centrum o . est ergo $t o$ major quam tripla ipsius $o i$. verum $t n$ tripla est ad $i m$. ergo tota $m o$ minor erit quam pars quarta totius $m n$, cujus $m s$ pars quarta posita est. Constat ergo, si- gnum o basi coni magis accedere quam s ; (verum sit jam cir- cumscripta figura constans ex cylindris, quorum axes $m c$, $c b$, $b e$, $e a$, $a n$ inter se sint æquales;) similiter, ut de inscrip- tis ostenderetur, esse inter se sicut quadrata linearum $m n$, $n c$, $b n$, $n e$, $a n$; quæ sese æqualiter excedunt, excessusque æ- quatur minimæ $a n$. quare, per præmissam, centrum gravita- tis omnium cylindrorum ita dispositorum, quod sit u , li- bram $r i$ sic dividet, ut pars versus r , nempe $r u$, reliquæ $u i$ sit major quam tripla; $t u$ verò ejusdem minor erit quam tri- pla. Sed $n t$ tripla est ipsius $i m$. igitur tota $u m$ major est quam pars quarta totius $m n$, cujus $m s$ pars quarta posita est. Itaque punctum u vertici propinquius est quam pun- ctum s . Quod ostendendum erat.

Cono dato potest figura circumscribi, & altera inscribi ex cy- lindris æqualem altitudinem habentibus, ita ut linea, quæ inter centrum gravitatis circumscriptæ & centrum gra- vitatis inscriptæ intercipitur, minor sit quacumque linea proposita.

Sit datus conus, cujus axis $a b$. data autem recta sit k . Di- co; Exponatur cylindrus l æqualis ei qui in cono inscribi- tur, altitudinem habens dimidium axis $a b$: & $a b$ divida- tur in c , ita ut $a c$ ipsius $c b$ tripla sit: &, quam rationem ha- bet $a c$ ad k , hanc habeat cylindrus l ad solidum x . Cono autem circumscribatur figura ex cylindris æqualem altitu- dinem habentibus, & altera inscribatur, ita ut circum-



scripta excedat inscriptam
 minori quantitate quam sit
 solidum x . sitque circum-
 scriptæ gravitatis centrum
 e ; quod cadet supra c : in-
 scriptæ vero centrum sit s ;
 cadens sub c . Dico jam, $e s$
 lineam ipsa k minorem esse.
 Nam si non; ponatur ipsi ca
 æqualis eo . quia igitur oe ad
 k eandem habet rationem
 quam l ad x ; inscripta vero
 figura minor non est cylin-
 dro l ; excessus autem, quo
 dicta figura à circumscripta
 superatur, minor est solido
 x : inscripta igitur figura ad
 dictum excessum majorem
 rationem habebit quam oe
 ad k . ratio autem oe ad k
 non est minor ea quã habet
 oe ad es cum es . Nõ ponatur

minor k ; Igitur inscripta figura ad excessum quo à circum-
 scripta superatur majorem habet rationem quam oe ad es .
 Quam igitur rationem habet inscripta ad dictum excessum,
 hanc habebit ad lineam es . Linea quædam major ipsa eo
 sit illa er . est autem inscriptæ figuræ centrum gravitatis s ;
 circumscriptæ vero centrum est e . Constat ergo, reliqua-
 rum proportionum, quibus circumscripta excedit inscri-
 ptam, centrum gravitatis esse in linea re , atque in eo pun-
 cto à quo sic terminatur, ut, quam rationem habet inscripta
 ad dictas proportiones, eandem habeat linea inter e &
 punctum illud intercepta ad lineam es . hanc vero rationem
 habet

habet re ad es . ergo reliquarum proportionum, quibus circumscripta superat inscriptam figuram, gravitatis centrum erit r . quod est impossibile. planum enim ductum per r basi conii æquidistans dictas proportiones non fecat. Falsum igitur est, lineam es non esse minorem ipsa k . erit ergo minor. Hæc autem non dissimili modo in pyramide fieri posse demonstrabuntur.

