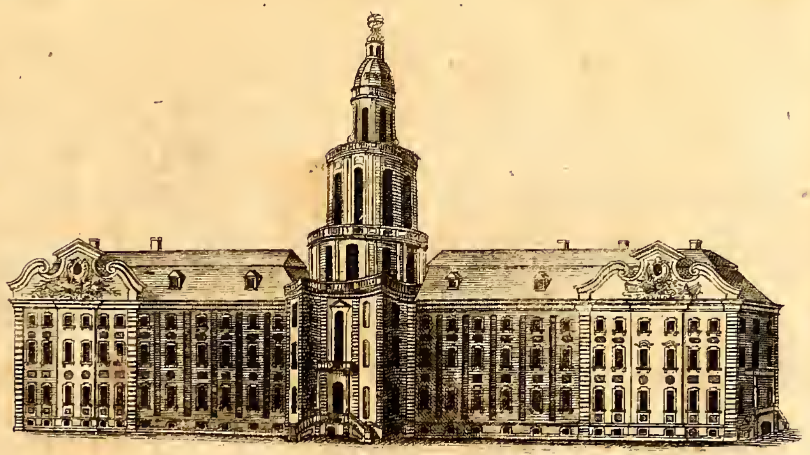
TENTAMEN NOVAE THEORIAE MVSICAE

EX
CERTISSIMIS
HARMONIAE PRINCIPIIS
DILVCIDE EXPOSITAE.

AVCTORE
LEONHARDO EVLERO.



PETROPOLI, EX TYPOGRAPHIA ACADEMIAE SCIENTIARVM.
 cIↄ Iↄ cc XXXIX.

PRAEFATIO.

EAs res, quibus muſica auditui grata redditur, animosque voluptate afficit, neque in arbitrio hominum poſitas eſſe, nec a conſuetudine pendere, iam primis temporibus, quibus Muſica excoli coepit, ſatis luculenter intelligebatur. Pythagoras enim, qui primus muſicae fundamenta poſuit, iam agnouit rationem conſonantiarum, quibus aures delectentur, in proportionibus perceptibilibus latere, etiamſi ipſi nondum conſtaret, quo pacto hae rationes ab auditu percipiantur. Quoniam autem vera harmoniae principia minus diſtincte perſpexerat, proportionibus ſuis nimium tribuerat, neque ipſis debitos limites conſtituere nouerat; quam ob cauſam ab Ariſtoxeno merito eſt reprehenſus: qui vero vt Pythagorae doctrinam infringeret, in alteram partem contrariam nimium receſſit, dum omnem numerorum et rationum vim ex muſica tollere eſt annisus. Interim tamen nec hic Ariſtoxenus aſſerere auſus eſt, melodiam bene compoſitam auribus temere ac ſine vlla ratione placere: ſed tantum voluptatis cauſam in proportionibus a Pythagora ſtabilitis ſitam eſſe negauit; atque dum totum de conſonantiis iudicium auribus relinquendum putauit, ipſum fontem ignorare maluit, quam doctrinam Pythagorae inſufficientem multisque erroribus adhuc inuolutam admittere. Hoc quidem tempore multo maiori iure dubitandum videatur, an vlla omnino detur theoria muſica, per quam, cur melodia quaepiam placeat displiceatue, explicari queat? non ſolum enim nos barbarorum muſicam, quae ipſis mirifice placere ſolet, abominamur, ſed hi viciſſim in noſtra muſica

nihil

nihil omnino ſuauitatis inueniunt. Quod ſi autem quis hinc inferre velit, nullam prorſus dari rationem eius ſuauitatis, quam ex muſica percipimus, is profecto nimis praecipitanter iudicaret. Cum enim hoc quidem tempore compoſitio muſica maxime ſit complexa et fere innumerabilibus partibus complicata; neque de noſtra probatione nec de barbarorum auerſatione ante iudicium integrum ferre licet, quam ſingulae partes componentes attente ſint conſideratae et examinatae. Quando autem a ſimpliciſſimis conſonantiis, ex quibus omnis muſica componitur, initium iudicandi ſumimus, cuiusmodi ſunt octaua, quinta, quarta, tertiae et ſextae tam maiores quam minores, nullum omnino diſſenſum inter omnes nationes deprehendimus; quin potius omnes haec interualla vnanimi conſenſu auditui magis grata aeſtimant, quam diſſonantias, tritonum ſcilicet, ſeptimas, ſecundas, innumerasque alias, quae effici poſſunt. Cuius conſenſus cum neque nulla detur ratio, neque ſoli conſuetudini adſcribi queat, vera cauſa merito inueſtigatur. Similis deinceps fere eſt ratio duarum pluriumue conſonantiarum ſeſe ſucceſſiue inſequentium, quarum conſecutio ſine ratione neque placere neque displicere poteſt. Maior autem attentio ac facultas requiritur ad voluptatem ex pluribus conſonantiis ſucceſſiuis capiendam, quam ex ſolitariis: vt enim ſingulae conſonantiae placeant, ſufficit, ſi eae agnoſcantur, atque ordo, qui in ipſis ineſt, percipiatur; at ſi plures conſonantiae ſucceſſiue efferantur, ad placendum inſuper neceſſe eſt, vt etiam ordo, qui in ipſa conſecutione continetur, intelligatur. Quod ſi ergo harum rerum, in quibus certus ineſt ordo, multiplicitas tantopere augeatur, vt omnia quae ordi-

men

nem conſtituunt, non niſi ab acutiſſimis auribus percipi queant, mirum non eſt, ſi hebetiores aures nullam penitus ſuauitatem inueniant. Cum igitur barbari ex noſtra muſica parum aut nihil voluptatis capiant, eius rei cauſa minime in hoc verſatur, quod vel reuera nihil prorſus inſit ſuauitatis, vel nobis ſolum ob conſuetudinem placeat: ſed potius iudicandum eſt, tam multiplicem ordinem ac ſuauitatem in noſtra muſica ineſſe, cuius minima pars tantum a barbaris percipiatur. Hoc autem in negotio conſuetudo plurimum valet, non quidem ad ſibi perſuadendum, compoſitionem quandam muſicam eſſe gratam, quae aliis ingrata videatur, ſed ad ipſum ſenſum auditus exercendum atque exacuendum, vt omnes ordines, quibus talis muſica eſt repleta, percipere poſſit. Qui igitur aures ſuas hoc modo nondum exercerunt ac perfecerunt, iis muſica planiſſima, qua nos

ob

ob ſummam ſimplicitatem faſtidio afficimur, quia copioſioribus compoſitionibus aſſuefacti multo plus ordinis requirere ſolemus, eſt relinquenda. Cum itaque ex his memoratis tam rectis iudiciis quam peruerſis clare ſequatur, dari omnino theoriam muſicam, in qua ex certiſſimis atque indubitatis principiis ratio eorum, quae tam placent quam diſplicent, explicari queat, in praeſenti opere haec principia inueſtigare, iisque theoriam muſicae ſuperſtruere conſtitui. Quanquam enim iam multi hunc laborem ſuſceperunt, tamen omnes vltra doctrinam de conſonantiis non ſunt progreſſi, et ne hanc quidem ita abſoluerunt, vt in muſica practica ad vſum perduci poſſet: quantum autem in hoc libro ſit praeſtitum, etſi totum negotium non abſoluimus, aliis relinquimus iudicium: interim praecepta ex noſtra theoria nata cum muſica maximè

proba-

probata tam egregie conſentiunt, vt de ſoliditate et veritate huius theoriae dubitare omnino nequeamus. Officium enim Phyſici in hoc inſtituto potiſſimum ſumus ſecuti, atque in veras cauſas inquiſiuimus earum rerum, quae in muſica cum placere tum etiam diſplicere obſeruantur; quod ſi ergo theoria cum experientia conſentiat, officio praeſcripto rite functi iure nobis videmur.

Primum igitur doctrinam de ſonis ex ipſis fontibus repeti conueniebat, quam non ſolum accuratius, quam adhuc factum eſt, expoſuimus, ſed etiam quod praecipuum erat, ad muſicae fundamenta conſtituenda accommodauimus. Dilucide ſcilicet oſtendimus, in quali particularum aerearum motu vibratorio omnis ſonus conſiſtat, et quonam pacto iſte motus ſenſum auditus afficiat, vt inde perceptio ſoni exſurgat. Ita inotuit auditionem ſoni ſimplicis nil aliud eſſe, niſi perceptionem plurium pulſuum aequalibus temporis interuallis ſe inuicem inſequentium, atque discrimen grauitatis et acuminis ſonorum in frequentia iſtorum pulſuum ita eſſe poſitum, vt quo plures pulſus eodem tempore aures percutiant, eo ſonus acutior aeſtimetur. Deinde varios modos ſonos efficiendi ſumus perſcrutati, quos ad tria genera reuocauimus, atque a priori celeritatem pulſuum, quos datum corpus ſonorum in aerem transfert, determinauimus; ex quo adeo numerum pulſuum, quem quisque ſonus in muſica receptus interuallo vnius minuti ſecundi edit, definire licuit. Atque in hac tractatione nouam omnino theoriam ſonorum, quos fiſtulae ſeu tibiae inflatae reddunt, exhibuimus, cuius cum experientia conſenſus eſt tantus, vt ea neceſſario pro vera habenda videatur. Praeterea quoque

vim

vim ac vehementiam ſonorum diligenter inueſtigauimus, atque modum aperuimus ſingula inſtrumenta muſica ita conficiendi, vt omnes ſoni, ratione grauitatis vtcunque diuerſi, aeque tamen fortes efficiantur, ex quo non parum ſubſidii in fabricationem inſtrumentorum muſicorum redundare videtur.

Duplici autem Theoria muſica nititur fundamento, quorum alterum in accurata ſonorum cognitione continetur, id quod ad ſcientiam naturalem proprie pertinet, ac primo capite ſatis ſuperque eſt expoſitum. Alterum vero principium ex metaphyſica potius eſt petendum; quippe per quod definiri oportet, quibus rebus efficiatur, vt plures ſoni tam ſimul quam ſucceſſiue ab auditu percepti placeant diſpliceantue; quam quaeſtionem cum ratione tum experientia ducti ita reſoluimus, vt binos pluresue ſonos tum placere ſtatueremus, cum ratio, quam numeri vibrationum eodem tempore editarum, inter ſe tenent, percipiatur: contra vero diſplicentiam in hoc conſiſtere, quando vel nullus ordo ſentiatur, vel is qui adeſſe debere videatur, ſubito perturbetur. Deinde expoſuimus, quomodo ordo ſonorum, qui ratione vibrationum ſimul vel aequalibus temporibus editarum continetur, diſtincte percipiatur; ex quo mox colligere licebat, alias rationes perceptu eſſe faciliores alias difficiliores: atque in cauſam huius diſcriminis inquirentes facultatem percipiendi ad gradus perduximus; qui non ſolum in muſica maximi ſunt momenti, ſed etiam in aliis diſciplinis et artibus, quibus venuſtas eſt propoſita, ingentem vtilitatem afferre queant. Gradus autem iſte ſecundum ſimplicitatem rationum percipiendarum ſunt diſpoſiti, atque ad eundem gradum omnes eae ratiotiones relatae, quae aequali facultate percipi poſſunt: ita ad primum gradum vnica pertinet ratio omnium ſimpliciſſima aequalitatis, quae vbicunque adeſt mox facillime animaduertitur, eamque duo ſoni aequales conſtituunt. Hunc excipit gradus ſecundus ad quem pariter plus vna ratione referri non licet, quae eſt ratio dupla; haec enim facilius percipitur quam omnes aliae praeter rationem aequalitatis, atque in ſonis interuallum, quod diapaſon ſeu octaua vocatur, comprehendit. Ad tertium vero gradum duas rationes triplam ſcilicet et quadruplam referre eſt viſum, cum hae duae rationes aequali facultate percipiantur: atque hoc modo reliquos gradus ordine ſumus perſecuti, vnicuique rationibus perceptu aeque facilibus tribuendis. Ipſos veros hos gradus ſuauitatis appellamus, eo quod ex iis intelligatur, quantam quaeque conſonantia ſuauitatem in ſe habeat, ſeu quod eodem redit, quanta facultas ad eam percipiendam requiratur: vnde intelligitur quanto aliae rationes aliis facilius, vbicunque affuerint, animaduerti queant. Perſpicuum praeterea erit diſcrimen hoc rationum non in nominibus, quae veteres ipſis impoſuerunt, eſſe ſitum, neque vti Pythagoreis viſum eſt, rationes multiplices facilius percipi, quam ſuperparticulares, neque has facilius quam ſuperpartientes: ſed criterium ex longe alio fonte eſſe petendum, ex quo multo ſolidior et experientiae maxime conueniens cognitio ac diiudicatio conſonantiarum naſcatur. Atque his duobus principiis phyſico altero, altero metaphyſico totam theoriam muſicae ſuperſtruximus.

Quod ad ipſam pertractionem operis attinet, ante omnia notandum eſt muſicam duabus potiſſimum abſolui partibus quibus

quibus ipſi gratia et lepos concilietur: quarum altera discrimini inter grauitatem atque acumen ſonorum innititur, altera vero in duratione ſonorum conſiſtit. Hodierna quidem muſica vtroque ſuauitatis genere maxime ſolet eſſe condita: interim tamen etiamnunc exempla conſpicere licet, in quibus alterutrum genus tantum gratiam excitat. In hoc vero tractatu eam praecipue ſuauitatem euoluere conſtituimus, quae ex discrimine ſonorum ratione grauitatis et acuminis naſcitur; cum alterum genus tractatu minus ſit difficile, atque ex altero explicato facile conficiatur. Quemadmodum enim in discrimine grauitatis et acuminis aliae proportiones locum adhuc non inueniunt, niſi quae numeris 2, 3 et 5 conſtituantur, ita in discrimine durationis ne hucusque quidem muſici pertigerunt, ſed omnem huius generis ſuauitatem ex ſolis numeris 2 et 3 traxe-

traxerunt, neque etiam auditus in hoc genere rationes tam compoſitas comprehendere valet, quam in altero. In ipſa igitur compoſitionis muſicae, quae ad differentiam inter ſonos graues et acutos tantum reſpicit, explicatione initium factum eſt a conſonantiis ſeu pluribus ſonis ſimul ſonantibus; vbi non ſolum omnes conſonantiae, quae quidem in muſica occurrere poſſunt, ſunt recenſitae, ſed etiam ſecundum genera ſuauitatis diſpoſitae, ex quibus ſtatim diiudicari poteſt, quanto aliae conſonantiae aliis facilius percipi queant. Deinde ad ſucceſſionem duarum conſonantiarum ſumus progreſſi, atque oſtendimus, quomodo duas conſonantias comparatas eſſe oporteat, vt ipſa etiam ſucceſſio auditui grata reddatur. Tum vero idem inſtitutum extendimus ad plurium conſonantiarum ſeriem; atque adeo ad opera muſica quaecunque, quandoquidem durationis ſono-

rum

rum nulla ratio habetur. Iudicium autem harum ſingularum rerum ad exponentes numericos reuocauimus, in quibus omnis vis ac natura tam conſonantiarum ſingularum quam binarum pluriumue ſucceſſionis contineatur; ex quo nati ſunt primo conſonantiarum ſimplicium exponentes, deinde exponentes ſucceſſionis duarum conſonantiarum, tertioque exponentes ſerierum conſonantiarum plurium ſe inuicem inſequentium, quibus tribus rebus vniuerſa muſica in genere conſiderata abſoluitur. Hinc porro ſumus deducti ad varias compoſitionum muſicarum ſpecies, ac primo quidem ſe obtulit doctrina de generibus muſicis; ita definito genere muſico, vt ſit complexio variorum ſonorum ad harmoniam producendam idoneorum; cuius pertractationem pariter ad conſiderationem exponentium reduximus. Enumerauimus itaque omnia genera muſica initio a ſimpliciſſimis facto vsque ad maxime compoſita, qualia quidem auditus adhuc tolerare poteſt: atque in hac enumeratione mox incidimus in genera tam antiquiſſimis quam recentioribus temporibus vſu recepta, cuiusmodi erant genus Mercurii ſimpliciſſimum, diatonicum, chromaticum atque enharmonicum veterum, quorum bina priora quidem apprime cum iis, quae harmonia nobis ſuppeditauit, congruebant; at reliquorum chromatici ſcilicet et enharmonici ſimilitudo tantum conſpicitur. Cum enim veteres partim ſolo auditu partim ratione confuſa ducti eo pertigerint, mirandum non eſt, ſi tantum ſimulacra verae harmoniae ſunt nacti; interim tamen iam ipſos defectum horum ſuorum generum agnouiſſe palam eſt. Circa genus etiam diatonicum diu fuerunt occupati, antequam id verae harmoniae conſentaneum eſſet redditum, quippe quod

Pto-

Ptolemaeo demum acceptum eſt referendum. Neſtrum denique genus decimum octauum mirifice cum eo, quod nunc maxime eſt in vſu et diatonico-chromaticum appellari ſolet, congruit: continet namque in vna octaua duodecim ſonos aequalibus fere interuallis a ſe inuicem diſtantes, hemitoniis ſcilicet et limmatis ſiue maioribus ſiue minoribus. Quamuis autem hoc genus iam pridem ſit vſu receptum, tamen perpetuo muſici nouas emendationes, quibus id auditui gratius efficeretur, intulerunt, quod negotium ipſis quoque tam proſpere ceſſit, vt ea ſonorum diſpoſitio, quae nunc quidem muſicis maxime probatur, vnico ſono *B* ſignato a vera harmonia diſſentiat, quantus conſenſus a ſolo auditu vix ſperari potuiſſet.

Hoc igitur genus diatonico-chromaticum cum veris harmoniae principiis

piis perfectiſſime conciliatum fuſius ſumus perſecuti, atque ad quam varios componendi modos id ſit accommodatum, expoſuimus: nonnulla tamen etiam genera magis compoſita exhibuimus, vt appareat, quantae amplificationis muſica etiamnum ſit capax. Deinde ad genus diatonico-chromaticum reuerſi omnes conſonantias enumerauimus, quae in hoc genere locum inuenire poſſunt, et quo pacto quaeque ſuauiſſime ſit efferenda, indicauimus. Denique doctrinam de modis muſicis accuratius, quam adhuc fieri licuit, pertractauimus, ſingulosque modos in ſuas ſpecies ac ſyſtemata ſubdiuiſimus, quibus rebus compoſitioni muſicae non parum lucis accedere videtur. Haec autem omnia tanquam prima tantum fundamenta, quibus completa muſicae theoria ſit ſuperſtruenda, proponimus, atque vlteriorem euolutionem et ad praxin accommodationem expertis

mu-

musicis committimus, minime dubitantes, quin tam musica theoretica quam practica ex his principiis tandem ad summum perfectionis fastigium perduci possit.

INDEX

INDEX CAPITVM.

CA-

CAPVT PRIMVM.

DE

SONO ET AVDITV.

§. 1.

CVm muſicam nobis propoſitum ſit ad modum philoſophicarum diſciplinarum pertractare, in quibus nihil, niſi cuius cognitio et veritas ex praecedentibus explicari poſſit, proferre licet: ante omnia eſt exponenda doctrina de ſonis et auditu, quorum illi materiam, in qua muſica verſatur, conſtituunt, hic autem ſcopum et finem eius, qui eſt delectatio aurium, complectitur. Docet enim muſica varios ſonos ita efficere et ſcite coniungere, vt grata harmonia ſenſum auditus ſuaniter afficiant. Quae itaque de ſonis exponere inſtitutum noſtrum requirit, ſunt eorum natura, productio et varietates; quarum rerum ſufficiens cognitio ex Phyſica et Matheſi eſt petenda. Deinde vero ſi cum his praecipua auditus organa conſiderentur, audiendi rationem ac ſonorum perceptionem intelligemus. Quae autem quantam vtilitatem allatura ſint ad muſicae fundamenta ſtabilienda et confirmanda, cuique ex eo perſpicuum erit, quod ſuauitas ſonorum a perceptionis ratione pendeat, ex eaque debeat explicari.

§. 2. Statuunt omnes, qui hac de re probabilia saltem scripserunt, sonum in aëre consistere, huncque eius quasi vehiculum esse, quo a fonte quaquauersus circumferatur. Neque vero aliter res se habere potest, cum nihil nisi aer exiſtat, quod aures nostras circumdet, in iisque mutationem efficere possit. Nam quamuis obiiciatur, auditus rationem fortasse eodem modo comparatam esse, quo olfactus et visus; qui sensus non aëre, sed veris ex obiecto emissis effluuiis excitantur: tamen ope antliae pneumaticae demonstratur, si instrumentum sonorum in loco ab aëre vacuo sit constitutum, ita vt cum aëre nullam prorsus habeat communicationem, nullum plane sonum, quantumuis prope accedas, percipi posse. Statim vero ac aëri ingressus permittitur, sonus iterum auditur. Ex quo consequitur, aërem eiusque mutationem, quam instrumentum sonum edens in eo producit, veram esse soni caussam, atque proximam.

§. 3. Vt vero constet, quae sit ista aëris mutatio et modificatio sensum soni excitans, considerari conueniet casum particularem, quo sonus producitur, et inuestigari effectum in aëre ex eo ortum. Hanc ob rem attendamus ad chordam tensam, quae pulsata sonum edit. At pulsu in chorda nihil aliud efficitur nisi motus tremulus, quo ea intra suos terminos nunc cis nunc vltra situm quietis velocissime extrauagatur. In crassioribus quidem chordis hic motus etiam oculis facile percipitur, in tenuioribus vero etiamsi cerni nequeat, inesse tamen non dubitandum est. Praeterea qui vel manu campanam sonantem attingit, totam contremiscentem sentiet.

Denique

vero mox ex Mechanicae legibus oſtendetur, tam chordam quam campanam praeter motum tremulum a pulſu nil aliud recipere poſſe, et hanc ob rem ſtatui debebit ſoni rationem in ſolo motu tremulo eſſe quaerendam.

§. 4. Cum igitur aëris mutatio, quam corpus tremulum in eo producit, ſenſum ſoni immediate efficiat et excitet; inquirendum eſt, quomodo aër a corpore tremulo afficiatur. Videmus autem motum tremulum conſiſtere in ſucceſſiuarum vibrationum repetitione. Hisce ſingulis vibrationibus aër corpus tremulum ambiens percutitur, ſimilesque vibrationes recipit, quas pari modo in vlteriores particulas aëreas transfert. Hacque igitur ratione iſtiusmodi pulſus et vibrationes in toto circumfuſo aëre excitantur; atque iſta pulſuum in aërem translatio peragitur qualibet corporis tremuli vibratione. Ex quibus perſpicitur ſingulas aëris particulas ſimili motu vibratorio contremiſcere debere, quo ipſum corpus: hoc tantum diſcrimine, quod pulſus eo minores et debiliores fiant, quo longius a fonte diſtent; donec tandem in nimis magna diſtantia nil amplius percipi poſſit.

§. 5. Ex his intelligitur praeter pulſus per aërem promotos a corpore ſonante ad aures nihil deferri; quam ob rem neceſſe eſt, vt hi ipſi pulſus in aëre excitati et in organum auditus incurrentes ſoni ſenſum producant. Hoc vero modo ſenſatio abſoluitur: Exſtat in interna auris cauitate membrana expanſa a ſimilitudine tympanum dicta, quae ictus aeris recipit eosque vlterius ad neruos auditorios promouet; hocque fit, vt dum neruì afficiuntur, sonus sentiatur. Est igitur sonus nihil aliud, nisi perceptio ictuum successiuorum, qui in particulis aëris, quae circa auditus organum versantur, eueniunt: ita vt quaecunque res huiusmodi ictus in aëre producere valeat, ea etiam ad sonum edendum sit accommodata.

§. 6. Propagatio soni per aërem non perficitur puncto temporis, sed determinato tempore opus habet, quo per datum spatium propellatur. Motus autem, quo progreditur est aequabilis, et neque a vehementia soni neque eius qualitate pendet. Progreditur vero omnis sonus, vt tam ex experimentis apparet, quam ex computatione theoretica aëris et pulsuum natura colligere licet, tempore minuti secundi per spatium 1100 pedum Rhenanorum, duobusque minutis sec. percurrit 2200. ped. tribus 3300. et ita porro. Obseruamus etiam hanc sonorum tarditatem quotidie; longius enim distantis tormenti, cum exploditur, sonitum aliquanto post fulgetrum percipimus, cum tamen tormento propius adstantes vtrumque simul sentiamus. Ob similem caussam etiam tonitru demum post fulgur audimus, et vocum repetitiones nonnullis in locis, quae echo dicuntur, tardius ipsum clamorem sequuntur.