Ex his manifestum est, cono dato posse figuram unam circumscribi, & alteram inscribi, ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, ita ut lineæ, quæ inter earum centra gravitatum, & punctum, quod axem conii ita dividit ut pars ad verticem reliquæ sit tripla, intercipiuntur, quacunque data linea sint minores. cum enim, ut demonstratum est, dictum punctum axem dividens, ut dictum est, semper inter circumscriptæ & inscriptæ gravitatum centra reperiatur; fierique possit ut, quæ inter eadem centra media linea, minor sit quacunque linea proposita; multo minor eadem proposita linea sit quæ inter alterum centrorum & dictum punctum axem dividens intercipitur.

Cujuslibet conii vel pyramidis centrum gravitatis axem dividit, ut pars ad verticem reliquæ ad basin sit tripla.

Esto conus, cujus axis ab . & in c dividatur ita, ut ac reliquæ cb sit tripla. ostendendum est, c esse gravitatis centrum conii. nam si non est, erit conii centrum aut supra, aut infra punctum c . Sit prius infra; & sit e : & exponatur linea lp æqualis ce ; quæ contingenter dividatur in n . & quam rationem habet utraque simul, be , pn , ad pn , hanc habeat conus ad solidum x . & inscribatur cono solida figura ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, cujus centrum gravitatis à puncto c minus distet quam sit linea ln ; & excessus, quo à cono superatur, minor sit solido x . hæc enim fieri posse, ex demonstratis manifestum est. Sit jam inscripta

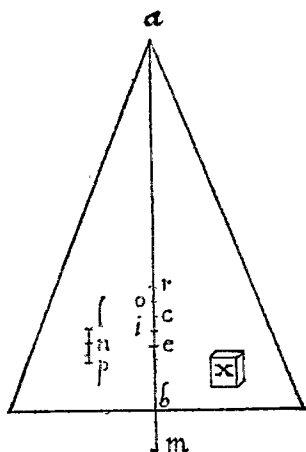
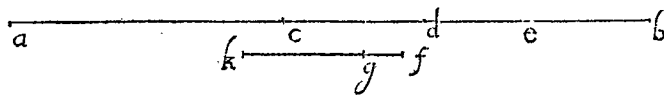


figura qualis petitur, cujus centrum gravitatis sit i . Erit igitur ie linea major quam np cum lp . Sit æqualis ce & ic , minor ln : & quia utraque simul, be , np , ad np est ut conus ad x ; excessus autem, quo conus inscriptam figuram superat, minor est solido x : ergo conus ad dictum excessum majorem rationem habebit quam utraque be , np ad np : & dividendo inscripta figura ad excessum, quo à cono superatur, majorem rationem habebit quam be ad np : habet autem be ad ei minorem adhuc rationem quam ad np cum ie . Major sit np . ergo inscripta figura ad excessum, quo à cono superatur, multo majorem rationem habet quam be ad ei . quam igitur rationem habet inscripta ad dictum excessum, hanc habebit ad ei linea quædam major ipsa be . Sit illa me . Quia igitur me ad ei est ut inscripta figura ad excessum quo à cono superatur; & est e centrum gravitatis cono, i vero est gravitatis centrum inscriptæ: ergo m erit centrum gravitatis reliquarum proportionum, quibus conus inscriptam sibi figuram excedit. quod est impossibile. Non est ergo centrum gravitatis cono infra c punctum; sed neque supra. Nam, si potest, sit r ; & rursus sumatur linea lp contingenter in n secta: & quam rationem habet utraque simul, bc , np , ad nl , hanc habeat conus ad x ; Et circumscribatur similiter cono figura, à qua minori quantitate superetur, quam sit solidum x : & linea, quæ inter illius centrum gravitatis & c intercipitur, minor sit ipsa np . Sit jam circumscripta, cujus centrum sit o : erit reliqua or maior ipsa nl . & quia ut utraque

que simul, bc, pn , ad nl , ita conus ad x : excessus vero, quo conus à circumscripta superatur, minor est quam x : ipsa vero bo minor est quam utraque simul, bc, pn : ipsa autem or major quam ln : Conus igitur ad reliquas proportionem, quibus à circumscripta superatur, multo majorem rationem habebit quam bo ad or . Habeat rationem illam mo ad or : erit mo major ipsa bc : & m erit centrum gravitatis proportionum quibus conus à circumscripta superatur figura. quod est inconveniens. non est ergo gravitatis centrum ipsius coni supra punctum c : sed neque infra, ut ostensum est. ergo erit ipsum c . Et idem eodem prorsus modo in pyramide quacumque demonstrabitur.

Si fuerint quatuor lineæ continuè proportionales; & quam rationem habet minima earum ad excessum quo maxima minimam superat, eandem habuerit lineæ quædam sumpta ad $\frac{3}{4}$ excessus quo maxima secundam superat: quam autem rationem habet lineæ his æqualis (maxima duplæ secundæ & triplæ tertiæ) ad lineam æqualem quadruplæ maximæ, quadruplæ secundæ & quadruplæ tertiæ; eandem habuerit alia quædam sumpta ad excessum quo maxima secundam superat: erunt istæ duæ lineæ simul sumptæ quarta pars maximæ proportionalium.

Sint enim quatuor lineæ proportionales, ab, bc, bd, be . & quam rationem habet be ad ea , eandem habeat fg ad $\frac{1}{4}$



ipsius ac . quam autem rationem habet lineæ æqualis ab & duplæ bc & triplæ bd ad æqualem quadruplæ ipsarum ab, bc, bd ; hanc habeat hg ad ac . Ostendendum est, hf quartam esse partem ipsius ab . Quia igitur ab, bc, bd, be , sunt pro-

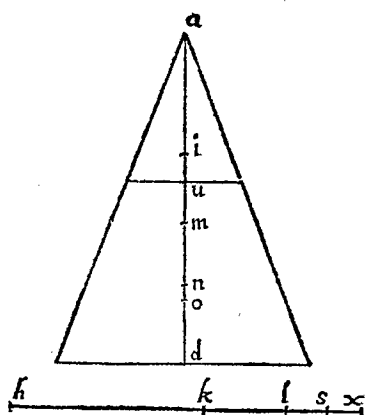
proportionales: in eadem ratione erunt etiam ac, cd, de : & ut quadrupla ipsarum ab, bc, bd , ad ab cum dupla bc & tripla bd ; ita quadrupla ipsarum ac, cd, de , hoc est quadrupla ipsius ae , ad ac cum dupla cd & tripla de . & sic est ac ad hg . ergo ut tripla ipsius ae ad ac cum dupla cd & tripla de , ita $\frac{2}{3}$ ipsius ac ad hg . est autem, ut tripla ae ad triplam eb , ita $\frac{2}{3}$ ac ad gf , ergo, per conversam vigesimam quartam quinti, ut tripla ae ad ac cum dupla cd & tripla db , ita $\frac{2}{3}$ ipsius ac ad hf . & ut quadrupla ae ad ac cum dupla cd & tripla db , hoc est, ad ab cum cb & bd ; ita ac ad hf . & permutando, ut quadrupla ae ad ac , ita ab cum cb & bd ad hf . ut autem ac ad ae , ita ab ad ab cum cb & bd . ergo ex æquali, in proportione perturbata, ut quadrupla ae ad ae , ita ab ad hf . Quare constat, hf quartam esse partem ipsius ab .

Cujuscumque frusti pyramidis seu coni plano basi æquidistante secti centrum gravitatis in axe consistit, eumque ita dividit ut pars versus minorem basin ad reliquam sit ut tripla majoris basis cum spacio duplo medii inter basin majorem & minorem una cum basi minori, ad triplam minoris basis cum eodem duplo spatii medii etiam basi majori.