§. 7. Quidquid igitur minimas aëris particulas ita commouere valet, vt huiusmodi motum tremulum recipiant, id etiam sonum producet. Ad hoc vero efficiendum non solum corpora dura sunt idonea, sed praeter ea duo alii reperiuntur modi sonos edendi; ex quo etiam

etiam tria ſonorum genera, ſi ad cauſſas reſpiciatur, naſcuntur. Primum eſt eorum, qui a corpore tremulo oriuntur, cuiusmodi ſunt chordarum campanarumque ſoni. Alterum genus eos comprehendit, qui ab aëre vehementer compreſſo ſeſeque ſubito reſtituente proſiciſcuntur, vt ſoni ſclopetorum, tormentorum, tonitrui, et virgae per aërem celerrime vibratae. Ad tertium referuntur ſoni inſtrumentorum, quae inflata tinniunt, vt fiſtulae, tibiae etc. quorum ſonorum cauſſam non a motu tremulo materiae, ex qua tibiae conſtant, pendere infra docebitur.

§. 8. Ex primo genere praecipue conſiderandae ſunt chordae tenſae ſiue ex metallo ſiue ex inteſtinis animalium confectae, quae vel pulſatione vel attritione ad ſonum edendum cientur. Pulſantur et vellicantur quoque in clauicymbalis, cytharis, aliisque huius generis inſtrumentis; atteruntur vero in panduris, violinis, ope pilorum equinorum tenſorum, quibus colophonio ſcabrities eſt inducta. Vtroque modo chordae motum tremulum recipiunt; etenim primo ex quiete ſituque naturali detorquentur, quo facto ſe in ſitum naturalem reſtituere conantur, et reuera motu accelerato in eum properant. At ingentem celeritatem, quam acquiſiuerunt, cum eo peruenerunt, ſubito amittere non poſſunt, neque ideo in eo ſtatu quieſcere. Quamobrem eas vltra excurrere neceſſe eſt, ſimilique modo eo reuerti; atque hae oſcillationes tamdiu durabunt, quoad ob reſiſtentiam plane euaneſcant.

§. 9. Quot autem huiusmodi oſcillationes chorda pulſata ſeu quouis modo tremula facta dato tempore abſoluat, ex legibus motus calculo definiri poteſt, ſi ad longitudinem chordae eiusque pondus et vim tendentem reſpiciatur. At longitudo pondusque non ſumi debent totius chordae, ſed eius ſolum partis, quae tremula redditur ſonumque edit, et quae duobus hypomochliis ab integra chorda ſeparari ſolet. His ſcilicet impeditur, quominus tota chorda vibrationes perficiat, ſed tanta eius ſolum portio, quanta placet. Quo autem vis tendens cognoſcatur, maxime expedit, chordae altero termino fixo, alteri pondus appendere, locum vis tendentis ſuſtinens. His poſitis ſi longitudo chordae ſonantis ſit a partium milleſimarum pedis Rhenani, pondusque appenſum ſe habeat ad pondus chordae vt n ad 1, erit numerus oſcillationum, quem haec chorda minuto ſecundo abſoluit hic $\frac{355}{113} \sqrt{\frac{3166 n}{a}}$, vbi 113 : 355 denotat rationem diametri ad peripheriam circuli, 3166 ſcrup. praebent longitudinem penduli ſingulis ſecundis oſcillantis.

§. 10. Oſcillationes hae, quoad durant, ſunt iſochronae ſeu omnes abſoluuntur aequalibus temporis interuallis, neque magnitudo earum hanc regulam turbat, niſi forte, cum chorda nimis vehementer pulſatur, ipſo principio vibrationes ſunt celeriores. Chordarum ſcilicet eadem eſt ratio, quae pendulorum, quorum oſcillationes, ſi ſunt admodum exiguae, omnes ſunt aequitemporaneae. Vt regulam ſuperiori paragr. datam exemplo illuſtrarem, ſumſi chordam longitudinis 1510 part. milleſ. ped. Rh. quae ponderabat $6\frac{1}{5}$ gr. tetendi hanc

pon-

pondere 6. libr. seu 46080. gran. Quibus cum §. praec. comparatis erit $a = 1510$ et $n = 46080 : 6\frac{1}{5} = 7432$. quare numerus minuto sec. editarum vibrationum erit $\frac{355}{113} \sqrt{\frac{3166 \cdot 7432}{1510}}$ i. e. 392. Huic autem sono congruere deprehendi in instrumento clauem signatam *a*.

§. 11. Si plures habeantur chordae tensae, facile ratio, quam earum vibrationes inter se habent, determinatur, est scilicet in qualibet chorda numerus vibrationum dato tempore editarum vt $\sqrt{\frac{n}{a}}$ i. e. vt *radix quadrata ex pondere tendente diuiso et per pondus chordae et per eius longitudinem.* Si ergo chordae fuerint eiusdem longitudinis erunt vibrationum eodem tempore editarum numeri, vt *radices quadratae ex ponderibus tendentibus diuisis per pondera chordarum.* Si chordae et longitudine et pondere fuerint aequales, erunt vibrationum numeri, vt *radices quadratae ex ponderibus tendentibus.* Atque si pondera tendentia sint aequalia et ipsae chordae tantum longitudine differant, erunt vibrationum numeri reciproce, vt *quadratae radices ex longitudine ducta in pondus* i. e. *reciproce vt longitudines chordarum*, quia pondera longitudinibus sunt proportionalia.

§. 12. A tarditate et celeritate vibrationum pendet sonorum distinctio in graues et acutos, eoque sonum grauiorem esse dicimus, quo pauciores vibrationes eodem tempore auditus organum feriunt; eoque acutiorem, quo plures eiusmodi vibrationes eodem tempore sentiuntur. Veritas huius ex ipsa experientia constat, si enim eidem chordae successiue varia pondera appendantur, sonos ab iis editos acutiores percipimus, si maiora sint pondera appensa; at grauiores erunt, quo pondera ſunt minora; Certum autem eſt ex praecedentibus maiora pondera celeriores vibrationes producere. Hanc ob rem, cum in muſica praecipue ſonorum grauitatis et acuminis diſcrimen ſpectetur, ipſos ſonos ſecundum vibrationum certo quodam tempore editarum numerum metiemur, ſeu ſonos, vt quantitates conſiderabimus, quarum menſuras vibrationum determinato tempore editarum numeri conſtituunt.

§. 13. Quemadmodum vero noſtris ſenſibus res neque nimis magnas neque nimis paruas concipere poſſumus, ita etiam in ſonis quaepiam mediocritas requiritur; ſonique omnes ſenſibiles intra certos terminos erunt conſtituti, quos qui transgrediuntur propter nimiam vel grauitatem, vel acumen auditus ſenſum amplius non afficiant. Termini iſti quodammodo poſſunt determinari, cum enim ſonus *a* inuentus ſit edere 392 vibrationes minuto ſecundo, ſonus littera C ſignatus interim 118. abſoluit, et ſonus $\bar{\bar{c}}$ 1888. Si iam ponamus ſonos duabus octauis et acutiores et grauiores audiri adhuc vix poſſe, habebimus extremos perceptibiles ſonos numeris 30 et 7520 expreſſos; quod interuallum ſatis eſt amplum et ingentem ſonorum variationem admittit, quippe quod octo interualla octauas dicta complectitur.

§. 14. Poſt diſcrimen ſonorum grauium et acutorum conſideranda eſt eorum vehementia et debilitas. Eſt autem vehementia eiusdem ſoni diuerſa pro auditoris loco; quo enim longius auditor a chorda pulſata diſtat, eo debiliorem percipit ſonum, cum propagatio pulſuum vti luminis per aërem perpetuo fiat languidior. Ratio huius decrementi eſt, quod in maioribus diſtantiis ſonus in maius ſpatium diffundatur; ſcilicet in dupla diſtantia ſpatium, quo eſt perceptibilis, eſt quadruplo maius, quam in ſimpla; quamobrem cum ibi aggregatum omnium pulſuum aeque eſt magnum ac hic, ſequitur ſonum in dupla diſtantia eſſe quadruplo debiliorem. Similiter in tripla diſtantia noncuplo debiliorem eſſe oportet, et ita porro, ita vt vehementia ſoni in duplicata ratione diſtantiarum decreſcere debeat.

§. 15. Haec ita ſe habent, ſi ſonus quaquauerſus ſe aequaliter expandit. At ſi eiusmodi fuerint circumſtantiae, vt ſonus in vnam plagam magis propellatur, quam in aliam, fortior quoque ibi percipietur, quam iuxta regulam oporteret. Vt ſi quis per tubum vociferatur, is qui aurem ad alteram extremitatem tubi admouet ſonum propemodum tam vehementem ſentiet, quam ſi ex ipſo ore clamantis vocem excepiſſet. Similis eſt ratio tubarum ſtentoreophonicarum, per quas ſonus potius in eam regionem, in quam tuba dirigitur, propellitur quam in aliam, ob eamque cauſſam fortior euadit. Reflectuntur enim etiam ſoni vt radii luminis a ſuperficie laeui et dura, atque hoc modo radiorum ſonorum, quos ad ſimilitudinem radiorum lucidorum ita appellare liceat, directio immutatur, quo fieri poteſt, vt plures in eundem locum coniiciantur.

§. 16. Cum chorda pulſata quauis oſcillatione pulſus per aërem transmittat, neceſſe eſt, vt eius motus perpetuo fiat remissior, ideoque sonus debilior. Vtique obseruatur hoc in chordis vibrantibus, initio enim sonus est maxime intensus, tum vero pedetentim fit languidior, donec tandem prorsus cesset; interim tamen oscillationes manent isochronae, sonusque nihilominus eundem grauitatis et acuminis gradum retinet. Pendet haec intensitas ipso initio in eadem chorda a vi pulsante, vt quo maior haec sit, eo fortior quoque prodeat sonus. Initio tamen, si pulsatio fuerit nimis vehemens, chordaeque detorsio ex situ naturali nimis magna, sonus acutior editur quam postea; atque cum oscillationes maius spatium occupent, aëri non tam regulares vibrationes imprimuntur; quo fit, vt soni tum minus grati minusque distincti edantur.

§. 17. Euenit hoc potissimum, si chorda nimis est laxa neque satis tensa, tum enim maiores in oscillando redduntur excursiones sonusque neque aequabilis neque gratus existit. Hanc ob caussam ad sonos suaues et aequabiles producendos requiritur, vt chordae, quantum fieri potest, tendantur, tantaque pondera appendantur, vt tantum non disrumpantur. Vis autem chordarum ex eadem materia confectarum est crassitiei proportionalis, quare et pondera tendentia chordas ad ruptionem vsque sunt vt crassities. Sed chordarum crassities sunt suis ponderibus per longitudinem diuisis proportionales, propterea pondera tendentia debebunt esse in chordarum ponderum ratione directa et longitudinum inuersa. Id est, si ponatur chordae pondus q, longitudo a, pondusque tendens p oportet sit p vt $\frac{q}{a}$, seu $\frac{ap}{q}$ debet esse constantis magnitudinis.

§. 18.

§. 18. Quo autem soni proueniant aequaliter fortes, oportet praeter longitudinem chordae pondusque tendens attendere ad vim pulsantem. Locus etiam, quo chorda vellicatur vel pulsatur, considerandus esset, sed si ponamus chordas omnes in medio, vel, quod eodem redit, in locis similibus impelli, haec conditio in computum non ingredietur. Ex hoc fit, vt, quo maior fit vis pulsans, eo fortior euadat sonus. Solent autem omnia fere instrumenta musica ita esse confecta, vt cunctae chordae aequaliter percutiantur, quamobrem vim pulsantem semper eandem ponemus. Vehementia deinde soni pendet a celeritate, qua aëris particulae quauis chordae vibratione in aurem impingunt, haecque ex celeritate chordae maxima est aestimanda. Est vero haec celeritas proportionalis radici quadratae ex pondere chordam tendente diuiso per longitudinem eius. Consequenter, quo soni fiant aequabiles, necesse est, vt pondus tendens semper sit vt chordae longitudo.

§. 19. Manentibus ergo superioribus litteris a, p et q, debet esse $\frac{p}{a}$ vbique eiusdem magnitudinis. Ante vero iam est inuentum $\frac{ap}{q}$ constans esse oportere, quare hoc per illud diuiso quotus prodiens $\frac{aa}{q}$ debet esse constans, seu $\frac{q}{a}$ ad a eandem in omnibus chordis tenere rationem. Sed $\frac{q}{a}$ est chordae crassitiei proportionalis, adeoque chordae crassities longitudini proportionalis esse debet, similiterque etiam eidem longitudini pondus tendens. Ipse autem sonus editus est vt $\sqrt{\frac{p}{aq}}$, in quo si loco p et q proportionalia a et a^2 substituantur, erit sonus recipro-

 ce

ce vt chordae longitudo. Hanc ob rem et pondus tendens et longitudinem et pondus chordae proportionalia eſſe oportet reciproce ipſi ſono edendo, ſeu numero vibrationum dato tempore abſoluendarum. Quae regula in conficiendis inſtrumentis muſicis eximium habebit vſum.

§. 20. Diximus ſonum minus fore gratum, ſi chorda non fuerit ſatis tenſa, propterea quod excurſiones inter vibrandum factae ſint nimis amplae, ab iisque aër potius inſtar venti promoueatur, quam ad oſcillationes peragendas incitetur. Niſi enim ſubito ingenti celeritate aër percutiatur, non facile motum tremulum, qualis ad ſonum requiritur, recipit; quo autem magis chorda eſt tenſa, eo maiorem ſtatim poſt pulſum habet celeritatem. Accedit ad hoc, quod iam eſt notatum, ampliores vibrationes minoribus non eſſe iſochronas, vnde ſonus pedetentim fit grauior neque idem permanet. Deinde facile euenit, vt tota chorda non ſimul oſcillationes abſoluat, ſed alia eius pars citius, alia tardius tam ad maximam celeritatem, quam ad quietem perueniat, ex quo ſonus inaequabilis et aſper exiſtit.

§. 21. Praeter has ſonorum differentias in muſica etiam ad durationem ſonorum reſpicitur. In multis quidem inſtrumentis ſonos prolubitu prolongare non licet, vt in iis, quibus chordae pulſu vel vellicatione excitantur. Namque in his ſoni pedetentim fiunt debiliores, et mox penitus ceſſant, et hanc ob rem ſonorum durationibus non tantum effici poteſt, quantum in iis inſtrumentis, quibus ſoni, quoad durant, eandem vim retinent, et quam-

quamdiu placet, produci poſſunt. Huiusmodi ſunt ea, quorum chordae plectro atteruntur, atque quae tibiis ſunt inſtructa aliisque, quae vento cientur, inſtrumentis, vt Organum Pneumaticum aliaque plura. Iſta prae reliquis hanc habent praerogatiuam, vt omnis ſuauitas, quae duratione ſonorum exiſtit, perfecte poſſit exprimi et produci. Menſuratur autem ſoni duratio ex tempore inter initium et finem interiecto.

§. 22. Hactenus ex primo ſonorum genere, qui a corpore tremulo originem habent, ſonos tantum chordarum contemplati ſumus, ſimulque etiam primarias ſonorum differentias enumerauimus et expoſuimus. Nunc igitur antequam ad reliqua genera progrediamur, alia quoque inſtrumenta conſideranda ſunt, quae ſonos ad hoc genus pertinentes edunt. Huiusmodi ſunt campanae, quae pulſatae totae contremiſcunt ſonumque edunt. Difficillimum quidem eſſet ex campanae forma pondereque cognitis, qualem ſonum datura ſit, determinare: attamen, ſi campanae fuerint ſimiles et ex eadem materia confectae, facile apparet ſonos tenere rationem reciprocam triplicatam ponderum, ita vt campana octuplo leuior, edat ſonum eodem tempore duplo plures oſcillationes abſoluentem, et quae vicies ſepties fuerit leuior peragat vibrationes triplo frequentiores.

§. 23. Habentur praeterea inſtrumenta muſica baculis elaſticis vel ex metallo, quibus campanarum ſonos imitantur, vel ex ligno duriore confectis. De his ſi quidem formam habent cylindricam vel priſmaticam, facilius eſt certi quidpiam ſtatuere; ſoni enim tantum a longitudine pendere videntur, cum quaelibet fibra in longitudinem extenſa vibrationes ſeorſim perficere cenſenda ſit. Erunt autem ſoni ſeu vibrationum eodem tempore editarum numeri reciproce, vt quadrata longitudinum baculorum, ſiquidem baculi ex eadem materia fuerint fabricati. Ex diuerſa enim materia conſtantium priſmatum ſoni non ſolum a grauitatis ſpecificae ratione pendent, ſed etiam cohaeſionis et elateris materiae rationem noſſe neceſſe eſt eum, qui ipſos ſonos ex theoria determinare ſuſceperit.

§. 24. Ad ſecundam ſonorum claſſem, eos retuli ſonos, qui vel notabili aëris vehementer compreſſi copia ſubito dimiſſa, vel validiore aëris percuſſione oriuntur. Quorum quidem poſterior modus priori fere eſt ſimilis; propter celerrimam enim vibrationem aër e veſtigio locum cedere non poteſt, ex quo fit vt portio aëris ictum ſuſtinens comprimatur, ſeque quam primum ſibi eſt relicta, iterum expandat. At aërem compreſſum de repente ſe expandentem neceſſe eſt maius naturali ſpatium occupare, et idcirco erit coactus ſe rurſus contrahere, id quod etiam nimium faciet. His igitur alternis contractionibus et expanſionibus, corporis tremuli inſtar, in reliquo aëre pulſus, atque in auditus organo ſonus producetur.

§. 25. Quanquam hoc modo aër qualibet oſcillatione in ſtatum ſuum naturalem peruenit, tamen in eo prius conſiſtere non poteſt, quam totum ſuum motum ami-

amiserit. Ex Mechanica enim constat, corpus cum impetu in situm suum quietis perueniens in eo permanere non posse, sed motu iam concepto vltra eum transgredi oportere. Aeque est enim difficile corpus motum subito quiescere, ac quiescens moueri; atque tanta vi opus est ad corporis motum tollendum, quanta ad eundem producendum. Hanc ob caussam neque pendula oscillantia, cum in situm verticalem peruenerint, quiescere posse videmus, neque chordas vibrantes cum situm naturalem attigerint. Soni vero hoc exposito modo generati breui tantum tempore durare possunt, nisi echo vel simile quid resonans adsit, quod eos repetat et protrahat; aër enim motum in tam dissita loca diffundendo, proprium motum statim amittat necesse est.

§. 26. Omnes igitur caussae, quae aërem vel iam compressum dimittere, vel naturalem comprimere, ita, vt se subito possit relaxare, valent, eae etiam ad sonum producendum sunt accommodatae. Quamobrem omnes corporum velociores per aërem motiones sonos generare debent; aër enim propter inertiam corporibus liberrime locum concedere non potest, ideoque ab iis comprimitur, qui deinceps se rursus dilatans minimis aëris particulis motum tremulum inducit. Hinc originem ducunt vehementius vibratarum virgarum et omnium per aërem celerius motorum corporum soni. Neque etiam ventorum flatuumque soni sibili alii debentur caussae: anterior enim aër ab insequente posteriore aeque ac a corpore duro compellitur atque comprimitur.

§. 27.

§. 27. Sonorum, qui a repentina dimiſſione aëris vehementer compreſſi gignuntur, fortiſſimi procul dubio ſunt ii, qui ex puluere pyrio et tonitruo percipiuntur. Variis enim experimentis conſtat in puluere pyrio ineſſe aërem maxime compreſſum eique accenſione exitum aperiri, vnde tam ſtupendos ſonos prodire neceſſe eſt. Atque ad nubes conſtituendas cum vaporibus permultas particulas nitroſas et ſulphureas ſimul aſcendere maxime probabile videtur, quae in iis vnitae et exploſae tantum ſtrepitum edere queant. At cum de huiusmodi ſonis difficile ſit diſcernere, quomodo ratione grauitatis et acuminis a ſe inuicem diſcrepent, omnes ad hoc genus pertinentes ſoni in Muſica non ſunt recepti: quamobrem oſcillationum, quas minimis aëris particulis inducunt, inueſtigationi ſuperſedebimus.

§. 28. Ad tertium ſonorum genus pertinent ſecundum factam initio diuiſionem ſoni tibiarum, qui inflatione excitantur. Quorum ratio, vt magis eſt recondita, ita minori induſtria quouis tempore eſt inueſtigata. Nam qui ipſum tubum motum tremulum accipere ſtatuunt, atque hoc modo ſonos tibiarum ad id genus, quod nobis eſt primum, referunt, non video, quomodo proprietatibus tibiarum cognitis ſatisfacere poſſint. Obſeruatum enim eſt tibias cylindricas longitudine aequales pares etiam edere ſonos, quantumuis tam amplitudine inter ſe differant, quam craſſitie atque materia ipſa. Quomodo igitur fieri poſſet, vt tam diuerſi tubi ſimiliter contremiſcant? Eorum autem ſententiam, qui internam tantum ſuperficiem tremulam fieri putant, ſola mate-

materiei diuerſitas euertere videtur. Quamobrem cauſa horum ſonorum eiusmodi eſſe debet, vt a ſola tibiarum longitudine pendeat.

§. 29. Quamuis autem ſufficeret ad inſtitutum noſtrum proprietates duntaxat tibiarum recenſere, tamen cum cauſſae cognitio ſemper cuiusque rei notitiam perfectiſſimam efficere ſoleat, operam atque diligentiam adhibui, vt veram cauſſam conſequerer. Sequenti autem modo, tibiarum ſtructura perpenſa, ratiocinium inſtitui. Conſtat cuique tibias eſſe tubos ſeu canales altera extremitate periſtomium iunctum habentes, quod aërem ex ore vel ciſta pneumatica recipiat, atque per rimam, in quam eius cauitas verſus tubum deſinit, in tubum emittat. Requiritur autem, vt aër per rimam expulſus, non in cauitatem tubi irruat, ſed tantum internam ſuperficiem perſtringat eique obrepat. Quamobrem artifices illud tubi latus, quod rimae eſt oppoſitum, excindunt, ne ſit contiguum periſtomio, atque acuunt, vt aër in ipſam aciem irruat ab eaque quaſi findatur, quo tenuior aëris lamella per tubum prorepat.

§. 30. Huiusmodi autem periſtomiorum ſtructuram requiri, cum experientia demonſtrat, tum ipſo ore periſtomiis imitandis perſpicimus. Nam ſi in tubum periſtomio deſtitutum ore ita aërem inflamus, vt ad internam ſuperficiem irrepat, perinde ſonus editur, ac ſi pe-periſtomio tubus eſſet inſtructus. Atque ita eſt variarum tibiarum periſtomiis carentium ratio comparata, vt aër eo quo expoſitum eſt modo inflari debeat, velut videmus in fiſtulis transuerſis vocatis aliisque ſimilibus. Praeterea autem, vt iſte aëris in tubum ingreſſus ſonum efficiat, requiritur primo, vt interna tubi ſuperficies ſit laeuis, ne motus repens aëris impediatur; tum autem vt tubi latera ſint dura neque aëri irruenti cedere queant, ex quo etiam tertio intelligitur tubum ad latera probe clauſum eſſe oportere.

§. 31. Haec autem, aliaque, quae in tibiis conſtruendis obſeruanda ſunt, melius cognoſcentur, cum ipſam rationem, qua ſoni in tibiis formantur, expoſuerimus. Oſtenſum autem iam eſt, neque totius tubi neque interioris tantum ſuperficiei motum tremulum generari. Aer enim ſic in tubum intrans eum, qui iam in tubo exiſtit, neceſſario ſecundum longitudinem comprimit; quo ſit, vt is ſeſe iterum expandat, tumque denuo coarctetur atque hoc modo, quoad inflatio durat, oſcillationes perficiat, hisque ſonum producat. Videamus nunc autem, quantus grauitate acumineue hic ſonus ſecundum leges mechanicas futurus ſit ratione longitudinis tubi, quo, quam egregie haec explicatio cum phaenomenis congruat, perſpiciatur.

§. 32. Corpus, quod oſcillationes peragit easque in aërem circumfuſum transfert, eſt aër in tubo contentus, cuius quantitas ex tubi longitudine et amplitudine cognoſcitur. Vis vero ad oſcillandum impellens eſt, vt vidimus, aër inflatione ſecundum tubi internam ſuperficiem irruens. At vis aëri in tubo exiſtenti eum niſum inducens, quo ex ſtatu naturali deturbatus ſe reſtituere conatur, et quae efficit, vt illum ipſum, quem abſol-

absoluit, oscillationum dato tempore numerum absoluat, est pondus athmosphaerae seu ipsa illius aëris vis elastica, quae pressioni incumbentis athmosphaerae aëreae est aequalis. Haecque vis existimanda est ex effectu ejus, quem in tubo Torricelliano exerit, in quo argentum viuum ad altitudinem a 22 vsque ad 24 digitos pedis Rhenani suspensum tenetur.

§. 33. Huius igitur columnae aëreae, quae in tubo inest, oscillantis similis omnino est ratio ei, qua chorda tensa vibrationes conficit. Ipsa enim chorda comparanda est cum aëre in tubo fistulae contento; ponderis vero chordam tendentis hoc casu locum sustinet athmosphaerae pondus, quae etiamsi prorsus dissimilia videantur, eo quod chorda a pondere appenso extendatur, aër vero ab athmosphaera comprimatur, tamen si ad effectum respiciamus, plane inter se aequiualent. Nam quod vtraque in formandis oscillationibus valet, id prouenit a vi, quam corpori subiecto tribuit, se in statum naturalem recipiendi. Haec autem, siue compressione in aërem tubi operetur, siue extensione in chordam, eundem producet effectum.

§. 34. Cum igitur aër in tubo fistulae eodem modo oscillationes perficiat, quo chorda tensa; poterimus quoque numerum oscillationum dato tempore editarum atque ita ipsum sonum determinare, ex iis, quae de chordis vibrantibus tradidimus. Sit tibiae longitudo a in scrup. pedis Rh. expressa, amplitudo bb, grauitas aëris specifica ad eam mercurii vt m ad n et altitudo mercurii in barometro k ſimilium ſcrupul. Habebimus ergo chordam longitudinis a, ponderisque $mabb$ quae tenditur a pondere aequali preſſioni athmoſphaerae, haec vero aequiualet cylindro mercurii, cuius baſis eſt bb, i. e. amplitudo tubi, et altitudo k. Quo circa pondus tendens cenſendum eſt $nkbb$. Ex his inuenitur oſcillationum minuto ſecundo editarum numerus $\frac{355}{113}\sqrt{\frac{3166.nkbb}{a.mabb}} = \frac{355}{113.a}\sqrt{\frac{3166.nk}{m}}$, cui ipſe ſonus, quemadmodum eum metiri inſtituimus, eſt aequalis.

§. 35. Quia m ad n propemodum eandem ſemper tenet rationem, atque k parum diuerſis tempeſtatibus mutatur, erunt ſoni tibiarum tubos vel cylindricos vel prismaticos habentium inter ſe reciproce vt longitudines tuborum, ita, vt quo tubi ſint breuiores eo ſoni prodeant acutiores, at longiores tubi ſonos grauiores reddant. Quod quam egregie cum experientia congruat, quilibet facile intelliget, qui tibiarum proprietates ante commemoratas perpendet, quae huc redibant, vt ſoni quantitas neque ab amplitudine tubi neque a materie ex qua tubus ſit confectus, ſed a ſola longitudine pendeat. Quamobrem prorſus non eſſe dubitandum exiſtimo, quin haec ſonorum a tibiis editorum expoſita ratio ſit genuina et ex ipſa rei natura petita.

§. 36. Eo magis autem haec explicatio nobis confirmabitur, ſi non ſolum ſonorum horum rationem inſpiciamus, ſed, quomodo ſe habeant ad ſonum datae chordae datoque pondere tenſae, etiam inueſtigabimus. Nam ſi experientia conſtiterit eandem tibiam cum data chorda eſſe

esse consonam, quam theoria declarat, maximum hoc erit firmamentum. Est vero $\frac{n}{m}$ si maximum habet valorem, quod accidit tempore calidissimo, circiter 12000, at frigidissima tempestate deprehenditur 10000. Similiter si mercurius in barometro ad maximum gradum ascenderit, est $k = 2460$, at plurimum ibidem mercurio descendente est $k = 2260$. Idcirco barometro et thermometro ad maximas altitudines consistentibus erit sonus tibiae $= \frac{960771}{a}$ atque iisdem instrumentis ad minimas altitudines stantibus, sonus erit $= \frac{840714}{a}$.

§. 37. Inter hos sumamus medium, quod est $\frac{900000}{a}$, atque tot oscillationes minuto secundo tibia longitudinis a in aëre producet tempestate mediocri. Ergo quae tibia 100 vibrationes minuto secundo edit, ea est longa 9000 scr. i. e. 9. pedes Rhenanos: et quae edit 118 vibrationes atque consona est chordae sonum C in instrumentis signatum exhibentis, longitudinis esse debet 7627 scrup. seu aliquanto plus quam $7\frac{1}{2}$ ped. Rhenan. Quod etiam satis exacte experientiae respondet: nam vulgo tibia longitudinis 8. ped. assumitur ad sonum C edendum, et differentia dimidii pedis penitus est negligenda, eo quod eadem tibia diuersis tempestatibus sonos edere queat rationem 840714 ad 960771, i. e. 8 ad 9 tenentes, quod discrimen in tali tibia pluris dimidio pede est aestimandum.

§. 38. Et haec ipsa sonorum diuersitas eiusdem tibiae variis tempestatibus veritatem nostrae explicationis

 magis

magis confirmat. Experiuntur enim perpetuo Musici, quoties instrumentis chordis instructis simul cum pneumaticis vtuntur, haec perquam mutabilia esse, atque chordas, quo consonae sint cum tibiis, mox intendi moxque remitti debere. Ac differentiam inter sonum acutissimum et grauissimum eiusdem tibiae esse integri toni circiter, quod est interuallum inter sonos rationem 8 ad 9 tenentes. Praeterea id quoque est obseruatum tum tibias esse acutiores, quando coelum sit maxime serenum cum summo calore, contra turbidissima cum maximo frigore coniuncta tempestate sonos tibiarum esse grauiores. Ex his etiam ratio patet, quare tibia initio grauius sonet quam cum iam strenue sit inflata; ipso enim vsu et inhalatione aër, qui in tibia inest, calesit, ideoque sonus euadit magis acutus.

§. 39. Vehementia sonorum et debilitas a tibiis editorum cum a vi, qua inflantur, pendet, tum a ratione quam tibiae amplitudo ad longitudinem tenet. Similis enim est ratio tibiarum et chordarum, in iisque amplitudo est comparanda cum crassitie harum. Quemadmodum igitur non quaeuis chorda ad omnes sonos edendos est apta, sed ad datum sonum certa quaedam crassities requiritur, ita etiam datae longitudinis tibia non pro lubitu ampla vel angusta potest confici, sed dantur limites, quos si transgrediare, nullum prorsus sonum tibia sit editura. Quo autem plures tibiae sonos edant similes et aeque vehementes, oportet tibiae amplitudinem seu basin tubi sicut chordae crassitiem proportionalem esse longitudini. Ex hoc enim simul et alterum, quod in chordis requiritur, sequitur,

vt

vt videlicet pressio athmosphaerae, quae amplitudini est proportionalis, etiam eandem habeat rationem ad longitudinem tibiae.

§. 40. Neque vero vehementia inflatus pro lubitu potest augeri vel minui. Namque si nimis languide tibia infletur, sonum edet prorsus nullum, at fortius quam par est, inflata non eum, quem debet, edit sonum, sed octaua acutiorem, et si adhuc fortius infletur sonum duodecima porroque decima quinta, etc. acutiorem dabit. Vt harum soni ascensionum rationem detegamus, considerari iuuabit soni vim proportionalem esse vi inflatus; et propterea, quamdiu sonus idem quantitate manet, quo magis inflatio intendatur, eo ampliores oscillationes aëris in tubo contenti non autem frequentiores esse oportere intelligitur. At oscillationum amplitudo tubi amplitudine ita determinatur, vt certum terminum transgredi non possit; quare si tibia fortius infletur, quam ad istum gradum requiritur, eundem sonum edere non poterit.

§. 41. De chordis autem, quibus tibiae similes sunt censendae, tam ex theoria quam experientia constat, posse chordae tensae vtramque medietatem seorsim suas oscillationes perficere, ita vt ea chorda non sonum solitum, sed octaua acutiorem edat; id quod si partes sint inaequales, fieri non potest. Similiter in tres partes aequales cogitatione saltem diuisa chorda ita potest contremiscere, vt singulae partes seorsim, tanquam si ponticulis essent separatae, vibrationes adsoluant, atque sonum solito acutiorem, nempe duodecimam exhibeant. Idem etiam valet de de quatuor pluribusque partibus chordae aequalibus. Haec autem, quomodo effici et experimentis confirmari queant, ostendit Cl. D. Sauveur in Comment. Acad. Scient. Paris. An. 1701.

§. 42. His igitur ad tibias accommodatis intelligitur fieri posse, vt vtraque tibiae medietas seorsim oscillationes perficiat, eoque sonum octaua acutiorem edat. Quo in casu, cum oscillationes duplo sint frequentiores, maior quoque inflatus vis locum habebit. Ex quo sequitur, si inflatus vltra determinatum illum gradum augeatur, tum oscillationes ad hunc casum se esse accommodaturas, sonumque octaua acutiorem proditurum. Simili modo cum et hic detur gradus, quem inflatio excedere non debet, si et iam hic transeatur, tum singulae tertiae aëris in tubo contenti partes seorsim oscillare incipient, ex quo sonus triplo acutior, seu primi duodecima proueniet. Atque porro si inflatus augebitur, tum quartis partibus oscillantibus, sonus duabus octauis acutior audietur, et ita porro.

§. 43. Hisce etiam tubarum buccinarumque, quanquam in ceteris non eam, quam tibiae, tenent rationem, nititur natura, eaque proprietas, qua sola inflationis intensione soni eius moderentur. His enim instrumentis non omnes soni edi possunt, sed ii duntaxat, qui exprimuntur numeris integris 1, 2, 3, 4, 5, 6 etc. sicque in infima octaua inter 1 et 2 nullum sonum medium edunt, in sequente inter 2 et 4 vnum medium 3, qui est ad 2 quinta, in tertia octaua inter 4 et 8 habent tres 5, 6, 7, et in quarta 7 intermedios. Horum vero instrumentorum structura eiusmodi esse videtur, vt quiuis sonus valde angustos habeat limites inflationis, ideoque parum tantum inten-

intenſo vel remiſſo flatu, ſonus vel acutior vel grauior prodeat.

§. 44. Quae hactenus de tibiis dicta ſunt, pertinent potiſſimum ad eas, quarum tubi habent formam vel prismaticam vel cylindricam. Quales autem ſonos edant, ſi tubi fuerint vel diuergentes vel conuergentes vel alius cuiusdam figurae, difficilius eſt determinare. Semper tamen huiusmodi quaeſtiones ad chordas reduci poſſunt: figura enim tibiae quacunque propoſita, oportet chordam ſimilem conſiderare, et, quem ſonum ſit editura, inueſtigare; quo facto, ſi ipſa chorda aërea ponatur et pondus tendens aequale vi athmoſphaerae, habebitur ſonus, quem ea tibia reddet. Atque ſi hoc problema vniuerſaliter ſoluetur pro quacunque tibiae figura, apparebit ſimul maxime nota proprietas tibiarum prismaticarum, quae ſupra opertae ſonum octaua grauiorem edunt.

§. 45. Alia inſtrumenta, quae cum tibiis aliquam affinitatem habere videntur, ſunt tubae, buccinae etc. quae quidem ſolo inflatu ſonum non edunt, ſed ſonum ex ore cum flatu coniunctum requirunt, quem tum mirifice augent, vehementioremque reddunt, ſimili modo, quo tubae ſtentoreophonicae voces tantopere augmentant. Melius autem huiusmodi inſtrumenta cognoſcuntur ex iis, quae in organis pneumaticis ad eorum imitationem adhibentur; excitantur haec autem ſolo inflatu, ſed in periſtomio inſertae ſunt lamellae elaſticae, quae a vento immiſſo motum tremulum recipiunt, ſonumque debilem quidem edunt, ſed dum is per tubum adiunctum progreditur, tantam ab eo vim acquirit, vt ſonos tubarum vel buccinarum egregie imitetur.

CAPVT SECVNDVM.

DE SVAVITATE ET PRINCIPIIS HARMONIAE.

§. 1.

CVm hoc capite inueſtigare ſtatuerim, quibus rebus efficiatur, vt eorum, quae in ſenſus incurrunt, alia nobis placeant, alia displiceant, ante non admodum neceſſarium arbitror demonſtrare, eſſe omnino rationem eius, quare quid placeat, vel displiceat, neque temere mentes noſtras delectari. Cum enim hoc tempore a plerisque tanquam axioma admittatur, nihil ſine ſufficienti ratione in mundo fieri; neque de hoc erit dubitandum, an eorum, quae placent, detur aliqua ratio. Hoc igitur conceſſo, etiam eorum opinio euaneſcit, qui muſicam a ſolo hominum arbitrio pendere exiſtimant, atque ſola conſuetudine noſtram nobis muſicam placere, barbaramque, quia nobis ſit inſolita, displicere.

§. 2. Equidem non nego, et infra ipſe probabo, exercitio et crebra auditione fieri poſſe, vt concentus quispiam nobis placere incipiat, qui primum displicuerit, et viciſſim. Attamen hoc principium ſufficientis rationis, vti vocatur, non euertitur: non ſolum enim in ipſo obiecto ratio, cur placeat vel displiceat, eſt quaerenda, ſed ad ſenſus, per quos obiecti imago menti repraeſentatur, quoque eſt reſpiciendum; atque praeterea ad iudicium potiſſimum,

mum, quod ipſa mens de oblata imagine ſormat. Quae res, cum in diuerſis hominibus diuerſimode euenire poſſint, atque in eodem etiam variis temporibus, mirandum non eſt, eandem rem aliis placere, aliis vero displicere poſſe.

§. 3. Sed iam video, quale ex hoc contra nos noſtrumque inſtitutum deducetur argumentum; nempe harmoniae principia et regulas tradi non poſſe obiicietur, et hanc ob cauſam noſtrum et omnium eorum, qui muſicam legibus includere conati ſunt, laborem eſſe irritum et inanem. Si enim alios alia delectant, et haec ipſa, quae delectant, prorſus ſunt diuerſa et oppoſita, quomodo praecepta tradi poterunt coniungendorum ſonorum, vt auditui ſuauem harmoniam repraeſentent? Ac regulae, ſi quae inuenientur, aut nimis erunt vniuerſales, vt vſum habere nequeant, aut non ſtabiles nec conſtantes, ſed ad auditorum rationem accommodari debebunt; id quod non ſolum infinitam induſtriam requireret, ſed omnem certitudinem e muſica prorſus tolleret.

§. 4. Sed Muſicum ſimilem ſe gerere oportet Architecto, qui plurimorum peruerſa de aedificiis iudicia non curans, ſecundum certas et in natura ipſa fundatas leges aedes exſtruit; quae etiamſi harum rerum ignaris non placeant, tamen dum intelligentibus probentur, contentus eſt. Nam vt in Muſica ita etiam in architectura tam diuerſus eſt diuerſarum gentium guſtus, vt quae aliis placeant, alii eadem reiiciant. Hanc ob rem vt in omnibus aliis rebus ita etiam in Muſica, eos potiſſimum ſequi oportet, quorum guſtus eſt perfectus, et iudicium de rebus ſenſu perceptis ab omni vitio liberum. Huiusmodi ſunt ii,

 qui

qui non ſolum a natura auditum acceperunt acutum et purum, ſed qui etiam omnia, quae in auditus organo repraeſentantur, exacte percipiunt, eaque inter ſe conferentes integrum de iis iudicium ferunt.

§. 5. Cum omnis ſonitus, vt capite praecedente oſtenſum eſt, nihil aliud ſit, niſi pulſuum in aëre productorum ſeſe ſequentium certus ordo, ſonitum diſtincte percipiemus, ſi omnes ictus in aurium organa incurrentes ſentiemus, atque eorum ordinem agnoſcimus; et praeterea quando non omnes ictus ſunt aequaliter fortes, ſi etiam vehementiae ſingulorum rationem animaduertemus. Huiusmodi igitur requiruntur auditores ad iudicium de rebus muſicis ferendum, qui et auditus ſenſu acuto et ſingula quaeque percipiente ſint praediti, et tantum intellectus gradum poſſideant, vt ordinem, quo ictus aërearum particularum auditus organa percutiunt, percipere, de eoque iudicare poſſint. Hoc enim, vt in ſequentibus docebitur, eſt neceſſarium ad cognoſcendum, an venera ſuauitas inſit in propoſito muſico opere, et quemnam ea teneat gradum.

§. 6. Quamobrem ante omnia operam adhibebimus, vt in quaque re definiamus, quid ſit id, cur nobis vel placeat vel displiceat, et quid quamque rem habere oporteat, vt ea oblectemur. Ex hoc enim, ſi fuerit perſpectum, vera norma et regulae componendorum muſicorum concentuum deriuari poterunt; cum ſcilicet conſtiterit, in quo poſitum ſit id, quod placeat displiceatue. Non ſolum autem, quae res ad muſicam pertinent, ex hoc fonte ſunt deducendae, ſed omnes aliae quoque, quae eundem habent ſcopum propoſitum, vt placeant. Hocque tam late patet, vt vix quicquam aſſignari poſſit, cui non maior ſuauitatis gradus ex iſtis, quae quaerimus, principiis, poſſit conciliari, aut omnino aliquis, etiamſi vix capax videatur, afferri.

§. 7. Metaphyſicos autem, ad quos haec inquiſitio proprie pertinet, conſulentes deprehendimus omne id nobis placere, in quo perfectionem ineſſe percipimus, eoque magis nos delectari, quo maiorem perfectionem animaduertimus: contra vero eas res nobis displicere, in quibus perfectionis defectum aut adeo imperfectionem perſpicimus. Certum eſt enim perceptionem perfectionis voluptatem parere, hocque omnium ſpirituum eſſe proprium, vt perfectionibus detegendis et intuendis delectentur; ea vero omnia, in quibus vel perfectionem deficere, vel imperfectionem adeſſe intelligunt, auerſentur. Cuique hoc, qui ea, quae ipſi placent, attentius contemplabitur, erit perſpicuum: agnoſcet enim perfectionis eſſe ſpeciem id, quod placet, in iisque, quae auerſatur, ſe perfectionem deſiderare.

§. 8. At perfectionem in quapiam re ineſſe intelligimus, ſi eam ita conſtitutam eſſe deprehendimus, vt omnia in ea ad ſcopum propoſitum impetrandum conſpirent: ſin autem quaedam affuerint ad ſcopum non pertinentia, perfectionis defectum agnoſcimus. Et, ſi denique quaedam aduertantur, quae reliqua in ſcopo aſſequendo impediant, imperfectionem tribuimus. Primo igitur caſu res oblata nobis placet, poſtremo vero displicet. Contemplemur exempli cauſſa horologium, cuius finis eſt temporis partes et diuiſiones oſtendere: id maxime nobis placebit, ſi ex eius ſtructura intelligimus, omnes eius partes ita eſſe confectas et inter ſe coniunctas, vt omnes ad tempus exacte indicandum concurrant.

§. 9. Ex hisce ſequitur, in qua re inſit perfectio, in eadem ordinem neceſſario ineſſe debere. Nam cum ordo ſit partium diſpoſitio ſecundum certam regulam facta, ex qua cognoſci poteſt, cur quaeque in eo, quem tenet, loco ſit poſita potius, quam in alio; in re autem perfectione praedita, omnes partes ita eſſe debeant ordinatae, vt ad ſcopum impetrandum ſit accommodatae: iſte ſcopus erit regula, ſecundum quam partes rei ſunt diſpoſitae, et quae earum cuique locum, quem tenet, aſſignat. Viciſſim igitur etiam intelligitur, vbi ſit ordo ibi etiam eſſe perfectionem, et legem regulamue ordinis reſpondere ſcopo perfectionem efficienti. Hanc ob rem nobis placebunt in quo ordinem deprehendemus, ordinisque defectus diſplicebit.

§. 10. Duobus autem modis ordinem percipere poſſumus, altero quo lex vel regula nobis iam eſt cognita, et ad eam rem propoſitam examinamus; altero, quo legem ante neſcimus, atque ex ipſa partium rei diſpoſitione inquirimus, quaenam ea ſit lex, quae iſtam ſtructuram produxerit. Exemplum horologii ſupra allatum ad modum priorem pertinet, iam enim eſt cognitus ſcopus, ſeu lex partium diſpoſitionis, quae eſt temporis indicatio; ideoque horologium examinantes, diſpicere debemus, an ſtructura talis ſit, qualem ſcopus requirit. Sed ſi numerorum ſeriem aliquam vt hanc 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 etc. aſpicio neſcius,

ſcius, quae eorum progreſſionis ſit lex, tum paullatim eos numeros inter ſe conferens deprehendo, quemlibet eſſe duorum antecedentium ſummam, hancque eſſe legem eorum ordinis affirmo.

§. 11. Poſterior modus percipiendi ordinis ad muſicam praecipue ſpectat; concentum muſicum enim audientes ordinem demum intelligemus, quem inter ſe tenent ſoni tum ſimul tum ſucceſſiue ſonantes. Concentus igitur muſicus placebit, ſi ordinem ſonorum eum conſtituentium percipimus, diſplicebit vero, quando non perſpicimus, quare quisque ſonus ſuo loco eſt diſpoſitus: eo vero magis diſplicere debebit, quo ſaepius ſonos ab ordine, quem eos tenere oportere iudicamus, recedere et aberrare cognoſcemus. Fieri igitur poteſt, vt alii ordinem animaduertant, quem alii non ſentiunt, ex quo eadem res aliis placere aliis diſplicere poteſt. Vtrique autem decipi poſſunt; ordo enim reuera ineſſe poteſt, quem multi non cognoſcunt: et ſaepe quidam ſe ordinem percipere videntur, vbi nullus adeſt, atque hinc tam diuerſa de rebus muſicis oriuntur iudicia.

§. 12. Placent itaque ea, in quibus ordinem, qui ineſt, percipimus; magis autem delectabimur, ſi plures eiusmodi res offerantur, quarum, quem continent ordinem, comprehendimus; atque maximum ſentiemus ſuauitatis gradum, ſi praeterea ipſarum iſtarum rerum ordinem, quem inter ſe tenent, cognoſcimus. Ex his apparet, ſi ordinem in quibusdam earum rerum non percipiamus, minore nos voluptate affici, et ſi prorſus nullum ordinem animaduertamus, tum etiam nobis rem propoſitam placere re cessare. Sed si non solum ordinem obseruamus nullum, verum etiam quaedam praeter omnem rationem adesse deprehendimus, quibus ordo, qui alias inesset, turbetur; tum displicebit nobis, et fere dolore ea percipientes afficiemur.

§. 13. Quo facilius ordinem, qui in re proposita inest, percipimus, eo simpliciorem ac perfectiorem eum existimamus, ideoque gaudio et laetitia quadam afficimur. Contra vero si ordo difficulter cognoscatur, isque minus simplex minusque planus videatur, cum quadam quasi tristitia eundem animaduertimus. In vtroque tamen casu, dummodo ordinem sentimus, res oblata nobis placet, in eaque suauitatem inesse existimamus; quae quidem inter se pugnare videntur, cum idem possit placere et suauitatem habere, quod animum ad tristitiam concitet. Sed si ipsos musicos concentus et modulationes consideramus, omnes suaues esse et placere debere agnoscimus; interim tamen alias ad laetitiam, alias ad tristitiam excitandam esse accommodatas videmus. Quamobrem eorum, quae placent, duo constituenda sunt genera, alterum quod laetos, alterum quod tristes faciat animos.

§. 14. Similia haec plane sunt comoediarum et tragoediarum, quarum vtraeque suauitate plenae esse debent; illae vero praeterea gaudio animos perfundant, hae vero tristitia afficiant necesse est. Ex quo intelligitur, neque idem esse placere et gaudium excitare, neque contraria placere et tristitiam afferre. Horum vero ratio quomodo sit comparata, iam quodammodo est expositum; placent scilicet omnia, in quibus ordinem inesse intelligimus, horum

rum autem ea laetitia tantum afficiunt, quae ordinem habent ſimpliciorem et facile perceptibilem; illa vero triſtes reddere ſolent animos, quae ordinem continent magis compoſitum et eiusmodi, vt difficilius poſſit perſpici.