A cono vel pyramide, cujus axis ad , secetur plano basi æquidistante frustum cujus axis ud . & quam rationem habet tripla maximæ basis cum dupla mediæ & minima, ad triplam minimæ cum dupla mediæ & maxima, hanc habeat uo ad od . Ostendendum est, o centrum gravitatis frusti existere. Sit um quarta pars ipsius ud .

Exponatur linea hx ipsi ad æqualis. sitque kx æqualis au . ipsarum vero hxk , tertia proportionalis sit xl , & quarta xs . & quam rationem habet hs ad sx , hanc habeat md ad lineam sumptam abo versus a ; quæ sit on . & quia major basis, ad eam quæ inter majorem & minorem est media, proportionalis est ut da ad au ; hoc est, ut hx ad xk : dicta autem

tem



tem media ad minorem est ut kx ad xl : erunt major, media, & minor basis in eadem ratione, & lineæ hx, xk, xl .

Quare ut tripla majoris basis cum dupla mediæ & minima, ad triplam minimæ cum dupla mediæ & maxima; hoc est, ut uo ad od ; ita tripla hx cum dupla xk & xl ad triplam xl cum dupla xk & xh : & componendo, & convertendo, erit od ad du , ut hx cum dupla xk & tripla xl ad quadruplam ipsarum hx, xk, xl .

Sunt igitur 4 lineæ proportionales, hx, xk, xl, xs : & quam rationem habet xs ad sh , hanc habet linea quædam sumpta no ad $\frac{2}{3}$ ipsius du , nempe ad dm ; hoc est, ad $\frac{2}{3}$ ipsius hk . quam autem rationem habet hx cum dupla xk & tripla xl ad quadruplam ipsarum hx, xk, xl ; eandem habet alia quædam sumpta od ad du ; hoc est, ad hk . ergo (per ea quæ demonstrata sunt) dn erit quarta pars ipsius hx ; hoc est, ipsius $a.d.$ quare punctum n erit gravitatis centrum coni vel pyramidis cujus axis $a.d.$ Sit pyramidis vel coni, cujus axis au , centrum gravitatis i . Constat igitur, centrum gravitatis frusti esse in linea in ad partes n extensa, in eoque ejus puncto qui cum puncto n lineam intercipiat ad quam in eam

R r

habeat

habeat rationem quam absciffum frustum habet ad pyramidem vel conum cujus axis au . Ostendendum itaque restat, in ad no eandem habere rationem quam frustum ad conum cujus axis au . Est autem ut conus, cujus axis da , ad conum, cujus axis au ; ita cubus da ad cubum au ; hoc est, cubus hx ad cubum xk . hæc autem eadem est proportio quam habet hx ad xs . quare dividendo, ut hs ad sx , ita erit frustum, cujus axis du , ad conum vel pyramidem cujus axis ua . est autem, ut hs ad sx , ita etiam md ad on . quare frustum ad pyramidem, cujus axis au , est ut md ad no . & quia an est $\frac{2}{3}$ ipsius ada i autem est $\frac{2}{3}$ ipsius au : erit reliqua in $\frac{1}{3}$ reliquæ ud . quare in æqualis erit ipsi md . Et demonstratum est, md ad no esse ut frustum ad conum au . Constat ergo, hanc eandem rationem habere etiam in ad no . quare patet propositum.

F I N I S.

TAVO-

TAVOLA

Delle cose più notabili.

A.