§. 15. Non multum diſcrepant haec ab iis, quae a Philoſophis de laetitia et triſtitia tradi ſolent: nam laetitiam ita deſcribunt, vt dicant, eam eſſe notabilem voluptatis gradum; plus igitur perfectionis requiritur ad laetitiam excitandam, quam ad id tandum, vt quid placeat. Triſtitiae definitio multum quidem differre videtur ab ea quam dedimus; ſed attendendum eſt, nos hic non de ea triſtitia loqui, quae inter affectus vulgo deſcribitur, quod conſtet in imperfectionis contemplatione. Neque enim huiusmodi triſtitiam muſica intendit, nec, quia placere conatur, poteſt. Sicque nobis triſtitia tantum in difficiliore perfectionis ſeu ordinis perceptione ponitur, et hanc ob rem a laetitia gradu ſolum differt.

§. 16. Sunt autem in ſonis duae res praecipue, quae ordinem continere poſſunt, eorum ſcilicet grauitas vel acumen, in quibus quantitatem ſonorum poſuimus, et duratio. Ob illam igitur placet muſicus concentus, ſi ordinem, quem ſoni ratione grauitatis et acuminis inter ſe tenent, percipimus; ſed ob hanc placet, ſi ordinem, quem durationes ſonorum tenent, comprehendimus. Praeter haec duo aliud in ſonis non datur, quod ad ordinem recipiendum eſſet aptum, niſi forte vehementia: ſed, tametſi et hac muſici vti ſoleant in ſuis concentibus, vt mox fortes mox debiles effici debeant ſoni, tamen non in perceptione rationis ſeu ordinis, quem hi vehementiae gradus inter ſe habent, ſuauitatem quaerunt; et hanc ob rem vehementiae quantitatem definire neque ſolent neque poſſunt.

§. 17. Cum ordo ſit partium diſpoſitio ſecundum certam quandam legem, is qui ex inſpectione hanc legem cognoſcit, idem ordinem percipit, eique ipſa perceptio placebit. In Muſica vero ordinem quantitates conſtituunt: nam ſiue grauitatem et acumen ſiue durationem reſpiciamus, vtrumque quantitatibus determinatur; illud ſcilicet pulſuum in aëre productorum celeritate, hoc vero tempore per quod ſonus quisque producitur. Qui igitur relationem celeritatum pulſuum in ſonis percipit, is ordinem ſonorum comprehendit, eoque ipſe delectatur. Simili modo qui ſonorum durationes diſtinguere et inter ſe comparare nouerit, is etiam ordinem animaduertet, et hanc ob rem voluptate afficietur. Quomodo autem ordinem percipiamus, clarius eſt exponendum, et quidem de vtroque genere ſeorſim.

§. 18. Duobus ſonis propoſitis percipiemus eorum relationem, ſi intelligamus rationem, quam pulſuum eodem tempore editorum numeri inter ſe habent; vt ſi alter eodem tempore 3 pulſus perficiat, dum alter 2, eorum relationem adeoque ordinem cognoſcimus obſeruantes hanc ipſam rationem ſesquialteram. Similique modo plurium ſonorum mutuam relationem comprehendimus, ſi omnes rationes, quas ſingulorum ſonorum numeri vibrationum eodem tempore editarum inter ſe tenent, cognoſcemus. Voluptatem etiam ex ſonis diuerſarum durationum capimus, ſi rationes, quas ſingulorum tempora durationum inter ſe habent, percipimus. Ex quo

appa-

apparet omnem in Musica voluptatem oriri ex perceptione rationum, quas plures numeri inter se tenent, quia etiam durationum tempora numeris exprimi possunt.

§. 19. Magnum quidem extat in sonorum rationibus percipiendis subsidium, quod singulorum plures ictus percipimus, saepiusque eos inter se comparare possumus. Idcirco multo est facilius duorum sonorum rationem discernere audiendo, quam duarum linearum eandem rationem habentium, intuendo. Similis autem esset ratio sonorum et linearum, si singulorum sonorum duos tantum ictus reciperemus, et de relatione eorum interuallorum iudicare cogeremur. Sed cum in sonis non admodum celeribus breui tempore permulti edantur pulsus, vt ex cap. praec., vbi de numero vibrationum chordae minuto secundo factarum egimus, videre licet, multo fit facilior rationis sonorum cognitio. Quam ob rem in musica perquam compositis vti possunt rationibus, quas, si eaedem in lineis existerent, visus difficillime agnosceret.

§. 20. Cum soni grauiores eodem tempore pauciores edant pulsus, quam acutiores, perspicuum est, acutorum sonorum rationem facilius quam grauium percipi posse, si quidem vtrique aeque diu durant. Caeteris igitur paribus oportet, vt soni grauiores longius durent tardiusque sese insequantur, quam acutiores, qui celerius progredi possunt. Hanc itaque constat obseruari oportere regulam, vt grauioribus sonis maior tribuatur duratio, acutioribus minor. Vtrosque autem eo magis producendos esse intelligitur, quo rationes, quas inter se tenent, magis sunt compositae, difficiliusque

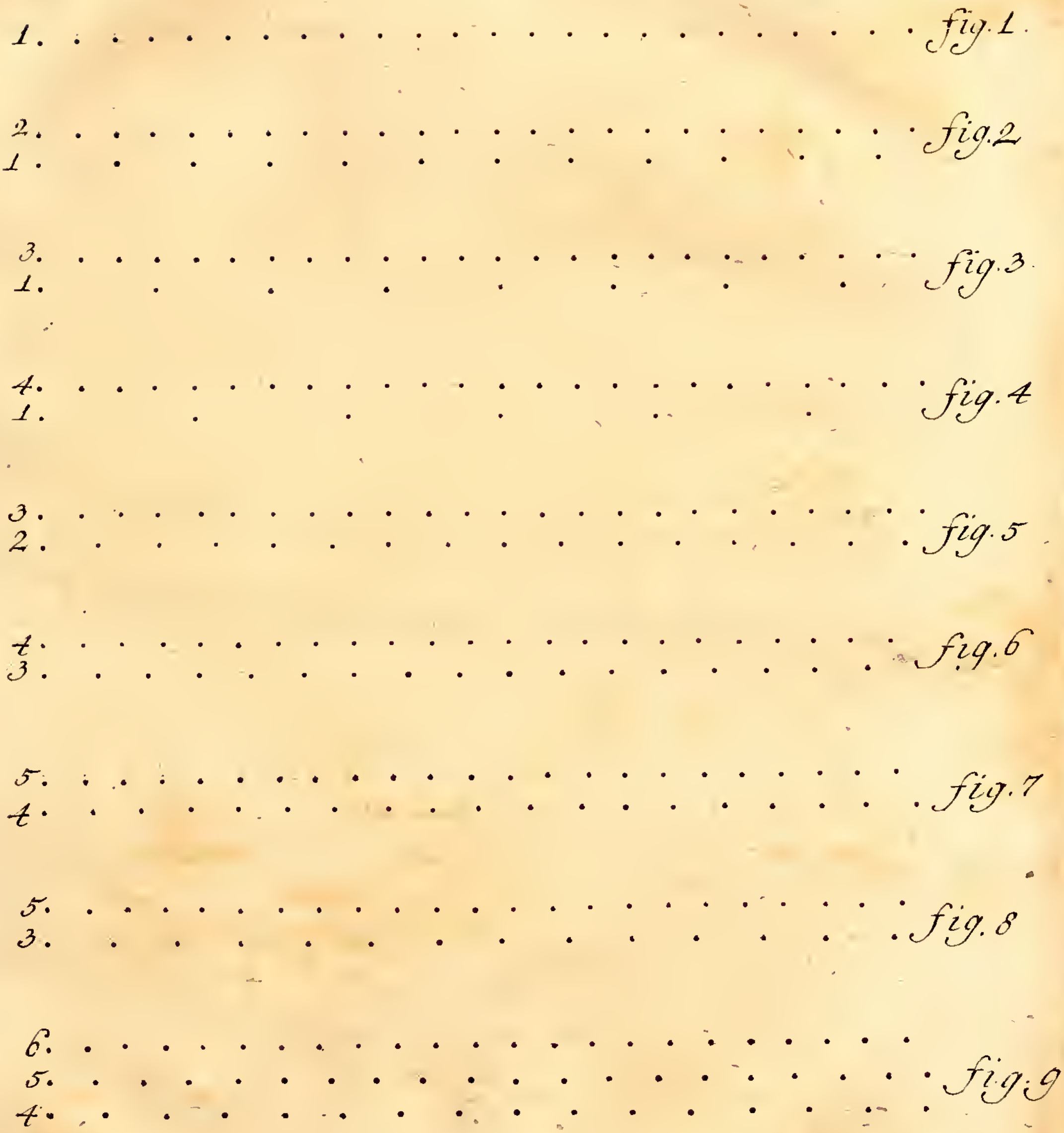
 perci-

percipiantur. Fieri ergo tamen poteſt, vt acutiores tardius incedere debeant, dum grauiores celeriter progredi poſſint; ſi nimirum hi ſimplices, illi vero perquam compoſitas teneant rationes.

§. 21. Quo autem facilius percipi poſſit modus, quo ordo ſeu ratio duorum pluriumue ſonorum percipitur, conabimur viſui, quantum fieri poteſt, ſimilem repraeſentare figuram. Ipſos igitur pulſus in aurem incurrentes exponemus punctis in linea recta poſitis, quorum diſtantiae reſpondeant interuallis pulſuum, cuiusmodi Tabula I. figuras Tab. I. plures repraeſentat. Hac ergo ratione ſonus aequabilis ſeu qui eundem per totam durationem habet tenorem grauitatis aut acuminis, deſcribetur ſerie punctorum aequidiſtantium vt in fig. 1. In qua, cum vbique ratio aequalitatis conſpicua ſit, dubium non eſt, quin ordo facillime intelligatur. Vnus igitur ſonus vel vt vocari ſolet vniſonus primum et ſimpliciſſimum nobis conſtituat gradum ordinis percipiendi, quem vocabimus primum ſuauitatis gradum, huncque tenet ratio 1:1 in numeris.

§. 22. Sint nunc duo ſoni auditui propoſiti tenentes rationem duplam, ii duabus punctorum ſeriebus exprimentur, in quarum altera interualla punctorum erunt dupla maiora, quam in altera; vt fig. 2. vbi ſuperior ſeries ſonum acutiorem, inferior vero grauiorem exhibet. His ſimul conſideratis ordo facile quoque percipitur, quomodo ex figurae inſpectione apparet. Hanc igitur, quia poſt vniſonum eſt ſimpliciſſima, facimus gradum ſuauitatis ſecundum, qui ideo in numeris ratione

1:2


1. fig. 1
2. 1. fig. 2
3. 1. fig. 3
4. 1. fig. 4
3. 2. fig. 5
4. 3. fig. 6
5. 4. fig. 7
5. 3. fig. 8
6. 5. 4. fig. 9

Tab. I

1 : 2 continetur. Simili modo fig. 3. exhibet rationem 1 : 3 et fig. 4. rationem 1 : 4, quarum vtra ſit perceptu facilior, in vtramque partem poteſt disputari. Illa quidem hoc habet, vt minoribus expreſſa ſit numeris, haec vero quadrupla ideo facilius percipi videtur, quod ſit rationis duplae dupla, hincque non multo difficilius diſcernatur quam dupla ipſa. Hanc ob rem nos vtramque in eundem gradum ſcilicet tertium coniiciemus.

§ 23. Quemadmodum ergo ratio 1 : 1 primum ſuauitatis gradum conſtituit, et ratio 1 : 2 ſecundum, itemque ratio 1 : 4 ad tertium pertinet; ita ad quartum gradum referemus rationem 1 : 8, et ad quintum hanc 1 : 16, et ita porro iuxta progreſſionem geometricam duplam. Hinc manifeſtum eſt rationem $1 : 2^n$ pertinere ad gradum, qui exponitur numero $n + 1$. Eo autem libentius iſtam graduum diſtributionem aſſumſi, quod aequaliter in facilitate perceptionis progrediantur, ita vt, quo gradus v. g quintus difficilius percipitur quam quartus, eo difficilius hic animaduertatur quam tertius, et hic ipſe quam ſecundus. Inter hos autem non facio gradus medios prodeuntes, ſi n fuerit numerus fractus, quia in hoc caſu ratio fit irrationalis et prorſus non perceptibilis.

§. 24. Ex his apparet, ſi numerus, qui ad vnitatem rationem habet reſpondentem duobus ſonis, fuerit compoſitus, i. e. ſi habuerit diuiſores, tum gradum ſuauitatis propterea etiam fieri minorem; quemadmodum vidimus rationem 1 : 4 non pro magis compoſita eſſe habendam, quam 1 : 3, quamuis 4 eſt maior quam 3. Contra ergo manifeſtum eſt ſuauitatis gradum ex magnitudine numerorum ipsa, si sint primi, esse aestimandam; ita ratio $1:5$ erit simplicior quam $1:7$, quamquam forte non simplicior est quam $1:8$. At de numeris primis iam licebit ex inductione aliquid statuere: cum enim ratio $1:1$ det gradum primum, $1:2$ gradum secundum, $1:3$ tertium, concludimus $1:5$ pertinere ad quintum, $1:7$ ad septimum, et generaliter $1:p$, si quidem p est numerus primus, ad gradum, qui indicatur numero p.

§. 25. Colligitur porro etiam ex §. 23. si ratio $1:p$ ad gradum, cuius index sit m, referatur, rationem $1:2p$ ad gradum $m+1$ pertinere, $1:4p$ ad gradum $m+2$, et $1:2^n p$ ad gradum $m+n$. Multiplicato enim numero p per 2, ad rationis perceptionem, requiritur praeter perceptionem rationis $1:p$ bisectio aut duplicatio, qua vt simplicissima operatione gradus suauitatis vnitate euehitur. Simili modo determinare licet gradum suauitatis rationis $1:pq$ si p et q fuerint numeri primi: nam ratio $1:pq$ eo magis est composita quam $1:p$, quo $1:q$ magis est composita quam $1:1$. Ergo rationis $1:pq$ gradus cum p, q, et 1 debet proportionem arithmeticam constituere, vnde erit igitur $p+q-1$.

§. 26. Idem ratiocinium etiam vniuersaliter subsistit; si enim ratio $1:P$ ad gradum p pertineat, et ratio $1:Q$ ad gradum q, pertinebit ob allatas rationes ratio $1:PQ$ ad gradum $p+q-1$. Scilicet vtriusque rationis componentis gradus sunt inuicem addendi et vnitas a summa subtrahenda. Itaque rationis $1:pqr$, (positis p, q, et r numeris primis) quae est composita ex $1:pq$ et $1:r$ harumque gradus sunt $p+q-1$ et r, gradus suaui-

ſuauitatis erit $p+q+r-2$. Similiter rationis $1:pqrs$ gradus erit $p+q+r+s-3$. Et rationis $1:PQRS$ gradus erit $p+q+r+s-3$, ſi nimirum rationum $1:P$, $1:Q$, $1:R$ et $1:S$ gradus fuerint p, q, r, et s.

§. 27. Perſpicitur ergo ex his rationis $1:p^2$ gradum ſuauitatis eſſe $2p-1$, poſito videlicet p numero primo, et rationis $1:p^3$ gradum eſſe $3p-2$, atque generaliter rationem $1:p^n$ ad gradum $np-n+1$ pertinere. Ergo cum $1:q^m$ pertineat ad gradum $mq-m+1$, referri debet ſecundum regulam §. praec. datam, ratio ex his compoſita $1:p^n q^m$ ad gradum $np-mq-n-m+1$. Et quicunque fuerit numerus P in ratione $1:P$, habebitur gradus, ad quem pertinet, ſi is reſoluatur in omnes ſuos factores ſimplices, iique inuicem addantur, et numerus factorum vnitate minutus a ſumma ſubtrahatur. Sic ſi quaeratur gradus rationis $1:72$, quia eſt $72=2.2.2.3.3$. horumque factorum ſumma 12 et numerus 5, ſubtrahatur 4 a 12, erit 8 gradus ſuauitatis pro ratione $1:72$.

§. 28. Si ratio fuerit propoſita inter tres numeros vt $1:p:q$, vbi p et q ſunt numeri primi, oportebit in ea et $1:p$ et $1:q$ percipere. At hae duae rationes ſimul aeque facile percipiuntur ac compoſita ex iis $1:pq$. Ergo ad quem gradum pertineat ratio $1:p:q$ ex numero pq dignoſcendum eſt per regulam traditam. Eodem modo ratio inter quatuor numeros $1:p:q:r$ vbi p, q, et r iterum ſunt numeri primi, gradus prodibit ex numero pqr. Ita ſi quatuor ſoni fuerint propoſiti his numeris $1:2:3:5$ expreſſi, gradus, ad quem pertinet facultas ordinem eorum, quem inter ſe habent, percipiendi, di, cognoſci debet ex numero 30, qui dat gradum octauum.

§. 29. Debent autem hi numeri primi eſſe omnes inaequales; alioquin ratiocinium adhibitum non valet. Nam ratio $1:p:p$ aeque facile percipitur ac $1:p$, duo enim poſteriores numeri, qui habent rationem aequalitatis, pro vno haberi poſſunt; neque aequiualens eſt haec ratio cenſenda huic $1:p^2$. Similiter etiam ſi numeri p, q, r etc. non fuerint primi, pariter non hoc modo ratiocinari licebit. Vt ſi percipienda ſit ratio $1:pr:qr:ps$, poſitis p, q, r, et s numeris primis, oportebit tantum cognoſcere rationes $1:p$, $1:q$, $1:r$, et $1:s$, neque vero rationes $1:p$ et $1:r$ bis, quanquam bis occurrunt. Quocirca ſuauitatis gradus aeſtimandus erit ex ratione ex his ſimplicibus compoſita $1:pqrs$, ſeu ex numero $pqrs$.

§. 30. Si autem non ſolum ipſum numerum $pqrs$, ſed etiam modum, quo prodiit, contemplamur, deprehendimus hunc numerum eſſe minimum communem diuiduum numerorum 1, pr, qr, et ps ſeu minimum numerum, qui per hos ſingulos poteſt diuidi, inter quos rationem detegere erat propoſitum. Ex quo formamus hanc regulam vniuerſalem pro gradu ſuauitatis cognoſcendo in percipienda ratione plurium numerorum ſimul propoſitorum. Quaeri nimirum debet eorum omnium minimus communis diuiduus; et ex hoc numero per regulam ſupra datam §. 27. gradus ſuauitatis definietur. Addidi igitur ſequentem tabulam, ex qua apparet ad quem gradum quilibet minimus communis diuiduus reſultans perducat. Continuaui eam autem non vltra gradum decimum ſextum, quia raro numeri ad vlteriores gradus pertinentes occurrere ſolent.

§. 31.

§. 31. In hac igitur tabula cyphrae Romanae denotant gradus ſuauitatis, et conſueti numeri minimos communes diuiduos omnes eo pertinentes:

I.	1.
II.	2.
III.	3; 4.
IV.	6; 8.
V.	5; 9; 12; 16.
VI.	10; 18; 24; 32.
VII.	7; 15; 20; 27; 36; 48; 64.
VIII.	14; 30; 40; 54; 72; 96; 128.
IX.	21; 25; 28; 45; 60; 80; 81; 108; 144; 192; 256.
X.	42; 50; 56; 90; 120; 160; 162; 216; 288; 384; 512.
XI.	11; 35; 63; 75; 84; 100; 112; 135; 180; 240; 243; 320; 324; 432; 576; 768; 1024.
XII.	22; 70; 126; 150; 168; 200; 224; 270; 360; 480; 486; 640; 648; 864; 1152; 1536; 2048.
XIII.	13; 33; 44; 49; 105; 125; 140; 189; 225; 252; 300; 336; 400; 405; 448; 540; 720; 729; 960; 972; 1280; 1296; 1728; 2304; 3072; 4096.
XIV.	26; 66; 88; 98; 210; 250; 280; 378; 450; 504; 600; 672; 800; 810; 896; 1080; 1440; 1458; 1920; 1944; 2560; 2592; 3456; 4608; 6144; 8192.
XV.	39; 52; 55; 99; 132; 147; 175; 176; 196; 315; 375; 420; 500; 560; 567; 675; 756; 900; 1008; 1200; 1215; 1344; 1600; 1620; 1792; 2160; 2187; 2880; 2916; 3840; 3888; 5120; 5184; 6912; 9216; 12288; 16384.
XVI.	78; 104; 110; 198; 264; 294; 350; 352; 392; 630; 750; 840; 1000; 1120; 1134; 1350; 1512; 1800; 2016; 2400; 2430; 2688; 3200; 3240; 3584; 4320; 4374; 5760; 5832; 7680; 7776; 10240; 10368; 13824; 18432; 24576; 32768.

§. 32. Habentur autem ad minimum communem diuiduum inueniendum plures modi, quorum vnum, qui in noſtro inſtituto maximam praeſtabit vtilitatem, hic exponere conuenit. Resoluantur singuli numeri propositi in factores suos simplicissimos, notenturque ea loca in quibus quilibet horum factorum maximam habet dimensionem; tum fiat factum ex istis maximarum dimensionum potestatibus, hocque erit minimus communis diuiduus datorum numerorum. Vt si fuerint propositi hi numeri 72, 80, 100, 112, qui in factores simplices resoluti fiunt $2^3.3^2$, $2^4.5$, $2^2.5^2$, $2^4.7$, suntque simplices factores, 2, 3, 5, 7. Horum primus 2 maximam dimensionem habet quartam, secundi 3 maxima dimensio est secunda, pariter ac tertii 5. quarti vero 7 prima occurrit potestas. Quare minimus communis diuiduus est $2^4.3^2.5^2.7$ seu 25200, et pertinet ad gradum vigesimum tertium.

§. 33. Datis igitur quibuscunque numeris poterimus per tradita praecepta cognoscere, vtrum facile sit an difficile mutuam eorum rationem et ordinem percipere, et quo gradu. Plures etiam casus poterimus inter se comparare, et iudicare, vter facilius possit percipi. Sed numeri hi rationem propositam constituentes debent esse rationales, integri, et minimi. Horum quidem primum facile intelligitur, cum in irrationalibus nullus huiusmodi insit ordo. Integri autem esse debent, quia inuentio minimi communis diuidui non ad fractos pertinet; per notas vero regulas, si qui fuerint fracti, in integros mutari possunt, manente omnium eadem mutua relatione. Praeterea in minimis numeris rationes istae debent esse expressae, ita vt nullus extet numerus praeter vnitatem, per quem omnes illi numeri diuidi possint. Sin autem non sint minimi eos per maximum, quem habent, communem diuisorem ante diuidi oportet.

§. 34.

§. 34. Hoc igitur modo etiam rationum non multiplicium, quales initio confiderauimus, fuauitatis gradus determinabuntur; ita ratio 2 : 3 quia minimus communis diuiduus eft 6, pertinet ad gradum quartum et aeque facile percipitur ac ratio 1 : 6 vel 1 : 8. Hacc vero perceptio refpondet infpectioni huius figurae punctatae, in qua quidem ordo facile perfpicitur. At eiusdem modi figuris cognofcetur, quam difficulter rationes ad vlteriores gradus pertinentes percipiantur; fit e. gr. ratio propofita 5 : 7 quae ad gradum vndecimum refertur, ex cuius figura hoc modo expreffa ordo iam fatis difficulter perfpicietur. Eodem modo fe res habet in fequentibus gradibus, vt, quo maiore numero gradus exprimatur, eo difficilius ordinem perfpici poffe ex huiusmodi figuris appareat. Figura 5.

§. 35. Hic denique modus ordinis perceptionem aeftimandi multo patet latius, quam ad fonos grauitate acumineue differentes. Accommodari enim etiam poteft ad fonos variarum durationum, exponendis fonis per numeros durationibus proportionales. Sed in hisce non tam prouectos gradus adhibere licet, quam illo cafu, quo fonorum grauitas et acumen fpectatur, quia in illis pulfus faepius recurrunt, et propterea eorum relatio facilius cognofcitur. Perceptio vero rationis plurium fonorum duratione diuerforum fimilis eft contemplationi linearum, quarum mutuam relationem ex folo afpectu comprehendere oporteat. Praeterea quoque in omnibus aliis rebus, in quibus decorum et ordo ineffe debet, haec tractatio magnam habebit vtilitatem, fi quidem ea quae ordinem conftituunt, ad quantitates reduci numerisque exprimi poffunt; ficut in Architectura, in qua decori gratia requiritur, vt omnes aedificii partes ordine, qui percipi poffit, fint difpofitae.

CAPVT TERTIVM.
DE
MVSICA IN GENERE.

§. 1.