A <i>Acqua alzata, e attratta per Tromba non si eleua più di 18. braccia. Pag. 17</i>	17
<i>Acqua non hà resistenza alcuna all'esser diuisa.</i>	70
<i>Acqua sopra le foglie de cauoli formata in grosse gocciole, come si sostiene. 72</i>	72
<i>Alcune Dimostrazioni del Centro della Grauità de i solidi.</i>	189
<i>Animali acquatici maggiori de i terrestri, e per qual cagione.</i>	130
<i>Argomento d' Aristotele contra il Vacuo è ad hominem.</i>	62
<i>Aria hà grauità positiva. 78. Come si possa misurar tal grauità.</i>	80
<i>Aria compressa, e ritenuta violentemente pesa nel Vacuo. 82. Modo di pesarla.</i>	81
<i>Arsenale di Venezia gran campo di filosofare à gl' ingegni.</i>	1
<i>Asta di legno fitta in una muraglia ad angoli retti, e ridotta à tal lunghezza, e grossezza, che si possa reggere : mà allargata un pelo più , si spezzi per lo proprio peso, è vnica.</i>	4
<i>Atomi innumerabili d'acqua entrando ne' canapi tirano, e alzano immenso peso.</i>	20

C.

C <i>Erchio è vn peligono di infiniti lati non quanti indiuisibili.</i>	51
<i>Cerchio è medio proporzionale trà due poligoni, vno de quali li sia circonscritto, l'altro gli sia isoperimetro.</i>	58
<i>Chiodo doppio di grossezza d'un' altro, e fitto nel muro sostiene ottuplo peso dell' altro minore.</i>	6
<i>Cilindro, ò Prisma di qualsuoglia materia sospeso perpendicolarmente come resista al romperfi.</i>	12
<i>Cilindri, ò fili di qualsuoglia materia sino à quanta lunghezza si possano tirare, oltre alla quale grauati, dal proprio peso si strapperebbero.</i>	18
<i>Cilindri retti, le superficie de' quali, trattene le basi, sono eguali, hanno frà di loro la medesima proporzione, che le loro altezze contrariamente prese.</i>	56
<i>Colonna grossissima di marmo spezzata da se stessa; e perchè.</i>	5
<i>Condensazione secondo l'opinione dell' Autore procede da constipazione di parti non quantitate, & indiuisibili.</i>	52
<i>Continuo composto di indiuisibili.</i>	31. e 49
<i>Corda, ò canapo come resista allo strapparfi.</i>	9. e 10
<i>Corda di strumento musicale toccata, muoue, e fa risonare tutte le corde accordate con essa all' unisono, alla quinta, e all' ottava; e perchè.</i>	99
<i>Corpi fluidi sono tali per esser risolti ne i primi loro atomi indiuisibili.</i>	40

D.

D <i>Ata una linea retta diuisa ovunque in parti diseguali descriuere vn cerchio, alla cui circonferenza tirate à qualunque punto di essa quante si vogliono coppie di linee dall'</i>	dall'
---	-------

T A V O L A.

<i>dall' estremità di detta linea divisa, ritengono trà di loro la medesima proporzione, che hanno le parti della linea divisa.</i>	45
<i>Data una canna vota trouar un Cilindro pieno eguale ad essa.</i>	148
<i>Della resistenza de i Solidi à spezzarsi, aggravati dal proprio peso; per tutta la seconda giornata.</i>	
<i>Del Moto Locale.</i>	da 151. à 156
<i>Del Moto naturalmente accelerato.</i>	da 157. à 236
<i>Del Moto de i Progetti.</i>	da 237. à 288
<i>Differenza tra'l cerchio finito, e l'infinito.</i>	40
<i>Differenza, benchè grandissima, di gravità de i Mobili non hà parte nel diuersificare le loro velocità.</i>	83
E.	
<i>E' impossibile per qualunque immensa forza tendere una corda dirittamente per linea equidistante all' Orizzonte.</i>	286
<i>Esempio di osso d' un' animale, allungato più trè volte del naturale, quanto dourebbe esser' più grosso per sostenersi.</i>	129
F.	
<i>FRà Buonauentura Cauallieri dell' Ordine de' Gesuati Matematico insegno; e suo specchio istorio.</i>	42
G.	
<i>GRAue cadendo da una altezza, nell' arriuar' à terra hà concepito tanto impeto, che verisimilmente basterebbe à ricondurlo alla medesima altezza, onde si mosse.</i>	94
I.	
<i>INCendii si fanno con moto velocissimo.</i>	42
<i>Instante di tempo quanto è quale un' punto in una linea quanta.</i>	52
<i>Inuestigar le proporzioni della velocità di diuersi Mobili, nell' istesso, e in diuersi mezzi.</i>	76
<i>Inuestigare la lunghezza della corda, onde penda un Mobile, dalla frequenza delle sue vibrazioni.</i>	97
<i>I penduli hanno limitato il tempo delle lor vibrazioni, sì che è impossibile fargli muouere con altro periodo.</i>	98
L.	
<i>LA quantità della velocità del Mobile è insieme cagione, e misura della quantità della resistenza del mezzo.</i>	25
<i>Luca Valerio Nauouo Archimede dell' età nostra hà scritto, De Centro gravitatis solidorum mirabilmente.</i>	30
M.	
<i>MACchine materiali grandi benchè fabbricate con l' istessa proporzione, che altra minori della medesima materia, sono meno robuste, e gagliarde à resistere contro à gli impeti eterni, che le minori.</i>	3
	Mobili

T A V O L A.

<i>Mobili di diuersa grauità, mà della medesima materia cadendo da grandi altezze si muouono con pari velocità.</i>	64
<i>Mobili descendenti per le corde suttese à qualsiuoglia arco del cerchio, passano in tempi eguali tanto le corde maggiori, che le minori.</i>	95
<i>Mobili, e penduli descendenti per gli archi delle medesime corde, eleuati sopra l'orizzonte sino à 90. gradi, passano i detti archi in tempi eguali, mà piu breui, che non sono i passaggi per le corde.</i>	96
<i>Modi varii di disegnare le Parabole.</i>	145

N.

<i>NE i Solidi non si può diminuire la superficie, quanto il peso, conseruando la similitudine delle figure.</i>	90
<i>Numero infinito si come hà infinite radici di Quadrati, e di Cubi così hà infiniti numeri quadrati, e cubici.</i>	33

O.

<i>ORdigno, ò strumento inuentato da vn capriccioso per calarsi da grande altezza giù per vna corda, per non si scorticare le mani.</i>	11
<i>Oro in dorare l'argento si distrae, e assottiglia immensamente.</i>	51
<i>Ossa di animali grandissimi oltre alla loro natura non sussisterebbono, mentre si douesse conseruare in esse la proporzione della grossezza, e durezza, che hanno gli animali naturali.</i>	118

P.

<i>PAlla di cera accomodata per fare esperimento di diuersa grauità di acque.</i>	70
<i>Parti quante nella quantità discreta nè finite, nè infinite: mà rispondenti ad ogni segnato numero.</i>	36
<i>Pesci si equilibrano mirabilmente nell'acqua. 70. E perche causa.</i>	130
<i>Positiua è la causa d'un' effetto positivo.</i>	13
<i>Problema ammirabile di Aristotele di dua cerchi concentrici, che si riuolgono; e sua vera risoluzione.</i>	22
<i>Problemi di proporzioni musicali, e loro soluzioni.</i>	da 99. à 107
<i>Punti infiniti come si assegnino in vna linea finita.</i>	48

Q.

<i>QVadratura della Parabola dimostrata con vnica dimostrazione.</i>	143
<i>Qualsiuoglia corpo di qualsiuoglia figura, e grandezza, e grauità viene raffrenato dalla renitenza del mezzo, benchè tenuissimo, talmente che continuandosi il moto, lo riduce à equabilità.</i>	93

R.

<i>RAREfazione è distrazione di infiniti indiuisibili con l'interposizione di infiniti vacui indiuisibili.</i>	52
<i>Rarefazione immensa è quella di poca poluere d'artiglieria in mole vastissima di fuoco.</i>	61
<i>Resistenza del mezzo leuata via, tutte le materie, benchè di grauità diuersa si mouerebbero con pari velocità.</i>	73

T A V O L A.

S.