Minus fortaſſe neceſſarium putabitur muſicae definitionem hic afferre, cum cuique notum ſit quae disciplina hoc nomine deſignetur. Attamen magnam nobis vtilitatem ex definitione ad inſtitutum noſtrum accommodata eſſe prouenturam arbitror, cum ad operis diuiſionem, tum ad ipſum cuiusque partis pertractandae modum. Ita igitur muſicam definio, vt eam eſſe ſcientiam dicam varios ſonos ita coniungendi, vt auditui gratam exhibeant harmoniam. Et hanc ob rem iam in praecedentibus capitibus fuſius exponendam eſſe iudicaui tum de ſonis, tum de harmoniae principiis doctrinam, quo non ſolum ipſa definitio facilius poſſit percipi, ſed modus etiam perſpiciatur, quo eam tractari maxime conueniat.

§. 2. Diuidi ſolet plerumque muſica in duas partes alteram theoreticam, alteram practicam. Illa praecepta tradere debere ſtatuitur compoſitionis muſicae, et proprio nomine harmonicae appellatur. Practicae autem partis officium in hoc conſiſtere dicitur, vt doceat ipſo actu ſonos praeſcriptos vel voce vel inſtrumentis edere: huicque ſoli muſicae nomen vulgo imponitur, Ex quo intelligitur partem theoreticam eſſe praecipuam, cum altera ſine hac nihil efficere poſſit; neque tamen eam ſine practica parte finem ſuum, qui eſt oblectatio, conſequi poſſe. Sed,

quia

quia haec practica pars nihil eſt aliud niſi ars inſtrumenta muſica tractandi, hanc nos inter poſtulata ponentes non attingemus.

§. 3. In ſuperioribus iam eſt oſtenſum duobus modis ſuauitatem ſonis conciliari poſſe, quorum alter ſonorum grauitatem ſpectat et acumen, alter vero eorum durationem. Et qui muſicam hodiernam attentius contempletur, re ipſa deprehendet omnem, quae in ea ineſt, ſuauitatem tum a grauitatis acuminisque varietate, tum etiam a ſonorum duratione proficiſci. Negari quidem non poteſt, ſonorum diuerſa vehementia, qua mox fortiores mox debiliores efficiuntur, non parum ſuauitatis accedere: verum quia huiusuis menſura neque praeſcribi ſolet, neque tam exacte ab auditoribus poteſt discerni; ſed eius, qui canit, arbitrio relinquitur; non poſſumus illam iis, de quibus diximus, acuminis grauitatisue, et durationum differentiis annumerare. In genere autem hoc poteſt notari, eos ſonos, qui maiorem quandam habent emphaſin, maiore quoque vi exprimi debere.

§.4. Deinde non minorem ſuauitatem afferre ſolet inſtrumentorum muſicorum discrimen, multumque refert, cuiusmodi inſtrumentum ad praeſcriptam melodiam exprimendam adhibeatur. Alia enim chelydem requirit, alia fides, alia fiſtulam tibiamue, alia ad cornua et buccinas magis eſt accommodata. Non ſolum enim haec inſtrumenta ſonorum ſpecie differunt, ſed ſingula fere prae reliquis certam quandam habent proprietatem, vt vel facilius vel elegantius propoſitam ſonorum ſeriem poſſint exequi. Hanc ob rem qui muſicos concentus et melodias componunt, diligenter ad naturam inſtrumentorum debent attendere, vt nequid collocent, quod vel non commode vel non eleganter poſſit effici. Quocirca plerumque a Muſicis inſtrumentum deſignari ſolet, quo ad praeſcriptam melodiam canendam vti maxime conueniat.

§. 5. Duobus autem tantum principiis ſonorum, ſcilicet ratione grauis et acuti differentiis et eorum duratione admiſſis, tribus tamen modis in ſonorum congerie ſuauitas ineſſe poterit. Primo enim omnis ſuauitas a ſola acuminis et grauitatis diuerſitate oriri poteſt, omnibus vel aequalis durationis exiſtentibus, vel duratione prorſus neglecta, nullaque ad eam attentione facta. Secundo, etiamſi omnes ſoni fuerint aequaliter graues vel acuti, tamen propter ordinem, quem tenent durationes eorum, ſuauitatem habere poterunt. Tertio autem, qui eſt perfectiſſimus ſuauitatis gradus, vtrisque his coniunctis ſonorum tenore et duratione obtinebitur. Hocque ipſo muſica excellere putanda eſt, ſi tam durationis ſonorum, quam eorum magnitudinis ratione, quae acuminis et grauitatis differentia continetur, ſuauitas, quantum fieri poteſt, promoueatur.

§. 6. Ad poſtremam hanc tertiamque ſpeciem vniuerſa fere hodierna muſica referenda eſt. In ea enim non ſolum ſonorum tenor ad ſuauitatem efficiendam adhibetur, ſed duratione etiam ad eam plurimum augendam vti ſolent muſici; ex quo tactus ſiue plauſus originem ſuam habet. Interim tamen etiam nunc exempla priorum duarum ſpecierum cernere licet. Nam qui muſicam choralem hymnosque eccleſiaſticos intuetur, omnem, quam habent ſuauitatem, a ſolo ſonorum tenore et conſonantiarum idonea

ſuc-

ſucceſſione proficiſci deprehendet. Tympana vero ſecundae ſpeciei praebent exemplum, cum enim in iis omnes ſoni grauitate et acumine nihil propemodum differant, omnis ſuauitas potiſſimum a pulſuum celeritate pendet, atque ideo ſola durationis varietate nititur.

§. 7. In omnibus autem his ſpeciebus, qui melodiam vel concentum muſicum componere ſtatuit, praeter regulas ſuauitatis generales praecipue etiam ad id reſpicere debet, vtrum ad laetitiam an ad triſtitiam flectere auditores cupiat. In praecedente enim capite iam monſtratum eſt, quibus rebus vtrumque efficiatur. Id quod praecipue in componendis melodiis ad propoſitos hymnos obſeruari oportet: occurrentibus enim verbis vel periodis triſtibus, melodiam etiam ſic inſtituere ſolent, vt ordo difficilius perſpici poſſit. Hanc ob rem vel minus ſimplices conſonantias vel earum ſucceſſiones, quae difficilius percipiantur vſurpant, vel ſonorum durationes ita conſtituunt, vt rationum earum perceptio fiat difficilior. Contrarium faciunt, quando ipſe textus ad laetitiam inclinat.

§. 8. Omnino autem muſicum opus ſimile eſſe oportet orationi ſiue carmini. Quemadmodum enim in his non ſufficit elegantia verba et phraſes coniungere, ſed praeterea ineſſe debet ipſarum rerum ordinata diſpoſitio et argumentorum idonea accommodatio; ita etiam in muſica ſimile apparere debet inſtitutum. Neque enim multum delectat complures conſonantias in ſeriem conieciſſe, etiamſi ſingulae ſatis habeant ſuauitatis, ſed in his ipſis ordinem elucere oportet, prorſus ac ſi quaedam oratio iis eſſet exprimenda. In hocque potiſſimum ad facilitatis vel difficul-

tatis

tatis gradum, quo ordo percipitur, refpicere iuuat; atque prout inftitutum requirit, laetitia et triftitia vel permutari, vel modo haec, modo illa intendi ac remitti debebit.

§. 9. Videamus igitur, quomodo quamlibet harum muficae fpecierum tractari maxime conueniat. Harum quidem prima, quia, vt iam eft dictum, durationum vllus ordo fiue non adeft fiue non confideratur, tota in fucceffione varii tenoris fonorum confiftit. In hac autem plerumque plures foni fimul fonant, ex quo, qui oritur fonitus, confonantia appellatur. Nolo vero hic confonantiae vocem in vulgari fenfu accipi, quo disfonantiae opponitur, fed hoc vocabulo defignari volo fonitum plurium fonorum fimul fonantium. Atque hac fignificatione fimplex fonus vt infimus et fimpliciffimus confonantiarum gradus poteft confiderari, ficut inter numeros vnitas collocari folet. Prima igitur muficae fpecies ferie plurium confonantiarum fefe infequentium conftat, quae fuauem harmoniam conftituant.

§. 10. De confonantiis ergo ante omnia erit differendum, atque primum indagari debebit, quales foni ad confonantiam fuauem conftituendam requirantur, tumque ad quem fuauitatis gradum quaeque pertineant. Hinc prouenient innumerae confonantiarum fpecies, quae deinceps in fequentibus, prout inftituti ratio poftulabit, in vfum deduci poterunt. His igitur expofitis inquiri debebit, quomodo duae confonantiae debeant effe comparatae, vt fefe infequentes fuauem efficiant fucceffionem. Denique peruenietur ad plurium confonantiarum examen, in quo, cuiusmodi fingulae effe debeant, vt fuauitate auditus fenfum afficiant,

inue-

inueſtigabitur. Quibus abſolutis de qualibet conſonantiarum ſerie propoſita iudicare licebit, quantum contineat ſuauitatis: dum ſingulae conſonantiae primo ſeorſim, et deinde ſingulae ſucceſſiones omniumque communes nexus conſiderabuntur.

§. 11. Exinde in conſpectum prodibunt innumerabiles huiusmodi conſonantiarum ſeries componendi modi, quorum qui apud muſicos ſunt in vſu, non ſunt niſi caſus maxime ſpeciales. Horum autem cum ſinguli certos ſonos requirant, diſpiciendum erit, quibus ſonis in quoque componendi modo ſit opus, vt appareat ad quosnam ſonos edendos muſica inſtrumenta debeant inſtrui. Sequetur haec plenior tractatio de modis muſicis, eorum commutatione, aliisque rebus, quibus muſica compoſitio magis determinatur, et intra cancellos continetur. Denique iterum ſimplicia membra nempe conſonantiae ad examen reuocabuntur et diligentius inquiretur, cuiusmodi ſpecies quauis occaſione adhiberi oporteat, et quomodo eas inter ſe permutari, aliasque vicarias earum loco ſubſtitui conueniat. Compoſitio haec, quae hisce tantum praeceptis continetur, atque durationem ſonorum negligit, ſimplex vocari ſolet ſiue ſoluta, quia ſimilis quodammodo eſt ſermoni ſoluto omnique metro carenti.

§. 12. Poſtmodum exponenda erit altera muſicae ſpecies, quae ſonorum ratione grauis et acuti discrimen non curans, tota eſt occupata in ſuauitate per eorum durationes producenda. Haec autem, vt in ſecundo capite eſt demonſtratum, obtinebitur, ſi ratio et ordo, quem ſingulorum ſonorum durationes inter ſe habent, percipi poterit.

Quilibet igitur ſonus menſuratum et determinatum habere debebit durationis ſuae tempus, omniumque tempora ita oportebit eſſe comparata, vt ratio eorum perceptibilis reddatur. A ſimplicioribus ergo vt incipiatur, primo quantae durationis duo eſſe debeant ſoni, vt rationem eorum auditores perſpicere queant, inquirendum eſt; in quo iterum notaſſe plurimum iuuabit, quo facilitatis gradu huiusmodi rationes intelligi poſſint. Quo facto ſimili modo plures ſoni conſiderabuntur.

§. 13. Quemadmodum autem diuiſio temporis in partes aequales non ſolum vbique adhibetur, ſed homini fere naturalis eſſe videtur: ita in muſica etiam omnes ſoni ad aequalia tempora referri ſolent, etiamſi ipſi prorſus inaequales habeant durationes. Hanc ob rem tempore in aequales partes diuiſo, in ſingulas ſonos ita diſtribuunt, vt eorum durationum ſumma huiusmodi temporis portioni ſit aequalis. Alias igitur plures ſoni, alias pauciores in eodem tempore eduntur, prout breuioris vel longioris fuerint durationis. Atque huiusmodi temporis portio, quia ictu manus plerumque deſignari ſolet, tactus ſiue plauſus appellatur. Sonorum igitur ſeries in hac muſicae ſpecie in tales plauſus diſtribuitur, qui ſimili modo a ſe inuicem diſtinguuntur, quo pedes atque verſus in oratione ligata.

§. 13. Plauſus deinde duplici modo diſtinguitur vel ratione durationis vel ſubdiuiſionis. Priori modo alius euadit tardus, alius celer, prout eius tempus longius durat vel breuius. Varietas, quae ex altero modo oritur, perquam eſt multiplex, cum multis modis plauſus poſſit ſubdiuidi. Alius enim erit naturae, ſi in duas partes diſtinguitur

guitur, et in hoc ipſo erit diuerſitas, prout hae partes fuerint aequales vel inaequales, alius ſi in tres, alius ſi in quatuor partes diuiditur. Porro ipſae hae partes ſaepe vlterius ſubdiuiduntur, et aliter in aliis plauſibus, donec ad ſingulos ſonos perueniatur. Ex quo maxima oritur in hac ſaltem muſicae ſpecie diuerſitas, vt nulla prorſus enumeratio varietatum inſtitui poſſit.

§. 15. Saepe deinde plauſus etiam ſolent commutari, vel durationis vel ſubdiuiſionis ratione, ita vt modo poſt celerem, tardus, modo poſt tardum celer collocetur. Ratione vero ſubdiuiſionis plauſus bipartiti, tripartiti et reliqui multis modis commutari et inter ſe commiſceri poſſunt. Varietas autem haec vehementer multiplicatur eo, quod plures dentur ſpecies eiusdem plauſus eodem modo diuiſi, cum iſtae ſectiones porro varie diſtinguantur. Praeterea vtroque modo ſimul numerus commutationum in immenſum augebitur, ſi nimirum plauſus non ſolum ratione diuiſionis, ſed etiam durationis permutantur. De quibus omnibus, quas regulas obſeruari oporteat, ex ſecundo capite eſt deriuandum.

§. 16. Plauſus autem eorumque partes, vt iam diximus, ab auditoribus eodem modo animaduertuntur, quo carminis verſus, pedes, atque ſingulae ſyllabae. Et quemadmodum in his vix vlla recitantis ſenſibilis ceſſatio aduerti poteſt, etiamſi reuera aliquod interſtitium adſit; ita etiam plauſus eorumque partes a ſe inuicem diſtinguuntur, vt perquam exigua et fere imperceptibilis mora finito tactu eiusue aliqua parte interponatur. Multum tamen etiam ad hanc diſtinctionem facit ſonorum diuerſa vis; primarii enim ſeu ii, qui tactum eiusque partes inchoant fortiores aliquanto efficiuntur. Quamobrem intelligitur primos ſonos in quoque tactu et partibus eius ſimul eſſe debere principales, reliquos vero vt minorem habent vim, ita etiam minus eſſe principales.

§. 17. Sicuti igitur tactus partes cum ſyllabis ſingulis orationis ligatae, et ipſi tactus cum pedibus ſeu verſibus comparari poſſunt: ita aliquot tactus integram conſtituunt periodum, harumque plures integram orationis partem. Similes hanc ob rem regulas in muſica et oratoria obſeruari oportet, ita vt tactus quilibet melodiae quandam diſtinctionem repraeſentet; et aliquot eorum, qui periodo oratoriae ſeu verſui reſpondeant, quaſi integrum quendam melodiae ſenſum comprehendere debeant. Certis igitur concludendae ſunt clauſulis, quae finem commode conſtituant. Et hae ipſae diuerſae eſſe debebunt, prout vel periodi tantum partem, vel integram periodum, vel totam etiam orationem finient.

§. 18. Poſtremus vero ſonus cuiusque periodi debet eſſe principalis, et hanc ob rem primus eſſe debet vel in tactu vel in parte tactus. Quapropter fit vt neque periodus muſica, neque oratio in ipſa plauſus fine poſſit terminari, ſed initium vel tactus vel eius partis cuiuspiam tenere debeat finis huiusmodi. Progreſſio vero et praeparatio ad finem in ipſum vel tactus vel partis eius finem incidet, vt ſequens ſonus principalis periodum concludat. Soni enim minus principales aliam ob cauſam non adhibentur, niſi vt ipſos principales coniungant,

iungant: quamobrem ii inter principales pofiti effe debent, et cantum neque incipere neque finire poffunt. Horum autem omnium plenior expofitio in pertractatone tertiae muficae fpeciei exhiberi debet.

§ 19. Tertia denique exponenda erit muficae fpecies, in qua vtraque priorum coniungitur. Plurimum igitur ifta habebit fuauitatis, cum non folum foni ratione grauis et acuti, vt in prima fpecie, fed etiam ratione durationis vt in fecunda, ordinem perceptibilem contineant. Et propterea quo maior in vtroque ineft ordo, eo quoque haec mufica magis placeat, neceffe eft. Perfpicuum autem eft hac tertia fpecie multo effe difficilius quidquam elaborare, quod fit perfectum, quam in duabus prioribus; idcirco quod haec vtramque perfectionem coniunctim debeat complecti. Quamobrem ipfa rei natura poftulat, vt ante in duabus prioribus fpeciebus opera et ftudium collocetur, quam tertia pertractetur: nifi enim in vtraque fpecie feorfim fuauitas obtineri poteft, neque in ea, quae ex hisce eft coniuncta, quicquam fuaue efficietur. Intellectis autem duabus prioribus fpeciebus difficile non erit iis coniungendis tertiam percipere.

§. 20. In hac autem tertia fpecie maxima verfatur multiplicitas compofitionis; non folum enim tot eius funt varietates, quot in vtraque praecedentium coniunctim, fed binis quibusque combinandis infinitus propemodum exiftit varietatum numerus. Scilicet fi numerus diuerforum compofitionis modorum in prima fpecie fit m, numerusque tactuum variorum et menfurae formarum in fecunda fpecie n, numerus varietatum tertiae ſpeciei mn. Atque ſi m et n ſint numeri, vt oſtendimus, fere infiniti, erit numerus mn ſtupendae magnitudinis. Ex quo apparet, variationes omnes muſicae hodiernae, quae potiſſimum in hac tertia ſpecie eſt occupata, omnino non poſſe enumerari. Fieri igitur non poteſt, vt iſta ſcientia vnquam exhauriatur: ſed quamdiu mundus durabit, locus ſemper erit pleniſſimus nouarum inuentionum; ex quo perpetuo noua melodiarum et concentuum genera emanabunt.

§. 21. In pertractatione tertiae muſicae ſpeciei ſequi conueniet diuiſionem in ſpecie ſecunda factam, atque ad quodlicet tactuum ſiue plauſuum genus accommodanda erit componendi ratio primae ſpeciei. Ante omnia autem generalia tradenda ſunt praecepta ad duas priores muſicae ſpecies coniungendas, in quibus exponi oportet, cuiusmodi conſonantiis in quauis tactus parte vti maxime conueniat. Cum enim aliae tactus partes ſint magis principales, aliae minus, in ipſis quoque conſonantiis, quae adhibentur, huiusmodi diſcrimen appareat neceſſe eſt. Deinde cum plures tactus ſimiles ſint periodo aliique orationis parti, oſtendendum eſt etiam, cuiusmodi conſonantiis quaeuis diſtinctio commodiſſime exprimatur. De clauſulis igitur hoc loco agendum erit, earumque differentia, quae ex diſtinctionis ratione oritur.

§. 22. Enumeratis deinceps variis tactuum generibus ex ſecunda ſpecie muſicae, indicandum erit, quomodo in quouis genere periodum muſicam conſtitui, atque ex his integram quaſi orationem componi oporteat.

teat. Ampliſſima haec erit tractatio ob innumera ſere tactuum genera, innumerosque componendi modos. Praeter haec vero accedet ingens diuerſitas ſtyli; ſimili enim modo, quo in rhetorica, de ſtylo in muſica eſt agendum, qui nihil aliud eſt niſi certa quaedam ratio periodos formandi, easque coniungendi. Huc tandem quoque pertinent figurae muſicae, ſimiles etiam figurarum in oratoria, quibus hae muſicae orationes maxime exornantur, et ad ſummum perfectionis gradum euehuntur.

§. 23. Ex conſonantiis, quae hoc modo concentum muſicum componunt, oriuntur variae, vti vocantur, voces. Nam ſi ſoni vel voce vel tali inſtrumento, quod plures ſonos ſimul formare non poteſt, eduntur, ad quamuis conſonantiam pluribus opus eſt vel vocibus, vel huiusmodi inſtrumentis. Ex hisque oritur noua tractatio, quomodo plures voces conſtituendae ſint, vt ſimul ſonantes aptam et gratam conſonantiarum ſeriem exhibeant. Primum igitur vna vox debet conſiderari, tum duae, porro tres, quatuor pluresque. Hacque ratione omnia praecepta, quae erunt eruta, maxime accommodabuntur ad receptum componendi modum: omnia enim ſere opera muſica conſtant certo vocum aliquot numero, quarum ſingulae quandam melodiam conſtituunt, non quidem completam, ſed tamen vt omnes ſimul concinentes ſuauem harmoniam efficiant.

§. 24. Tribus itaque completa de muſica tractatio abſoluetur partibus, quibus totidem muſicae ſpecies ſunt exponendae. Harumque quaelibet, quomodo ad harmoniae praecepta capite ſecundo ſtabilita reducenda ſit, intel-

intelligitur. Cum igitur omnia ex certis deriuanda ſint principiis, quorum veritas ſufficienter eſt euicta, methodus, qua vtemur, plane eſt philoſophica, ſeu demonſtratiua. Neque vero quisquam, quantum ſcio, huiusmodi methodum in muſica tradenda adhibuit. Omnes enim, qui de Muſica ſcripſerunt, vel theoriam nimis neglexerunt, vel praxin. Illi ſcilicet praecepta componendi collegerunt, ſine demonſtrationibus; hi vero toti erunt occupati in conſonantiis et diſſonantiis explicandis: atque ex his modum inſtrumentorum muſicorum attemperandorum inueſtigauerunt, principiis autem vſi ſunt vel inſufficientibus vel precariis, ita vt ipſis vlterius progredi non licuerit.

CAPVT QVARTVM
DE
CONSONANTIIS.

§. 1.

Plures ſoni ſimplices ſimul ſonantes conſtituunt ſonum compoſitum, quem hic conſonantiam appellabimus. Ab aliis quidem conſonantiae vox ſtrictiore ſenſu accipitur, vt tantum denotet ſonum compoſitum auditui gratum multumque ſuauitatis in ſe habentem: hancque conſonantiam diſtinguunt a diſſonantia, quae ipſis eſt ſonus compoſitus parum vel nihil ſuauitatis complectens. At quia partim difficile eſt conſonantiarum et diſſonantiarum limites definire, partim vero haec diſtinctio cum noſtro tra-

ctandi

ctandi modo minus congruit, quo secundum suauitatis gradus Cap. II. expositos sonos compositos sumus iudicaturi, omnibus sonitibus, qui ex pluribus sonis simplicibus simul sonantibus constant, consonantiae nomen tribuemus.

§. 2. Quo igitur huiusmodi consonantia placeat, oportet, vt ratio, quam soni simplices eam constituentes inter se tenent, percipiatur. Quia autem hic duratio sonorum non spectatur, sola varietatis, quae in sonorum grauitate et acumine inest, perceptio istam suauitatem continebit. Quamobrem, cum grauitas et acumen sonorum ex pulsuum eodem tempore editorum numero sint mensuranda, perspicuum est, qui horum numerorum mutuam relationem comprehendat, eundem suauitatem consonantiae sentire debere.

§. 3. Supra autem iam constituimus ipsos sonos per pulsuum, quos dato tempore conficiunt, numeros exprimere, ex hocque sonorum quantitatem seu tenorem, qui grauitatis et acuminis ratione continetur, metiri. Quo itaque proposita consonantia placeat, necesse est vt ratio, quam sonorum simplicium quantitates, seu ipsi soni (sonos enim tanquam quantitates consideramus) inter se tenent, percipiatur. Hoc igitur modo consonantiarum perceptionem ad numerorum contemplationem reuocamus, qua de re in secundo capite praecepta sunt tradita, ex quibus intelligi potest, quomodo de cuiusuis consonantiae suauitate sit iudicandum.

§. 4. Facile igitur erit consonantiae cuiusuis perceptionem ad certum suauitatis gradum reducere, ex quo apparebit, vtrum facile an difficile et insuper quo gradu propoſita conſonantia mente comprehendatur. Praeterea vero etiam plures conſonantiae inter ſe poterunt comparari, de iisque iudicare licebit, quae ſit perceptu facilior quaeue difficilior, ſimulque definiri poterit, quanto alia facilius quam alia poſſit comprehendi. Data ergo conſonantia numerus debet inueniri, qui eſt minimus communis diuiduus numerorum ſimplices ſonos exponentium, isque inueſtigari adquemnam gradum pertineat. Ex hoc enim manifeſtum erit, quantum ad conſonantiam percipiendam requiratur.