S acca da tener grano col fondo di tauola fatte con la medesima tela, mà diuerse d' altezza, quali siano più capaci.	57
Scabrosità, e porosità maggiore, è minore nella superficie de Mobili, probabile cagione del maggior, è minor ritardamento di essi.	88
Solidi simili sono trà di loro in sesquialtera proporzione delle superficie.	91
Specchi d' Archimede ammirabili.	42
Superficie eguali di dua solidi leuandone dall' una parte, e dall' altra continuamente parti eguali si riducono l'una in vna circonferenza di cerchio, l'altra in vn punto.	28
Superficie de i Cilindri eguali, trattone le basi, sono trà di loro in sudduplicata proporzione delle loro lunghezze.	54

T.

T Auola per i tiri d' artiglieria secondo le diuerse eleuazioni del Pezzo.	280
Tempi delle vibrazioni di più Mobili pendenti da fila più, o men lunghe, sono in trà di loro in proporzione suddupla delle lunghezze delle fila, onde dependono.	96

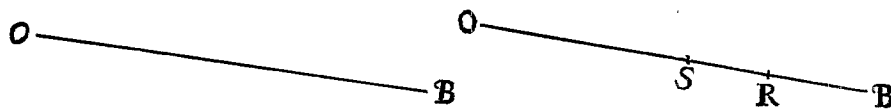
V.

V acuo cagione in parte dell' attaccamento frà le parti de' solidi. 13. Come si misuri in ciò la sua virtù per distinguerla dall' altre cause concorrenti.	15
Vacui minutissimi disseminati, e traposti trà le minime particelle de' Solidi causa probabile dell' attaccamento di esse particelle frà loro.	20
Velocità del lume come possa con esperienza inuestigarfi se sia instantanea, è temporanea.	43
Velocità de graui descendentì naturalmente al centro v'è continuamente accrescendosi, sino à che per l' accrescimento della resistenza del mezzo diuenta uniforme.	75
Velocità de' Mobili simili, e dissimili nell' istesso, e in diuersi mezzi che proporzione habbia.	76
Velocità delle palle di moschetti, è d' artiglieria incomparabilmente maggiore della velocità de gli altri Progetti.	249
Velocità diuerse di moti diuersi de i Pianeti, secondo Platone, è conferita ad essi dal moto per linea retta, e continuata poi nella conuersione per i loro Orbi, molto acconciamente verrebbe illustrata dalle specolazioni dell' Autore.	254
Vnità hà dell' infinito.	40

Tauola de gli Errori della Stampa.

Fac. Ver.	Errori.	Correzioni.	Fac. Ver.	Errori.	Correzioni.
8 16	possono	possono	96 17	dire lunghezze	dire le lunghezze
9 5	certissimi	certissimi	99 14	archetta	archetto
11 12	larghezza	larghezza	100 12	trè, 'l dua	trè, e' l dua
12 15	arca	aria	104 11	corde	corda
17 14	danno	hanno	110 nell. fi. F. E		E F
17 19	questo	guasto	118 4	congiunte	congiunti
27 4	infiniti.	infiniti?	126 12	DEI	DE, I
34 15	passagio	passaggio	126 16	DEI	DE, I
37 7	riduceffe	riduceffi	131 18	tanti	tante
43 7	vdito men	vdito in tempo men'	134 7	ristretto	ristretto
46 12	la C	la A C	137 15	A H B.	A N B.
47 5	BE	BF	142 nell. fi. Y		I
49 5	infinita	infinità	142 32	CG,	E G,
56 3	starà	sarà	144 nell. fi. Y		I
56 6	da	di	154 10	ab I	ab F
60 7	COI	COA		E	E
60 10	Intendof	Intendafi	154 nell. fi. I		F
63 2	deffrutta, ma	deffrutta. Mâ	154 20	mouetur I	mouetur F
64 1	quelli	quali	154 22	mobili I	mobili F
64 2	del	dal	154 23	ab I	ab F
64 17	gli	le	156 11	equabili	equabile
64 18	aggiugnendogli	aggiugnendole	160 7	fia velocità	fia la velocità
64 18	aggiugnerli	aggiugnerle	161 11	accedere	accadere
65 7	gli	le	163 31	fâ	fû
65 9	Gli	Le	165 10	alterazioni	altercazioni
65 25	diece	dice	166 33	rotunda	rotonda
73 2	la	le	166 34	termine	termini
73 5	pocco	fiocco	170 31	deficiunt enim	deficiunt enim
73 16	moſtrarei	moſtrarei	171 nell. fi. A, D, E		A, D, E, F, G
73 19	occadere	accadere	172 31	alquanto	alquanto
74 15	E	E'	173 25	figurato mi	figuratomi
74 30	caduta dodici	caduta di dodici	173 29	che ſi paſſò	che ei paſſò
75 13	ne ve	ve ne	173 31	tutti tempi	tutti i tempi
75 20	men	vien'	174 7	dal	del
75 22	aggiuſto	aggiuſto	175 11	appoggia	appoggia
75 26	E	E	178 5	protractæ, intelli-	protractæ intelli-
77 26	noúee cen cinquan-	nouecencinquanta	gant. momenta	gant. momenta	
	ta		178 7	Conficiuntur	Conficiantur
78 6	totali	totale	179 21	ad BD	ad BI
78 18	haueſſe	haueſſe	184 12	ut EF	ut CA
80 10	trouandola	trouandolo	184 13	ad DH	ad DA
80 19	poſſe	poſſo	186 28	artifici	artefici
80 29	ſi	ſia	187 33	de planis	. De planis
80 29	Apparechiato	Apparecchiato	188 1	productis. Quòd	productis, quòd
82 28	e ſe	eſſe	188 2	DE	DF
83 28	dalle	delle	197 6	B A E	B E A
86 25	queſto ſi	queſto non ſi	204 18	AB	AC
87 9	e' l piombo, e' l ſi-	e' l piombo, e' l ſi-	207 13	CT	CD
	ghero	ghero	207 33	acquiſitæ	acquiſitæ
87 18	uno hà	uno, hà	211 11	id	idem
94 13	dalla	della			

213 nell fig.



Fac. Ver.	Errori.	Correzioni.	Fac. Ver.	Errori.	Correzioni.
213	11 per l B.	per SB	254	22 <i>matenerfi</i>	<i>mantenerfi</i>
216	5 A B C. Tempus	A B C, tempus	255	8 <i>respondere</i>	<i>rispondere</i>
223	3 F D	F B	263	2 <i>e</i>	<i>e</i>
227	25 <i>proportione</i>	<i>portione</i>	263	13 <i>percoziente</i>	<i>percoziente</i>
229	15 &c	&c.	264	9 <i>altre</i>	<i>oltra</i>
229	32 M C, &c	M G ad M D, &c	264	23 <i>dubio</i>	<i>dubbi</i>
231	32 duos	duas	266	6 <i>media</i>	<i>mediam</i>
246	30 <i>molto per</i>	<i>molto, per</i>	271	17 <i>dùpla &c</i>	<i>dupla est</i>
246	32 <i>spazio, deurebbe</i>	<i>spazio deurebbe</i>	278	1 <i>femiparabolorum</i>	<i>femiparabolarum</i>
248	16 <i>notia</i>	<i>notizia</i>	278	1 <i>præcedenti</i>	<i>sequenti</i>
249	1 <i>sopranaturai</i>	<i>sopranaturale</i>	286	8 <i>a f</i>	<i>a i</i>
249	8 <i>otter</i>	<i>ostener</i>	286	9 <i>il</i>	<i>fl</i>
251	25 <i>mensuram</i>	<i>mensura</i>	299	28 <i>etiam</i>	<i>&c</i>
252	8 <i>tempore atque</i>	<i>tempore, atque</i>	301	7 <i>.at</i>	<i>, ut</i>

F I N I S.