§. 5. Cum igitur opus ſit minimo communi diuiduo ſonorum ſimplicium, oportebit ſemper hos ſonos numeris integris exponere, iisque minimis, qui eandem inter ſe tenent rationem: cuius rei hoc habetur indicium, ſi iſti numeri integri nullum habeant communem diuiſorem praeter vnitatem. Hac ergo quaſi prima operatione abſoluta deinceps inueniendus eſt minimus communis diuiduus ſecundum praecepta capite ſecundo tradita. Denique per eadem praecepta innoteſcet ad quem minimus hic communis diuiduus gradum ſuauitatis pertineat, atque ad eundem ipſius conſonantiae perceptio pertinere eſt cenſenda. Quoties quidem iſte minimus communis diuiduus non gradum ſedecimum excedit, hac poſtrema operatione non eſt opus, quia tabula ſupra data hos omnes gradus continet.

§. 6. Vocabimus autem in poſterum minimum hunc communem diuiduum ſonorum ſimplicium, conſonantiam componentium exponentem conſonantiae, hoc enim cognito ſimul ipſius conſonantiae natura perſpicitur. Quomodo autem ex dato hoc exponente gradus ſuauitatis inueniri debeat §. 27. Cap. II. docetur hoc modo: Exponens hic reſoluatur in

facto-

factores suos simplices omnes, horumque summa sumatur, quae sit s. Factorum vero horum numerus ponatur $= n$, erit suauitatis gradus ad quem proposita consonantia refertur $s - n + 1$; quo itaque minor reperitur hic numerus, eo erit consonantia suauior seu perceptu facilior.

§. 7. Non incongrue etiam consonantiae diuiduntur secundum sonorum simplicium, ex quibus sunt compositae, numerum; atque hinc aliae erunt bisonae, aliae trisonae, aliaeque multisonae, prout duobus vel tribus vel pluribus constant sonis. In bisonis igitur sint duo soni, ex quibus constant, a et b, seu isti numeri rationem saltem teneant ipsorum sonorum. Debebunt ergo a et b esse numeri integri et primi inter se. Atque hanc ob rem minimus eorum diuiduus erit ab, ideoque hic ipse numerus ab erit exponens consonantiae propositae, ex quo suauitatis gradus, ad quem pertinet, innotescit. Recenseamus autem huiusmodi consonantias secundum suauitatis gradus, vt ex ipso ordine appareat, quam quaeque facilis vel difficilis sit perceptu.

§. 8. Ad huiusmodi vero enumerationem perficiendam hoc tantum opus est, vt singuli numeri ex tabula capiti II. adiecta iuxta ordinem excerpantur, eorumque quilibet in duos factores inter se primos resoluatur, id quod saepe pluribus modis fieri poterit. Hoc facto dabunt huiusmodi bini factores sonos consonantiae bisonae, cuius exponens erit ille ipse numerus, ex quo hi factores erant deriuati. Exempli gratia in quinto gradu habetur 12, qui duplici modo in factores inter se primos resolui potest 1, 12 et 3, 4. Huiusmodi soni igitur constituent consonantias ad gradum V pertinentes, quarum exponens est 12.

§. 9. Ad primum igitur gradum, in quo habetur vnitas, nulla refertur consonantia neque bisona neque plurium sonorum. Cum enim soni consonantiam constituentes debeant esse diuersi, vnitas eorum nunquam esse poterit minimus communis diuiduus siue exponens. Hanc ob rem simplicissima consonantia pertinebit ad gradum secundum, eamque constituent soni rationem 1 : 2 tenentes, cuius ergo exponens est 2, qui numerus solus in gradu secundo reperitur. Consonantia haec a musicis diapason siue octaua appellatur, ab iisque pro simplicissima et perfectissima habetur; facillime enim auditu percipitur, ab aliisque dignoscitur.

§. 10. Ad tertium gradum retulimus duos numeros 3 et 4, quorum vterque in duos factores inter se primos seu praeter vnitatem nullum alium communem habentes diuisorem resoluitur, ille scilicet in 1 et 3, iste vero in 1 et 4. Duae igitur prodeunt consonantiae bisonae ad tertium gradum pertinentes, quarum altera constat ex sonis rationem 1 : 3 habentibus, altera vero ex sonis 1 : 4. Illa vocari solet diapason cum diapente, haec vero disdiapason, neque de his dubium esse potest, quin sequentibus facilius percipiantur.

§. 11. Hoc modo sequentem confeci tabulam consonantiarum bisonarum, in qua eae sunt secundum suauitatis gradus supra expositos dispositae, ad decimum vsque gradum.

Gr. II.

Gr. II.	2:5.	*Gr. IIX.*	3:7.	3:64.	1:160.
1:2.	1:18.	1:14.	1:25.	1:256.	5:32.
Gr. III.	2:9.	2:7.	1:28.	*Gr. X.*	1:162.
1:3.	1:24.	1:30.	4:7.	1:42.	2:81.
1:4.	3:8.	2:15.	1:45.	3:14.	1:216.
Gr. IV.	1:32.	3:10.	5:9.	6:7.	8:27.
1:6.	*Gr. VII.*	5:6.	1:60.	1:50.	1:288.
2:3.	1:7.	1:40.	3:20.	2:25.	9:32.
1:8.	1:15.	5:8.	4:15.	1:56.	1:384.
Gr. V.	3:5.	1:54.	5:12.	7:8.	3:128.
1:5.	1:20.	2:27.	1:80.	1:90.	1:512.
1:9.	4:5.	1:72.	5:16.	2:45.	
1:12.	1:27.	8:9	1:81.	5:18.	
3:4.	1:36.	1:96.	1:108.	9:10.	
1:16.	4:9.	3:32.	4:27.	1:120.	
Gr. VI.	1:48.	1:128.	1:144.	3:40.	
1:10.	3:16.	*Gr. IX.*	9:16.	5:24.	
	1:64.	1:21.	1:192.	8:15.	

§. 12. Ex Cap. I. §. 11. intelligitur, quomodo duae chordae debeant intendi, vt ſonos datam tenentes rationem edant; hoc ergo modo facile erit iſtas conſonantias chordis exprimere, atque re ipſa experiri, quae ſit perceptu facilior, quaeue difficilior: reperietur autem experientia egregie cum hac theoria conſpirare. Huiusmodi vero experimentis auditum muſicae ſtudioſi exerceri non ſolum perutile iudico, ſed etiam maxime neceſſarium; hac enim ratione ſibi diſtinctas comparabit ideas harum ſimpliciorum conſonantiarum, magisque idoneus euadit ad muſicam ipſa praxi tractandam.

§. 13. Neque vero neceſſe eſt, vt, qui muſicae operam dat, omnium enumeratarum conſonantiarum diſtinctas habeat ideas, ſed ſufficit primarias tantum animo probe imprimere, quae ſunt 1 : 2, 1 : 3 vel 2 : 3, 1 : 5 vel 2 : 5 vel 4 : 5. Has enim, qui nouerit non ſolum ab aliis diſtinguere, ſed etiam ipſe vel voce formare vel chordis auditus ope producere; is quoque omnes reliquas conſonantias, quarum exponentes alios non habent diuiſores niſi 2, 3 et 5, ſolo auditu poterit efficere. Atque hoc ſufficiet ad muſicam hodiernam, et ad inſtrumenta muſica attemperanda. In ſequentibus vero pluribus haec ſum expoſiturus.

§. 14. Iam monui, me hic ſub conſonantiae nomine tam conſonantias, quam diſſonantias vulgo ſic dictas complecti. Ex tabula autem appoſita et methodo noſtra limites quodammodo definiri poſſe videntur. Diſſonantiae enim ad altiores pertinent gradus, et pro conſonantiis habentur, quae ad inferiores gradus pertinent. Ita tonus, qui conſtat ſonis rationem 8 : 9 habentibus, et ad octauum gradum eſt relatus, diſſonantiis annumeratur, ditonus vero ſeu tertia maior ratione 4 : 5 contentus, qui ad ſeptimum gradum pertinet, conſonantiis. Neque tamen ex his octauus gradus initium poteſt conſtitui diſſonantiarum; nam in eodem continentur rationes 5 : 6, et 5 : 8, quae diſſonantiis non accenſentur.

§. 15. Hanc rem autem attentius perpendenti conſtabit diſſonantiarum et conſonantiarum rationem non in ſola perceptionis facilitate eſſe quaerendam, ſed etiam ad totam componendi rationem ſpectari debere. Quae enim conſonantiae in concentibus minus commode adhiberi poſſunt, eae diſſonantiarum nomine ſunt appellatae, etiamſi forte facilius percipiantur, quam aliae, quae ad conſonantias referuntur. Atque haec eſt ratio, cur

tonus

tonus 8 : 9 dissonantiis annumeretur, et aliae multo magis compositae consonantiae pro consonantiis habeantur. Simili modo ex hoc explicandum est, cur quarta seu diatessaron sonis rationem 3 : 4 habentibus constans a musicis ad dissonantias potius quam ad consonantias referatur, cum tamen nullum sit dubium, quin ea admodum facile percipi queat.

§. 16. Apud veteres quidem musicos haec quarta tanquam valde suauis consonantia erat considerata, vt ex eorum scriptis liquet. At aliis prorsus vsi sunt methodis dissonantias a consonantiis discernendi, quae in ipsa rei natura minus erant fundatae et ex precariis principiis deductae. Pythagoraei enim ad consonantias efficiendas alios sonos non iudicabant idoneos, nisi qui constarent ex duobus sonis rationem vel multiplicem vel superparticularem vel multiplicem superparticularem tenentes; dissonantiam vero prodire putarunt, quoties horum duorum sonorum ratio fuerit vel superpartiens vel multiplex superpartiens.

§. 17. Hanc Pythagoraeorum sententiam refellit Ptolemaeus in Libris Harmonicorum experientiam testem allegans diapason diatessaton ratione 3 : 8 contentum esse consonantiam, quamuis haec ratio sit dupla superbipartiens tertias. Deinde notat hac regula ne ipsos quidem Pythagoraeos tuto vti esse ausos, dum praeter rationes duplam, triplam, quadruplam, sesquialteram et sesquitertiam alias ad consonantias efficiendas non adhibuissent, cum tamen praeterea innumerabiles alias eodem iure suam regulam sequentes adhibere potuissent. In hac

ve-

vero Ptolemaei refutatione nihil reprchendendum reperio; non enim ad rationum genera, fed ad fimplicitatem et percipiendi facilitatem refpici oportet.

§. 18. Neque tamen ipfius Ptolemaei principium, quo in hac re vtitur, magis eft firmum; confonantias enim poft diapafon et disdiapafon duas tantum admittit, quae rationibus fuperparticularibus proxime aequalibus et coniunctis rationem duplam producentibus contineantur. Huiusmodi autem funt rationes 2 : 3 et 3 : 4, quae coniunctae dant rationem 1 : 2. Ex priore oritur confonantia diapente dicta, ex pofteriore vero diateffaron. Deinde aliud infuper ponit principium hoc: confonantiam quamcunque octaua auctam manere confonantiam nihilque de fua fuauitate amittere, hocque modo in confonantiarum numerum recipit has rationes, 1 : 2; 1 : 4; 2 : 3; 1 : 3; 3 : 4, et 3 : 8.

§. 19. Nihilo tamen minus Ptolemaeus rationibus fuperparticularibus magnam tribuit praerogatiuam prae fuperpartientibus; neque enim fonos alias tenentes rationes fuperparticulares praeter 2 : 3 et 3 : 4 diffonos appellat, fed medio quodam inter confonos et diffonos nomine, fcilicet concinnos. Reliquas vero rationes fuperpartientes praeter 3 : 8 diffonantias producere fortiter ftatuit. Non autem neceffe effe iudico hanc confonantiarum fuauitatem metiendi rationem vtpote prorfus precariam, nullisque principiis firmis fuperftructam refellere: cum veritas noftrorum principiorum abunde iam fit ob oculos pofita, et ex ipfa rei natura deriuata. Reftaret quidem vt alterius fectae veterum muficorum, cuius auctor

ctor Ariſtoxenus fuit, hac de re ſententiam exponerem, verum vti hi numerorum rationes prorſus reiecerunt, ita conſonantiarum et diſſonantiarum iudicium ſenſibus ſolis reliquerunt, in quo non multum a Pythagoreis diſſenſerunt.

§. 20. Triſonarum et multiſonarum conſonantiarum ſecundum ſuauitatis gradus enumeratio ſimili modo perficietur, quo biſonarum, ita vt ſuperfluum eſſet tam abunde de iis explicare. Id tantum animaduerti conuenit ſimpliciſſimam conſonantiam triſonam ad gradum ſuauitatis tertium pertinere ſoniſque 1 : 2 : 4 conſtare, cuius exponens eſt 4. Ex quo intelligitur, ex quo pluribus ſonis conſonantia ſit compoſita, eam ad eo altiorem quoque ſuauitatis gradum pertinere, etiamſi ſit in ſuo genere ſimpliciſſima.

§. 21. Eo autem magis hanc conſonantiarum diuiſionem vlterius non perſequor, cum aliam multo aptiorem et vtiliorem diuiſionem ſim allaturus, quae fit in completas et incompletas conſonantias. Voco autem conſonantiam completam, ad quam nullus ſonus ſuperaddi poteſt, quin ſimul ipſa conſonantia ad altiorem gradum ſit referenda; ſeu eius exponens fiat magis compoſitus; huiusmodi eſt conſonantia ſonis 1 : 2 : 3 : 6 conſtans, cuius exponens eſt 6. Superaddito enim quocunque nouo ſono exponens fiet maior. Conſonantia contra incompleta mihi eſt, ad quam vnum vel plures ſonos adiicere licet, citra exponentis multiplicationem: vt huius conſonantiae 1:2:3 exponens non fit maior, etiamſi ſonus 6 addatur, quamobrem eam incompletam voco.

§. 22. Ex praecedentibus autem intelligitur quemlibet numerum ſonum ſimplicem denotantem eſſe diuiſorem exponentis conſonantiae. Quare ſi exponentis omnes diuiſores accipiantur, iisque totidem ſoni ſimplices exprimantur, habebitur conſonantia completa illius exponentis; praeter hos enim numeros alius non erit, qui hunc exponentem diuidat. Ita conſonantia conſtans ſonis $1:2:3:4:6:12$ erit completa, quia hi ſoli numeri ſunt diuiſores exponentis huius conſonantiae, qui eſt 12, neque vllus alius praeter hos numerum 12 diuidit.

§. 23. Quoties igitur exponens conſonantiae eſt numerus primus, completa conſonantia erit biſona, vt $1:a$, ſi a denotet numerum primum. Si exponens fuerit a^m, conſtabit completa conſonantia ex $m+1$ ſonis, nempe $1:a:a^2:a^3----a^m$. Si exponens habeat hanc formam ab, factum ex duobus numeris primis, erit conſonantia quadriſona, $1:a:b:ab$, et exiſtente exponente $a^m b^n$ habebit completa conſonantia $mn+m+n+1$ ſonos. Atque generalius ſi exponens fuerit $a^m b^n c^p$ continebit conſonantia completa $(m+1)(n+1)(p+1)$ ſonos, ac ſecundum regulam §. 6. datam pertinebit ad gradum $ma+nb+pc-m-n-p+1$: eſt enim ſumma omnium factorum ſimplicium exponentis $ma+nb+pc$ et numerus factorum eſt $m+n+p$.

§. 24. Expoſito modo conſonantias completas formandi perſpicuum eſt, ſi vnus pluresue ſoni ex iis omittantur, conſonantiam tum fieri incompletam. In quo eſt notandum huiusmodi ſonos reiici oportere, vt reliquorum exponens non fiat ſimplicior: vt ſi ex hac conſonantia $1:2:4$, cuius exponens eſt 4, ſonus 1 vel 4 reiiceretur, conſonantia prodiret $1:2$ vel $2:4$ congruens cum illa, cuius exponens non amplius foret 4, ſed tantum 2. Verum medium ſonum 2 reiicere licebit; conſonantiae enim $1:4$ exponens etiam nunc eſt 4, quemadmodum completae $1:2:4$.

§. 25. Si exponens eſt numerus primus, patet conſonantiam non poſſe eſſe non completam, eo quod duobus tantum conſtet ſonis. At reliquae conſonantiae omnes fieri poſſunt incompletae, idque biſonae omittendis omnibus ſonis praeter grauiſſimum et acutiſſimum: quia enim hic ipſo exponente, ille vero vnitate exprimitur, exponens huius conſonantiae biſonae non erit ſimplicior quam completae: vt ex conſonantia $1:2:3:6$ reiectis ſonis 2 et 3 conſonantiae $1:6$ exponens eſt 6 pariter ac illius. Deinde in conſonantiis, quarum exponens eſt huius formae a^m, neque ſonus grauiſſimus 1 neque acutiſſimus a^m poſſunt reiici; in reliquis vero conſonantiis omnibus tam infimus quam ſupremus imo et vterque poteſt praetermitti.

§. 26. Si qua conſonantia ita eſt comparata, vt in ea nullus ſonus omitti poſſit, quin ſimul ipſa conſonantia ſimplicior euadat, et ad gradum inferiorem quam ante pertineat, eam hic puram appellabimus. Huiusmodi ſunt omnes conſonantiae biſonae, quia praetermiſſo altero ſono ceſſant eſſe conſonantiae. Simili modo purae ſunt conſonantiae $3:4:5$; $4:5:6$ nec non $1:6:9$; $2:3:12$, in quibus nullus ſonus poteſt omitti, quin ſimul fiant ſimpliciores. Harum itaque conſonantiarum vſus in hoc conſiſtit, quod ſonorum numerus, quantum fieri poteſt, diminuatur, ita tamen vt exponens non fiat minor.

§. 27. Duplici autem modo consonantia quaecunque vno pluribusue sonis reiiciendis fieri potest simplicior; quorum prior est, quando residuorum sonorum seu numerorum vices eorum tenentium minimus communis diuiduus minor euadit, quam omnium, vt in consonantia 2 : 3 : 5 : 6, reiecto sono 5, reliquorum 2 : 3 : 6 minimus communis diuidius est 6, qui ante erat 30. Altero modo consonantia fiet simplicior, quando residui soni communem habent diuisorem; tum enim per hunc ante debent diuidi, quam minimus communis diuiduus seu exponens definiatur, vt in hac consonantia 2 : 3 : 4 : 6, reiecto sono 3, reliqui per 2 diuisi constituunt consonantiam 1 : 2 : 3 cuius exponens est 6, ante vero erat 12.

§. 28. Vtroque etiam modo coniunctim consonantia reiiciendis vno pluribusue sonis fieri potest simplicior; quando scilicet sonorum residuorum numeri et simpliciorem habent minimum communem diuiduum et insuper communem diuisorem: quemadmodum fit in hac consonantia 3 : 6 : 8 : 9 : 12, cuius exponens est 72, si reiiciatur sonus 8; reliquorum enim 3 : 6 : 9 : 12 minimus communis diuiduus est 36; at quia singuli hi numeri per 3 possunt diuidi, consonantia resultans ex sonis 1 : 2 : 3 : 4 constare censenda est, cuius igitur exponens erit 12. Tanto itaque simplicior euadit proposita consonantia vnico sono 8 reiecto.

§. 29. Quo autem distinctius intelligatur, quomodo quaeuis consonantia proposita effici possit simplicior, consideremus consonantiam completam, cuius exponens est $a^m P$, vbi P est quantitas quoscunque numeros primos

praeter

praeter a complectens. In hac igitur, si omnes soni per a^m et huius multipla expositi reiiciantur, remanebit consonantia simplicior exponentis $a^{m-1}P$, quae reductio secundum primum modum est facta. Secundo modo autem consonantia fiet simplicior, si omnes soni, qui exprimuntur numeris a in se non continentibus, omittantur: tum enim reliqui soni omnes per a diuidi poterunt, eritque eorum exponens $a^{m-1}P$. Ex quo intelligitur, quomodo vtraque methodo coniunctim consonantia efficiatur simplicior.

§. 30. Discrimen, quod auditus inter consonantias completas et incompletas percipit, in hoc, vt facile intelligi potest, consistit, quod completas multo distinctius, incompletas vero minus distincte comprehendat. Etenim si omnes soni simul organum auditus afficiunt, clarius singulorum inter se relationes sese sensui offerant, necesse est, quam si exponens ex paucioribus sonis deberet colligi. Ita ex consonantia 1 : 2 : 3 : 6 multo distinctius eius exponens, qui est 6 cognoscitur quam ex duobus tantum sonis 1 : 6. Ad hoc autem requiritur, vt omnes soni quam exactissime numeris, quibus exprimuntur, respondeant.

§. 31. Completarum autem consonantiarum omnium, quae in duodecim primis gradibus continentur, sequentem adiicere idoneum visum est tabulam, in qua numeri romani gradus designant, arabici autem ipsas consonantias quasque ad suum gradum relatas.

I.	1.
II.	1 : 2.
III.	1 : 3.
	1 : 2 : 4.
IV.	1 : 2 : 3 : 6.
	1 : 2 : 4 : 8.
V.	1 : 5.
	1 : 3 : 9.
	1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 12.
	1 : 2 : 4 : 8 : 16.
VI.	1 : 2 : 5 : 10.
	1 : 2 : 3 : 6 : 9 : 18.
	1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 8 : 12 : 24.
	1 : 2 : 4 : 8 16 : 32.
VII.	1 : 7.
	1 : 3 : 5 : 15.
	1 : 2 : 4 : 5 : 10 : 20.
	1 : 3 : 9 : 27.
	1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 9 : 12 : 18 : 36.
	1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 8 : 12 : 16 : 24 : 48.
	1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64.
IIX.	1 : 2 : 7 : 14.
	1 : 2 : 3 : 5 : 6 : 10 : 15 : 30.
	1 : 2 : 4 : 5 : 8 : 10 : 20 : 40.
	1 : 2 : 3 : 6 : 9 : 18 : 27 : 54.
	1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 9 : 12 : 18 : 24 : 36 : 72.
	1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 8 : 12 : 16 : 24 : 32 : 48 : 96.
	1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128.
IX.	1 : 3 : 7 : 21.
	1 : 5 : 25.
	1 : 2 : 4 : 7 : 14 : 28.
	1 : 3 : 5 : 9 : 15 : 45.
	1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 10 : 12 : 15 : 20 : 30 : 60.
	1 : 2 : 4 : 5 : 8 : 10 : 16 : 20 : 40 : 80.
	1 : 3 : 9 : 27 : 81.
	1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 9 : 12 : 18 : 27 : 36 : 54 : 108.
	1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 8 : 9 : 12 : 16 : 18 : 24 : 36 : 48 : 72 : 144.
	1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 8 : 12 : 16 : 24 : 32 : 48 : 64 : 96 : 192.
	1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128 : 256.

X.

X.	1:2:3:6:7:14:21:42.
	1:2:4:7:8:14:28:56.
	1:2:5:10:25:50.
	1:2:3:5:6:9:10:15:18:30:45:90.
	1:2:3:4:5:6:8:10:12:15:20:24:30:40:60:120.
	1:2:4:5:8:10:16:20:32:40:80:160.
	1:2:3:6:9:18:27:54:81:162.
	1:2:3:4:6:8:9:12:18:24:27:36:54:72:108:216.
	1:2:3:4:6:8:12:16:18:24:32:36:48:72:96:144:288.
	1:2:3:4:6:8:12:16:24:32:48:64:96:128:192:384.
	1:2:4:8:16:32:64:128:256:512.
XI.	1:11.
	1:5:7:35.
	1:3:7:9:21:63.
	1:3:5:15:25:75.
	1:2:3:4:6:7:12:14:21:28:42:84.
	1:2:4:5:10:20:25:50:100.
	1:2:4:7:8:14:16:28:56:112.
	1:3:5:9:15:27:45:135.
	1:2:3:4:5:6:9:10:12:15:18:20:30:36:45:60:90:180.
	1:2:3:4:5:6:8:10:12:15:16:20:24:30:40:48:60:80:120:240.
	1:3:9:27:81:243.
	1:2:4:5:8:10:16:20:32:40:64:80:160:320.
	1:2:3:4:6:9:12:18:27:36:54:81:108:162:324.
	1:2:3:4:6:8:9:12:16:18:24:27:36:48:54:72:108:144:216:432.
	1:2:3:4:6:8:9:12:16:18:24:32:36:48:64:72:96:144:192:288:576.
	1:2:3:4:6:8:12:16:24:32:48:64:96:128:192:256:384:768.
	1:2:4:8:16:32:64:128:256:512:1024.
XII.	1:2:11:22.
	1:2:5:7:10:14:35:70.
	1:2:3:6:7:9:14:18:21:42:63:126.
	1:2:3:5:6:10:15:25:30:50:75:150.
	1:2:3:4:6:7:8:12:14:21:24:28:42:56:84:168.
	1:2:4:5:8:10:20:25:40:50:100:200.
	1:2:4:7:8:14:16:28:32:56:112:224.
	1:2:3:5:6:9:10:15:18:27:30:45:54:90:135:270
	1:2:3:4:5:6:8:10:12:15:18:20:24:30:36:40:45:60:72:80:120:180:360.
	1:2:3:4:5:6:8:10:12:15:16:20:24:30:32:40:48:60:80:96:120:240:480.
	1:2:3:6:9:18:27:54:81:162:243:486.
	1:2:4:5:8:10:16:20:32:40:64:80:128:160:320:640.
	1:2:3:4:6:8:9:12:18:24:27:36:54:72:81:108:162:216:324:648.
	1:2:3:4:6:8:9:12:16:18:24:27:32:36:48:54:72:96:108:144:288:432:864.
	1:2:3:4:6:8:9:12:16:18:24:32:36:48:64:72:96:128:144:192:288:384:566:1152.
	1:2:3:4:6:8:12:16:24:32:48:96:128:192:256:284:512:768:1536.
	1:2:4:8:16:32:64:128:256:512:1024:2048

§. 32. Quamuis vero completa consonantia se multo distinctius auditui offerat quam incompleta, tamen nisi sint admodum simplices, completae consonantiae non adhibentur. Primo enim tam magnus sonorum numerus, si instrumenta musica non sunt accuratissime coaptata, id quod effici nequaquam potest, aures potius confuso strepitu quam distincta harmonia obtundit. Deinde etiam plures soni vel propter nimis profundam grauitatem, vel propter nimis altum acumen ne quidem percipi possunt; primo enim capite iam est ostensum nullum sonum, qui minuto secundo vel pauciores quam 30. vel plures quam 7500. edat percussiones, auribus posse percipi. Ex quo perspicuum est, quoties consonantiae soni extremi maiorem teneant rationem, quam 250 : 1, omnes eius sonos nequidem posse audiri.

§. 33. Ad doctrinam de consonantiis referri conuenit ea, quae musici de interuallis sonorum tradere solent. Vocatur autem interuallum ea distantia, quae inter duos sonos, alterum grauiorem alterum acutiorem esse concipitur. Eo igitur maius est interuallum, quo magis soni ratione grauis et acuti inter se discrepant, seu quo maior est ratio, quam acutior habet ad grauiorem. Sic maius est interuallum sonorum 1 : 3, quam sonorum 1 : 2; et aequalium sonorum 1 : 1, quia nullo saltu ex altero ad alterum peruenitur, interuallum est nullum. Ex quo intelligitur interuallum ita esse definiendum, vt sit mensura discriminis inter sonum acutiorem et grauiorem.

§. 34.

§. 34. Sint tres ſoni $a:b:c$, quorum c ſit acutiſſimus, a grauiſſimus, b vero intermedius quicunque; apparebit ex praecedente definitione interuallum ſonorum a et c eſſe aggregatum interuallorum inter a et b, atque inter b et c. Quare ſi haec duo interualla inter a et b, ac b et c fuerint aequalia, id quod euenit, quando eſt $a:b = b:c$; erit interuallum $a:c$ duplo maius quam interuallum $a:b$ ſeu $b:c$. Ex quo perſpicitur interuallum $1:4$ duplo eſſe maius interuallo $1:2$, et hanc ob rem, cum haec ratio $1:2$ octauam interuallum conſtituere ponatur, ratio $1:4$ duas continebit octauas.

§. 35. Qui haec attentius inſpiciet, facile deprehendet, interualla exprimi debere menſuris rationum, quas ſoni conſtituunt. Rationes autem menſurantur logarithmis fractionum, quarum numeratores denotent ſonos acutiores, denominatores vero grauiores. Quocirca interuallum inter ſonos $a:b$ exprimetur per logarithmum fractionis $\frac{b}{a}$, quem deſignari mos eſt per $l\frac{b}{a}$ ſeu quod eodem redit per $lb-la$. Interuallum ergo ſonorum aequalium $a:a$ erit nullum, vt iam notauimus, quippe quod exprimitur per $la-la=0$.

§. 36. Interuallum itaque, quod octaua graece διαπασων nuncupatur, quia continetur ſonis rationem duplam habentibus, exprimetur logarithmo binarii; atque interuallum ſonorum $2:3$, quod quinta ſeu diapente appellatur, erit $l\frac{3}{2}$ ſeu $l3-l2$. Ex quo intelligitur, haec interualla omnino inter ſe eſſe incommenſurabilia; nullo enim modo ratio, quam habet $l2$ ad $l\frac{3}{2}$ poteſt aſſignari, et hanc ob rem nullum datur interuallum quantumuis exiguum, quod octauae simul et quintae esset pars aliquota. Similis est ratio omnium aliorum interuallorum, quae disparibus exprimuntur logarithmis, vt $l\frac{3}{2}$, et $l\frac{5}{4}$. Contra vero ea interualla, quae logarithmis numerorum, qui sint potentiae eiusdem radicis, exponuntur, inter se poterunt comparari; ita interuallum sonorum 27:8 se habebit ad interuallum sonorum 9:4 vt 3 ad 2; est enim $l\frac{27}{8} = 3\,l\frac{3}{2}$ et $l\frac{9}{4} = 2\,l\frac{3}{2}$.

§. 37. Ex his quoque facile liquet, quaenam interualla ex additione vel subtractione plurium inter se oriantur, perficiendis his iisdem operationibus in logarithmis, qui mensurae sunt interuallorum; hoc enim facto logarithmus resultans exponet interuallum proueniens. Vt si quaeratur interuallum, quod restet diapente ab octaua ablata; oportebit log. $\frac{3}{2}$ siue $l3 - l2$ auferre a log. 2 eritque residuum $l2 - l3 + l2$, i. e. $2\,l2 - l3$. At est $2\,l2 = l4$; ex quo residuum interuallum erit $l4 - l3$ seu $l\frac{4}{3}$, id quod diatessaron seu quarta appellatur, et cum quinta coniunctum integram octauam adimplet.

§. 38. Quanquam autem diuersorum numerorum logarithmi inter se non possunt comparari, nisi fuerint numeri potestates eiusdem radicis, tamen ope tabularum logarithmicarum verae proxima earum ratio potest definiri, atque ita diuersa interualla, quantum fieri potest, exacte inter se conferri. Cum igitur octauae mensura sit $l2$, qui ex tabulis excerptus est, $= 0,3010300$, et quintae $l3 - l2$, quae differentia est $= 0,1760913$; erit interuallum octauae ad interuallum quintae quam proxime vt 3010300 ad 1760913. Quae ratio, quo ad minores numeros reducatur,

catur, mutatur in hanc $1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \frac{1}{3}}}}$ ad 1, ex qua

iſtae ſimplices deriuantur rationes, 2 : 1, 3 : 2, 5 : 3, 7:4, 12 : 7, et 17 : 10, 29 : 17, 41 : 24, 53 : 31, quarum poſtrema verae eſt proxima.

§. 39. Simili quoque modo interualla poſſunt diuidi in tot quot quis voluerit partes aequales, atque ſoni veris proximi aſſignari, qui huiusmodi interuallo partiali a ſe inuicem diſtent. Logarithmus enim interualli propoſiti in totidem partes eſt diuidendus, vniusque partis numerus in tabulis reſpondens accipiendus, qui ad vnitatem quaeſitam habebit rationem. Quaeratur verbi gratia interuallum ter minus quam octaua; erit eius logarithmus = 0, 1003433 tertia nimirum pars ipſius *l* 2, cui reſpondet ratio 126 : 100, ſeu 63 . 50, quae minus accurata eſt vel 29 : 23, vel 5 : 4, qua poſtrema tertia maior indicatur, quae etiam ab imperitioribus pro tertia parte vnius octauae habetur.

CAPVT QVINTVM
DE
CONSONANTIARVM
SVCCESSIONE.

§. 1.

QVemadmodum ſonos plures comparatos eſſe oporteat, vt ſimul ſonantes auditus ſenſum grata harmonia afficiant, in capite praecedente ſatis ſuperque docuimus. Hoc igitur capite ordo requirit, vt inueſtigemus, cuiusmodi eſſe debeant duo ſoni vel duae conſonantiae, quae ſe inuicem ſequentes atque ſucceſſiue ſonantes ſuaues ſint perceptu. Non enim ad ſuauitatem ſucceſſionis ſufficit, vt vtraque conſonantia ſeorſim ſit grata; ſed praeterea quandam affectionem mutuam habere debent, quo etiam ipſa ſucceſſio aures permulceat, ſenſuique auditus placeat.

§. 2. Per generales autem regulas Capite II traditas, quibus omnis ſuauitas efficitur, conſtat, duarum conſonantiarum ſucceſſionem placere, ſi ordo, quem tenent vtriusque partes ſimplices ſeu ſoni ſinguli inter ſe, percipiatur. Ad cognoſcendum igitur, quam facile duarum conſonantiarum ſucceſſio animo comprehendatur, ſingulos ſonos vtriusque conſonantiae debitis numeris exprimi oportet, horumque numerorum minimum communem diuiduum inueſtigari. Qui in tabula graduum ſuauitatis quaeſitus oſtendet, quantum perſpicacitatis requiratur ad ſucceſſionem propoſitam percipiendam.

§. 3.

§ 3. Ambae igitur conſonantiae ſucceſſionis tanquam ſimul ſonantes conſiderari debebunt, huiusque conſonantiae compoſitae exponens declarabit, quam ſuauis et perceptu facilis ſit ipſa conſonantiarum ſucceſſio. Exponens enim iſtius conſonantiae compoſitae eſt minimus communis diuiduus omnium ſonorum, qui in vtraque conſonantia continentur. Ex hoc autem minimo communi diuiduo de ſucceſſionis conſonantiarum ſuauitate eſt iudicandum. Hanc ob rem iſte numerus nobis erit ſucceſſionis exponens, ita vt exponens ſucceſſionis duarum conſonantiarum ſit minimus communis diuiduus omnium ſonorum in vtraque conſonantia contentorum.

§. 4. Ex hoc principio intelligitur, qui ſoni ſimul ſonantes placeant, eosdem etiam ſucceſſiue editos placere debere. In ipſo autem gradu ſuauitatis, quo duae conſonantiae vel ſimul vel ſucceſſiue ſonantes percipiuntur, aliquid intereſt. Duae enim conſonantiae, quae ſeſe inſequentes auditui admodum ſunt gratae, aliquanto durius aures afficient ſimul editae. Sic duo ſoni rationem 8 : 9 tenentes ſimul pulſi minus placide accipiuntur, iidem tamen ſucceſſiue ſonantes cum multo maiore voluptate audiuntur.

§. 5. Quemadmodum enim ſimpliciſſima conſonantia triſona magis eſt compoſita, quam ſimpliciſſima biſona; ita ex quo pluribus ſonis conſtet conſonantia, magis etiam erit compoſita, etiamſi ſit ſimpliciſſima in ſuo genere. Hoc tamen non obſtante ſuauitas non ſolum eadem, ſed etiam maior percipitur ex conſonantiis multiſonis, quam ex ſono ſimplici, vel conſonantiis duobus tantum ſonis conſtantibus. Plura enim ineſſe poſſunt in pluribus ſonis, quae ordinem contineant, quaeque percepta ſuauitatem augent. Neque tamen ideo nimis multiplicare licet ſonos conſonantiarum, ne tot variae multiplicesque perceptiones ſimul ad auditum peruenientes ſenſum potius confundant, quam delectent.

§. 6. Sed in ſucceſſionibus duarum conſonantiarum ipſa vel natura requirit, vt exponentes ſint magis compoſiti, quam ſingularum conſonantiarum. Et hanc ob rem ſuauitati non obeſt conſonantias ſeſe ſequentes collocare, quae ſimul ſonantes minus placerent. Sicut enim in multiſonis conſonantiis exponens magis compoſitus ſuauitatem non minuit, id quod tamen eueniret ſi conſonantia ex paucioribus ſonis conſtaret; ita ſucceſſionum exponentes magis licet eſſe compoſitos, quam exponentes conſonantiarum ſine vllo ſuauitatis detrimento.

§. 7. Interim tamen negari non poteſt, quo ſimplicior fuerit ſucceſſionis duarum conſonantiarum exponens, eo facilius etiam ipſam ſucceſſionem et ordinem, qui in ea ineſt, percipi. Regulae enim, quas ſupra de perceptionis facilitate tradidimus, latiſſime patent, neque obnoxiae ſunt vlli exceptioni. Sed ſi nimis ſimplices ſucceſſiones adhibere voluerimus, varietas, qua maxime gaudet muſica, penitus tolleretur. Multo enim magis ſimplices eſſe oporteret conſonantias, omnesque fere inter ſe ſimiles. Ex quo intelligitur, etiam magis compoſitos exponentes ſucceſſionum adhiberi licere, eosque eiusmodi, qui ſi ſimplices conſonantias deſignarent, omnem harmoniam turbarent.

§. 8.

§. 8. Quo duae consonantiae successiue sonantes cum suauitate percipiantur; oportet, vt primo vtraque consonantia per se placeat, et deinde etiam ipsa successio auditui sit grata. Illud declarant exponentes consonantiarum, vt in praecedente capite est ostensum. Hoc vero intelligi potest ex successionis exponente. Iudicium vero ita est instituendum, vt plures suauitatis gradus successioni tribuantur quam ipsis consonantiis, quia eius exponens magis quam harum potest esse compositus.

§. 9. Ad exponentem successionis duarum consonantiarum definiendum non sufficit vtramque consonantiam in se considerasse; sed necesse est, vt etiam relatio sonorum, qui in his consonantiis per eosdem numeros exprimuntur, spectetur. Eadem enim consonantia infinitis modis potest exhiberi, prout soni eam constituentes vel acutiores vel grauiores accipiuntur, dum modo inter se praescriptam teneant rationem. At in successione duarum consonantiarum praeter ipsas consonantias attendi debet ad tenoris gradum, quo vtraque exprimitur. Hoc commodissime fiet comparandis basibus, quae vtrique consonantiae respondent; hae enim si ad diuersos sonos referantur, successionis exponens non erit minimus communis diuiduus exponentium consonantiarum, sed ratio basium quoque in computum est ducenda.

§. 10. Si igitur datus sonus tanquam basis accipiatur, non solum soni 1 et 2 diapason constituent, sed etiam 2 et 4, vel 3 et 6, vel generaliter a et $2a$ eandem consonantiam, cuius exponens est 2, exhibebunt. Huius quidem consonantiae, si in se spectetur, natura ex exponente

nente 2 recte cognoscitur et multiplicator *a* negligitur: verum si cum aliis consonantiis coniungatur, huius numeri *a* est ratio habenda. Sequatur enim hanc consonantia sonorum $2b$ et $3b$, quae est diapente et exponentem habet 6, atque ex solis exponentibus 2 et 6 successionis exponens non potest deduci, sed praeterea rationem numerorum *a* et *b* nosse oportebit; cum successionis exponens sit minimus communis diuiduus numerorum a, $2a$, $2b$, et $3b$.

§. 11. Quemadmodum enim cuiusuis simplicis soni exponens est 1, in comparatione vero plurium huiusmodi sonorum numeri eorum relationem exprimentes considerari debent, ita etiam in comparatione plurium consonantiarum praeter earum exponentes etiam ipsarum relatio est inspicienda. Hanc ob rem cum consonantiae in se spectatae basis vnitate exprimatur; in comparatione plurium consonantiarum cuiusque basi is tribuendus est numerus, qui illius sono ratione omnium sonorum competit. Ex quo perspicitur in comparatione plurium consonantiarum quamlibet duplici numero exprimi debere, primo nempe exponente suo, et deinde indice, quo basis respectu reliquarum basium exponitur.

§. 12. Indicem consonantiae exponenti semper adiungemus, sed vncinulis inclusum, vt ab exponente distingiu queat: sicut 6(2), vbi 6 est exponens consonantiae, quae ergo ex sonis hanc relationem 1 : 2 : 3 : 6 habentibus constat; index vero 2 ad aliam consonantiam puta sequentem est referendus, et ostendit basin huius consonantiae, quae in se spectata est 1, ista relatione esse debere 2. Quamobrem soni huius consonantiae ratione ad sequentem habita exponi debent numeris 2 : 4 : 6 : 12. §.13.

§. 13. Quemadmodum eadem conſonantia infinitis numeris exprimi poteſt, modo ii eandem inter ſe rationem teneant; et conſonantiarum 2 : 3; 4 : 6; 6 : 9 etc. idem eſt exponens, etiamſi ipſi ſoni ſint diuerſi: ſic index conſonantiae determinat, quibus ex his infinitis numeris conſonantia propoſita ſit exponenda; id quod ad comparationem plurium conſonantiarum inſtituendam requiritur. Apparet autem numeros, qui ex exponente reſultant, ſingulos per indicem eſſe multiplicandos; hoc enim modo baſis conſonantiae fit indici aequalis, et omnes ſoni eandem relationem inter ſe retinent.

§. 14. Ex his etiam apparet, quomodo conſonantiae ex ſonis per datos numeros expreſſis conſtantis tam exponens quam index inueniri queat. Exponens enim inuenitur, dum omnes numeri per maximum communem diuiſorem diuiduntur et quotorum minimus communis diuiduus quaeritur. Index vero erit ille ipſe maximus communis diuiſor, per quem propoſiti numeri diuidi poſſunt. Sic conſonantiae 3 : 6 : 9 : 15, index erit 3 et exponens 30 ſeu minimus diuiduus numerorum 1 : 2 : 3 : 5. Hanc igitur conſonantiam hoc modo exprimemus 30 (3).

§. 15. Sit conſonantiae cuiusque exponens A et index a; ipſius A vero diuiſores 1, α, β, γ, δ, etc. habebunt ſoni huius conſonantiae hanc rationem $1 : \alpha : \beta : \gamma : \delta :$ etc. quorum numerorum minimus communis diuiduus eſt A. Sed adiecto indice a ſoni conſonantiae A (a) ſequentibus numeris exprimi debebunt, $a : \alpha a : \beta a : \gamma a : \delta a :$ etc. quorum numerorum minimus communis diuiduus erit A a, ob maximum communem diuiſorem a. In ſuauitate vero ipsius consonantiae aestimanda numerus a negligitur, et suauitas ex solo exponente A aestimatur.

§. 16. Sequatur autem consonantiam $A(a)$ haec $B(b)$, cuius exponentis B diuisores sint $1:\eta;\ \theta;\ \iota:\varkappa:$ etc. numeri autem sonos exprimentes hi $b:\eta b:\theta b:\iota b:\varkappa b:$ etc. Cum igitur successionis suauitas reducta sit ad consonantiae ex vtraque compositae suauitatem: successionis exponens erit minimus communis diuiduus numerorum $a:\alpha a:\beta a:\gamma a:\delta a:b:\eta b:\theta b:\iota b:\varkappa b:$ hi enim soni haberentur, si ambae consonantiae simul audirentur. Quia vero numerorum $a:\alpha a:\beta a:\gamma a:\delta a$ minimus communis diuiduus est Aa, reliquorum vero $b:\eta b:\theta b:\iota b:\varkappa b$ hic Bb; erit successionis exponens minimus communis diuiduus numerorum Aa et Bb.

§. 17. Cum autem consonantiae suauitas ex minimo communi diuiduo numerorum sonos exprimentium perperam iudicetur, si illi numeri non fuerint minimi, sed diuisorem communem habuerint; idem quoque in successione duarum consonantiarum est tenendum. Quare si numeri $a:\alpha a:\beta a:\gamma a:\delta a:b:\eta b:\theta b:\iota b:\varkappa b$ habeant communem diuisorem, per eum singuli ante omnia debent diuidi, et quoti eorum loco substitui. Hoc vero euenire non potest, nisi indices a et b fuerint numeri inter se compositi. Hanc ob rem, quoties indices duarum consonantiarum communem diuisorem habent, per hunc ante indices diuidi oportet, quam exponens successionis quaeratur.

§. 18. Sint igitur consonantiarum $A(a)$ et $B(b)$ indices a et b numeri inter se primi; erit successionis

harum

harum consonantiarum exponens minimus communis diuiduus numerorum Aa et Bb. Ad hunc inueniendum necesse est vt ante quaeratur maximus communis diuisor, qui sit D. Quo cognito alteruter numerus per D diuidatur, quotusque per alterum numerum multiplicetur; eritque factum $ABab:D$ minimus communis diuiduus numerorum Aa et Bb, atque simul exponens successionis consonantiarum propositarum, ex quo suauitas successionis innotescet.

§. 19. Quia a et b ponuntur numeri inter se primi, ipsi numeri Aa et Bb communem diuisorem habebunt, si vel A et B vel A et b vel B et a fuerint numeri compositi. At quo plures inueniantur huiusmodi diuisores, eo maior erit maximus communis diuisor numerorum Aa et Bb. Sed quo magis erit compositus maximus iste communis diuisor, eo minor erit minimus communis diuiduus, et propterea eo suauior consonantiarum successio. Cum enim exponens successionis sit $ABab:D$, quo maior erit maximus communis diuisor D eo simplicior erit quotus $ABab:D$, ad simpliciorcmque suauitatis gradum pertinebit.

§. 20. Sit A numerus ad suauitatis gradum p pertinens; B ad gradum q; a ad gradum r, et b ad gradum s: maximus vero communis diuisor D sit gradus t. His positis numerus $ABab:D$ ad gradum $p+q+r+s-t-2$ referetur, quemadmodum ex supra traditis colligi licet. Datis ergo numeris A, B, a, b et D innotescet gradus suauitatis, ad quem successio consonan-

 tiarum

tiarum $A(a)$ et $B(b)$ pertinebit, ſcilicet gradus $p+q+r+s-t-2$. Qui numerus quo minor erit, eo ſuauior ſuccesſio eſſe debebit.

§. 21. Exempli cauſa conſonantiam 120 (2) conſtantem ex ſonis 2:4:6:8:10:12:16 ſequatur conſonantia 60 (3) conſtans ex ſonis 3:6:9:12:15 quarum illa eſt gradus decimi, haec gradus noni. Succesſio ergo ex minimo communi diuiduo numerorum 240 et 180 iudicari debet, quorum maximus communis diuiſor eſt 60 ad gradum nonum pertinens. Cum igitur ſit $A=120$; $a=2$; $B=60$; $b=3$; et $D=60$ erit $p=10$; $q=9$; $r=2$; $s=3$; et $t=9$, ideoque $p+q+r+s-t-2=13$. Quare ſuccesſionis exponens eſt gradus 13, cuius gradus eſt ſuauitas ſuccesſionis.

§. 22. Si dentur vtriusque conſonantiae exponentes, indices ita determinari poterunt, vt ſuccesſio quam ſuauisſima euadat. Sit exponentium A et B minimus communis diuiduus M: manifeſtum eſt exponentem ſuccesſionis $ABab:D$ vel aequalem eſſe ipſi M vel eo maiorem, minor enim eſſe non poteſt. Suauisſima ergo erit ſuccesſio, ſi $ABab:D$ aequalis fuerit ipſi M, minorem vero ſuauitatis gradum ſuccesſio habebit ſi $ABab:D$ aequalis fuerit vel $2M$ vel $3M$ vel $4M$ etc. Quare poſito $ABab=nDM$ indices a et b eo ſuauiorem reddent ſuccesſionem, quo minor erit numerus n.

§. 23. Succesſionem ordinis primi vocabimus ſi minimus communis diuiduus numerorum Aa et Bb fuerit aequalis ipſi M ſeu minimo communi diuiduo numerorum A et B. Succesſionem ordinis ſecundi vero vocabimus

cabimus, cuius exponens eſt 2M. Porro ſucceſſio ordinis tertii nobis erit cuius exponens eſt vel 3M vel 4M, quia numeri 3 et 4 ad gradum tertium ſuauitatis pertinent. Atque generaliter ea ſucceſſio, cuius exponens eſt nM, eiusdem erit ordinis, cuius gradus ſuauitatis eſt numerus n. Hic vero cauendum eſt ne ordines ſucceſſionum cum gradibus ſuauitatis confundantur; ſucceſſionem enim ordinis primi vocamus, qua ſimplicior manentibus iisdem conſonantiarum exponentibus, dari nequit, etiamſi ipſa ſucceſſio ad multo vlteriorem ſuauitatis gradum referatur.

§. 24. Perſpicuum eſt igitur conſonantiarum A et B ſucceſſionem fore ordinis primi, ſi a et b ſint vnitates, numerorum enim A 1 et B 1 minimus communis diuiduus eſt M. Fieri tamen praeterea poteſt, vt ſucceſſ. conſonantiarum A(a) et B(b) ſit ordinis primi etiamſi a non ſit $= b$. Euenit hoc ſi b in Bb vel aequalem vel minorem habeat dimenſionum numerum quam in A; atque ſimul a in Aa aequalem vel minorem dimenſionum numerum quam in B. Hoc enim ſi fuerit, erit M quoque minimus communis diuiduus numerorum Aa et Bb.

§. 25. Sit exponentum A et B maximus communis diuiſor d, atque A$=d$E et B$=d$F erunt E et F numeri inter ſe primi. Sit praeterea e diuiſor ipſius E et f diuiſor ipſius F, erit conſonantiarum dE(f) et dF(e) ſucceſſio ordinis primi. Nam numerorum dEf et dFe minimus communis diuiduus eſt dEF, idem qui ipſorum numerorum A et B ſeu dE et dF. Vt

 ſi

ſi ſit $A = 15$, et $B = 18$, eſt $d = 3$, $E = 5$ et $F = 6$. Quare poterit eſſe e vel 1 vel 5; et f vel 1 vel 2 vel 3 vel 6. Succeſſio ergo erit ordinis primi ſi $A(a)$ eſt vel $15(1)$; $15(2)$; $15(3)$: vel $15(6)$ ſequens vero conſonantia $B(b)$ vel $18(1)$ vel $18(5)$.

§. 26. Ex his porro facile apparet, quales indices aſſumi oporteat, vt ſucceſſionis exponens fiat $2M$ ſeu $2dEF$, quo caſu ſucceſſio eſt ordinis ſecundi. Similique modo effici poterit determinandis indicibus vt exponens ſucceſſionis fiat $ndEF$, ſeu ipſa ſucceſſio dati ordinis, id quod pluribus modis fieri poterit, quos enumerare difficile et ſupernacaneum eſſet. Si exponentes conſonantiarum ſint 15 et 18 ſucceſſio eſt ordinis ſecundi, ſi prior conſonantia fuerit vel $15(1)$ vel $15(3)$ et altera vel $18(2)$ vel $18(10)$, item ſi prior fuerit vel $15(4)$ vel $15(12)$ exiſtente altera vel $18(1)$ vel $18(5)$.

§. 27. Si exponentes conſonantiarum ſint aequales ſeu $B = A$, vnica ſucceſſio habebitur ordinis primi ſi eſt $a = b = 1$, quae ergo erit $A(1)$ et $A(1)$. Ordinis ſecundi vero erunt duae ſucceſſiones $A(1):A(2)$ et $A(2).A(1)$, quarum exponens eſt $2A$. Ordinis tertii quatuor erunt ſucceſſiones nempe $A(1):A(3)$ et $A(1):A(4)$ harumque inuerſae. Ordinis quarti ſex erunt ſucceſſiones ſcilicet: $A(1):A(6)$; $A(2):A(3)$; $A(1):A(8)$ atque harum tres inuerſae. Atque huiusmodi ſucceſſio quaelibet eius erit ordinis, cuius gradus ſuauitatis eſt factum indicum.

§. 28. Si exponens alterius conſonantiae fuerit duplum alterius exponentis ſeu $B = 2A$: ordinis primi

erunt

erunt duae successiones hae: A(1):2A(1); et 2A(1):A(2), horum enim exponens est 2A, idem qui ipsorum exponentium A et 2A. Successionum ordinis secundi exponens est 4A, tales ergo successiones erunt A(1):2A(2); A(4):2A(1) harum inuersae. Simili modo successiones cuiusque ordinis reperientur, si fuerit B = 3A et generaliter si B = *n*A; ex quibus successiones simpliciores, quae vsum habere possunt, facile reperiri poterunt.

§. 29. Si ergo exponentes consonantiarum inter se fuerint aequales; successiones ordinis primi, secundi, tertii vsque ad sextum ordinem erunt sequentes, denotantibus numeris Romanis ordines successionum, et A, A exponentes vtriusque consonantiae.

I. A(1):A(1).
II. A(2):A(1).
III. A(3):A(1); A(4):A(1).
IV. A(6):A(1); A(3):A(2); A(4):A(1).
V. A(5):A(1); A(9):A(1); A(12):A(1); A(4):A(3); A(16):A(1).
VI. A(10):A(1); A(5):A(2); A(18):A(1); A(9):A(2); A(24):A(1); A(8):A(3); A 32 : A(1).

Si vero exponentes consonantiarum fuerint 2A et A, habebuntur successiones ordinis primi et sequentium istae;

I. 2A(1):A(1); 2A(1):A(2).
II. 2A(1):A(4); 2A(2):A(1).
III. 2A(1):A(6); 2A(1):A(3); 2A(3):A(1); 2A(3):A(2); 2A(1):A(8); 2A(4):A:(1).
IV. 2A(1):A(12); 2A(2):A(3); 2A(3):A(4); 2A(1):A(16); 2A(8):A(1).
V. 2A(1):A(10); 2A(1):A(5); 2A(5):A(1); 2A(5):A(2); 2A(1):A(18); 2A(1):A(9); 2A(9):A(1); 2A(9):A(2); 2A(1):A(24); 2A(3):A(8); 2A(4):A(3); 2A(1):A(32); 2A(16):A(1).

Si

Si consonantiarum sese insequentium exponentes fuerint A et 3 A erunt successiones secundum ordines sequentes.

I. 3 A(1) : A(1); 3 A(1) : A(3).
II. 3 A(1) : A(6); 3 A(1) : A(2); 3 A(2) : A(1); 3A(2) : A(3).
III. 3 A(1) : A(9); 3A(3) : A(1); 3 A(1) : A(12); 3 A(1) : A(4);
3A(4) : A(1); 3A(4) : A(3).
IV. 3A(1) : A(18); 3 A(3) : A(2); 3 A(2) : A(9); 3 A(1) : A(24);
3A(1) : A(8); 3A(8) : A(1); 3A(8) : A(3).

Si exponentes fuerint A et 4A, erunt successiones

I. 4A(1) : A(1); 4A(1) : A(2); 4A(1) : A(4).
II. 4A(1) : A(8); 4A(2) : A(1).
III. 4 A(1) : A(1); 4 A(1) : A(6); 4 A(1) : A(3); 4 A(3) : A(1);
4A(3) : A(2); 4A(3) : A(4); 4A(1) : A(16); 4A(4) : A(1).
IV. 4 A(1) : A(24); 4A(2) : A(3); 4 A(3) : A(8); 4 A(6) : A(1);
4A(1) : A(32); 4A(8) : A(1).

Si exponentes fuerint A et 6A, erunt successiones

I. 6A(1) : A(1); 6A(1) : A(2); 6A(1) : A(3); 6A(1) : A(6).
II. 6A(1) : A(12); 6A(1) : A(4); 6A(2) : A(1); 6A(2) : A(3).
III. 6A(1) : A(18); 6A(1) : A(9); 6A(3) : A(1); 6A(3) : A(2); 6A(1) : A(24);
6A(1) : A(8); 6A(4) : A(1); 6A(4) : A(3).

Si exponentes fuerint 2A et 3A erunt successiooes

I. 3A(1) : 2A(1); 3A(2) : 2A(1); 3A(1) : 2A(3); 3A(2) : 2A(3).
II. 3A(1) : 2A(2); 3A(1) : 2A(6); 3A(4) : 2A(1); 3A(4) : 2A(3).
III. 3A(1) : 2A(9); 3A(3) : 2A(1); 3A(6) : 2A(1); 3A(2) : 2A(9);
2A(1) : 2A(12); 3A(1) : 2A(4); 3A(8) : 2A(1); 3A(8) : 2A(3).

Si exponentes fuerint A et 8A erunt successiones

I. 8A(1) : A(1); 8A(1) : A(2); 8A(1) : A(4); 8A(1) : A(8).
II. 8A(1) : A(16); 8A(2) : A(1);
III. 8A(1) : A(24); 8A(1) : A(12); 8A(1) : A(6); 8A(1) : A(3);
8A(3) : A(1); 8A(3) : A(2); 8A(3) : A(4); 8A(3) : A(8);
8A(1) : A(32); 8A(4) : A(1).

Si exponentes fuerint A et 5A, erunt ſucceſſiones

I. 5A(1):A(1); 5A(1):A(5).

II. 5A(1):A(10); 5A(1):A(2); 5A(2):A(1); 5A(2):A(5).

Si exponentes fuerint A et 9A, erunt ſucceſſiones

I. 9A(1):A(1); 9A(1):A(3); 9A(1):A(9)

II. 9A(1):A(18); 9A(1):A(6); 9A(1):A(2); 9A(2):A(1); 9A(2):A(3); 9A(2):A(9).

Si exponentes fuerint A et 12A, erunt ſucceſſiones

I. 12A(1):A(1); 12A(1):A(2); 12A(1):A(3); 12A(1):A(4); 12A(1):A(6); 12A(1):A(12);

II. 12A(1):A(24); 12A(1):A(8); 12A(2):A(1); 12A(2):A(3).

Si exponentes fuerint 3A et 4A erunt ſucceſſiones

I. 4A(1):3A(1); 4A(1):3A(2); 4A(1):3A(4):4A(3):3A(1); 4A(3):3A(2); 4A(3):3A(4).

II. 4A(1):3A(8); 4A(2):3A(1); 4A(3):3A(8); 4A(6):3A(1).

Si exponentes fuerint A et 16A, erunt ſucceſſiones

I. 16A(1):A(1); 16A(1):A(2); 16A(1):A(4); 16A(1):A(8); 16A(1):A(16).

II. 16A(1):A(32); 16A(2):A(1).

§. 30. Ex his igitur ſatis intelligitur, quemadmodum data duarum conſonantiarum ſucceſſione tum exponens ſucceſſionis tum etiam ordo poſſit definiri: ex quibus rebus cognitis facile erit iudicare, quo ſuauitatis gradu propoſita conſonantiarum ſucceſſio auditui accepta ſit futura. Praeterea propoſita quacunque conſonantia, alia datae quoque ſpeciei aſſignari poterit, quae illam ſequens conſtituat ſucceſſionem dati ordinis vel primi vel ſecundi vel tertii etc.; idque plerumque pluribus modis praeſtari poterit, quemadmodum cum ex traditis praeceptis, tum ex tabula adiecta fuſe apparet.

§. 31. Intelligitur etiam ex dictis, plurimis plerumque modis ſucceſſiones duarum conſonantiarum produci poſſe, quarum idem ſit exponens ſucceſſionis. Quod vt clarius percipiatur datus ſit exponens ſucceſſionis, qui ſit E; huius ſumantur duo quique diuiſores M et N quorum minimus communis diuiduus ſit E. Hi diuiſores porro in duo factores reſoluantur ita vt ſit $M = Aa$, et $N = Bb$ quorum a et b ſint interſe numeri primi. His inuentis conſtituatur iſta conſonantiarum ſucceſſio $A(a) : B(b)$, eritque huius ſucceſſionis exponens E.

CAPVT SEXTVM
DE
SERIEBVS CONSONANTIARVM.

§. 1.

QVemadmodum tam conſonantias, quam duarum conſonantiarum ſucceſſiones comparatas eſſe oporteat, vt auribus gratam harmoniam offerant, in duobus praecedentibus capitibus abunde eſt explicatum. Hae autem duae res omnino non ſufficiunt ad opus muſicum ſuaue producendum. Nam quo plures conſonantiae conſonantiarumque ſucceſſiones cum voluptate percipiantur,

tur, praeter tradita requiritur, vt etiam ordo, qui in omnibus conſonantiis ſeſe inſequentibus ineſt, animo comprehendatur, atque ex eo intentus ſcopus ſcilicet ſuauitas oriatur.

§. 2. Sicuti enim conſonantiae ſolae etſi per ſe ſuauiſſimae ſine ratione coniunctae nullam harmoniam efficiunt, ita etiam plurium ſucceſſionum ratio eſt comparata, vt, etiamſi earum quaeque iuxta leges praeſcriptas ſit inſtituta, tamen niſi praecepta peculiaria obſeruentur, auribus maxime ingratus ſtrepitus excitetur. Quamobrem quas leges circa coniunctionem plurium conſonantiarum obſeruari oporteat, hoc capite exponemus.

§. 3. Ea muſicae pars, quae plures conſonantias ita inter ſe iungere docet, vt ſuauem concentum conſtituant, vocari vulgo ſolet compoſitio ſimplex; compoſicionis enim voce intelligi ſolet operis cuiusque muſici confectio. Ad compoſitionem ſimplicem ergo, quae fundamentum eſt omnium reliquarum compoſitionum, abſoluendam ante omnia noſſe oportet, in quo ſuauitas plurium conſonantiarum ſucceſſiuarum, ſeu integri concentus conſiſtat. Deinde ex hoc principio regulae ſunt deducendae, quas in compoſitione ſimplici obſeruari oportet.

§. 4. Fundamentum autem ſuauitatis, quae in plurium conſonantiarum ſucceſſione ineſſe poteſt, omnino ſimile eſt iis fundamentis, quibus ſuauitas tam conſonantiarum quam binarum ſucceſſionum conſtare eſt demonſtrata. Quamobrem ad harmoniam plurium conſonantiarum ſeſe inſequentium percipiendam requiritur, vt ordo, qui in ſingulis partibus, hoc eſt in ſonis et conſonantiis tam ſingulis, quam omnibus coniunctis ineſt, cognoſcatur.

§. 5. Quemadmodum igitur tam cuiusque conſonantiae quam binarum ſucceſſionis harmonia ſeu ſuauitas percipitur, ſi exponens ſingulorum et omnium ſonorum, qui tam in vna quam vtraque conſonantia inſunt, cognoſcitur; ita facile perſpicitur harmoniam plurium ſeſe inſequentium conſonantiarum apprehendi, ſi exponens omnium ſonorum, qui hanc ſeriem conſonantiarum conſtituant, concipiatur. Ex quo intelligitur, quo ſuauitas plurium conſonantiarum ſeſe inſequentium percipiatur, requiri, vt exponens omnium ſonorum et conſonantiarum ex iis compoſitarum cognoſcatur.

§. 6. Exponens autem omnium ſonorum, ex quibus omnes conſonantiae ſeſe inſequentes conſtant, eſt minimus diuiduus numerorum ſonos repraeſentantium. Quocirca propoſita conſonantiarum ſerie, ex numero, qui eſt minimus communis diuiduus omnium ſonorum in iis occurrentium, ope tabulae exhibitae, atque regularum traditarum definiri poterit, quo facilitatis gradu integra conſonantiarum ſeries apprehendatur. Atque ex gradu ſuauitatis, quem vel tabula vel regulae monſtrant, intelligi poterit, quam ſuauis audituique accepta futura ſit quaecunque propoſita conſonantiarum ſeries.

§. 7. Cum igitur exponens ſeriei conſonantiarum, ex quo de harmonia iudicium ferri debet, ſit minimus communis diuiduus omnium numerorum ſonos ſingulos occurrentes repraeſentantium; perſpicuum eſt illum numerum diuiſibilem fore per exponentes tam ſimplicium con-

ſonan-

ſonantiarum, quam ſucceſſionum binarum quarumque. Quamobrem ſi cognitus fuerit exponens totius conſonantiarum ſeriei, neceſſe eſt, vt etiam tam ſingulae conſonantiae, quam binarum ſucceſſiones percipiantur; atque hac ratione conſequenter vniuerſus nexus apprehendetur.

§. 8. Ex exponente ergo ſeriei plurium conſonantiarum intelligitur, ſi is vel ante iam fuerit cognitus, vel ex aliquot conſonantiis demum perceptus, quales ſoni qualesque conſonantiae occurrere queant. Determinat itaque iſte exponens limites ſeu ambitum, vti a muſicis vocari ſolet, operis muſici, et comprehendit omnes ſonos conuenientes, incongruosque excludit. Haecque limitatio etiam modus muſicus appellatur, ita vt modus muſicus ſit certorum ſonorum congeries, quos ſolos in concinnando opere muſico adhibere conuenit, praeterque eos alios introducere omnino non licet.

§. 9. Cum igitur modus muſicus per exponentem omnium ſonorum, qui modum conſtituunt, determinetur, hunc exponentem poſthac exponentem modi vocabimus. Quare ſi conſonantia completa repraeſentetur, cuius exponens ſit hic ipſe exponens modi; in hac conſonantia omnes inerunt ſoni, qui in hoc modo vſurpari poterunt. Intellecto ergo hoc exponente ſtatim iudicare licet, vtrum in propoſito opere muſico modus ſit ſeruatus, an vero vitium contra modum ſit commiſſum; id quod accidit, ſi ſoni adhibeantur in exponente modi non contenti.

§. 10. Quod autem vitium eſſe diximus extra modum excurrere, id tantum cum hac reſtrictione eſt intelligendum, quamdiu iſte modus teneatur. Omnino enim permiſſum eſt, et cum maxima venuſtate fieri ſolet, vt modus immutetur, atque ex alio modo in alium fiat transitus; idque non ſolum in eodem opere muſico, ſed etiam in eadem eius parte. Atque de hac modorum mutatione ſeu ſucceſſione eadem praecepta ſunt tenenda, quae de ſucceſſione conſonantiarum ſunt tradita.

§. 11. Quemadmodum igitur cuiuis conſonantiae ſuum tribuimus exponentem, itemque cuiuis binarum conſonantiarum ſucceſſioni; ita etiam quaelibet operis muſici portio ſeu periodus, in qua idem ſeruatur modus, ſuum determinatum habebit exponentem, ſimiliterque duarum huiusmodi periodorum ſucceſſio. Tandem vero integri muſici operis exponens complectetur omnes priores exponentes, ſeu omnes omnino ſonos, qui in omnibus partibus erant adhibiti.

§. 12. Quo ergo opus muſicum placeat requiritur, vt primo ſingularum conſonantiarum exponentes percipiantur; deinde vt binarum conſonantiarum ſucceſſionum exponentes cognoſcantur. Tertio, vt ſingularum periodorum exponentes animaduertantur. Quarto vt ſucceſſionum binarum periodorum exponentes, ſeu modorum mutationes percipiantur. Quinto denique vt omnium periodorum hoc eſt totius operis muſici exponens intelligatur. Qui ergo haec omnia perſpicit, is demum opus muſicum perfecte cognoſcit, de eoque recte iudicare poteſt.

§. 13. Non dubito, quin talis cognitio operis muſici ſummopere difficilis imo etiam vires humani intellectus longe ſuperans videatur, propter exponentem totius operis muſici tam compoſitum numerum, vt animo compre-

hendi

hendi omnino nequeat. Sed quantopere haec apprehensio difficilis videatur, tamen mirum in modum subleuatur intellectus, dum ista perceptio per gradus acquiritur. Vti enim exponens successionis duarum consonantiarum non difficulter percipitur perceptis exponentibus consonantiarum, etiamsi sit valde compositus, et per se vix cognosci posset; ita etiam cognitis successiue simplicioribus exponentibus, hoc ipso apprehensio magis compositorum non adeo difficulter consequitur.

§. 14. Nam quemadmodum perceptio exponentis successionis duarum consonantiarum non ex ipso exponente seu gradu suauitatis, quem habet, debet aestimari, sed ex ordine successionis; ita etiam exponens modi seu vnius periodi cognitis exponentibus tam consonantiarum quam successionum facilior redditur. Atque haec ipsa exponentium modorum apprehensio quasi manuducit ad exponentes successionum modorum cognoscendos. Quibus denique perspectis cognitio exponentis totius operis musici satis facilis euadit.

§. 15. Quo igitur opus musicum cum voluptate audiatur, oportet vt exponentes successionum duarum consonantiarum non multo sint magis compositi, quam ipsarum consonantiarum exponentes. Deinde vt exponentes modorum non multum excedant exponentes successionum. Denique vt exponens totius operis musici illos exponentes facilitate percipiendi parum superet. In ista enim perceptione et a simplicioribus ad magis composita progrediente cognitione versatur vera suauitas et voluptas, quam auditus ex musica haurire potest; quemadmodum in capite secundo ex genuinis harmoniae principiis abunde est demonstratum.

§. 16.

§. 16. Ex his igitur ſatis perſpicitur, quomodo opus muſicum comparatum eſſe oporteat, vt auditoribus intelligentibus placeat, ſimul vero etiam intelligitur, opera muſica in quibus contra haec praecepta eſt peccatum, huiusmodi, quales requirimus, auditoribus displicere debere. Quomodo porro iſtiusmodi opera muſica imperfecta auditoribus minus intelligentibus accepta eſſe queant, facile quoque apparet; quippe quod fit, quando imperfectiones et vitia contra harmoniae praecepta commiſſa non aduertunt, interim tamen, quaedam non incongrue poſita attendunt et percipiunt.

§. 17. Cum igitur exponens plurium conſonantiarum ſit exponens omnium ſonorum illas conſonantias conſtituentium, erit is minimus communis diuiduus numerorum ſingulos ſonos repraeſentantium. Commodius autem ex exponentibus conſonantiarum cum indicibus coniunctis poterit inueniri, ſimili modo, quo in capite praec. docuimus exponentem ſucceſſionis inuenire. Eadem enim praecepta, quae pro duabus conſonantiis ſunt tradita, valent quoque pro tribus pluribusque. Exponens ſcilicet ſeriei plurium conſonantiarum nil aliud eſt, niſi minimus communis diuiduus exponentum ſingularum conſonantiarum.

§. 18. Conſideremus primo plures ſonos ſimplices ſucceſſiue editos, quorum mutua relatio expreſſa ſit ſequentibus numeris $a:b:c:d:e$, quaeramusque exponentem ſeriei huius ſonorum. Cum autem ſonus ſimplex ſit conſonantia primi gradus, eiusque exponens niſi cum aliis comparetur ſit vnitas, denotabunt litterae a, b, c, d, e indi-

indices istorum sonorum simplicium, quippe quae relationem continent, quam hi soni tanquam consonantiae considerati, inter se tenent. Ad modum igitur consonantiarum hi soni ita debebunt exprimi 1 (*a*) : 1 (*b*) : 1 (*c*) : 1 (*d*) : 1 (*e*).

§. 19. Huius autem seriei simplicium sonorum idem est exponens, qui foret exponens consonantiae ex iis sonis constantis. Consonantiae vero *a* : *b* : *c* : *d* : *e* exponens est minimus communis diuiduus numerorum *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, quem ponamus esse D. Quamobrem his sonis successiuis ad instar consonantiarum spectatis, erit seriei consonantiarum harum 1 (*a*) : 1 (*b*) : 1 (*c*) : 1 (*d*) : 1 (*e*) exponens quoque D, hoc est minimus communis diuiduus indicum *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, cum ipsi exponentes omnes sint 1. Atque ex gradu suauitatis, ad quem numerus D refertur, iudicari debet, quam grata futura sit auditui ista sonorum series.

§. 20. Sint nunc A, B, C, D, E exponentes consonantiarum successiue positarum, atque *a*, *b*, *c*, *d*, *e* earum respectiui indices, qui relationem exprimunt, quam earum consonantiarum bases inter se tenent, ita vt haec consonantiarum series hoc modo sit repraesentanda A (*a*) : B (*b*) : C (*c*) : D (*d*) : E (*e*). In qua serie ponimus indices *a*, *b*, *c*, *d*, *e* inter se esse numeros primos, ita vt praeter vnitatem alium non habeant communem diuisorem. Si enim haberent diuisorem communem, per eum ante essent diuidendi, quam exponens seriei quaereretur.

§. 21. Soni autem in consonantia A (*a*) contenti sunt diuisores exponentis A singuli per *a* multiplicati; quare eorum minimus communis diuiduus erit Aa. Simili modo sonorum consonantias B(b), C(c). D(d), E(e) constituentium minimi communes diuidui erunt Bb, Cc, Dd, Ee. Quamobrem omnium sonorum in his consonantiis successiuis contentorum minimus communis diuiduus erit minimus communis diuiduus numerorum Aa, Bb, Cc, Dd, Ee. Hicque minimus communis diuiduus erit ipse exponens propositae consonantiarum seriei, qui quaeritur.

§. 22. Sint exempli gratia consonantiae sequentes propositae:

$$8 : 12 : 16 : 24 : 32 : 48;$$
$$8 : 12 : 20 : 24 : 40 : 60;$$
$$9 : 12 : 18 : 27 : 36 : 54;$$
$$10 : 15 : 20 : 30 : 45 : 60;$$
$$9 : 15 : 30 : 36 : 45 : 60;$$

Huius igitur cuiusque soni per maximum communem diuisorem diuidantur, quotorumque quaeratur minimus communis diuiduus; eritque hic exponens consonantiae; maximus communis diuisor vero index. Quo facto hae consonantiae ita exprimentur 24(4) : 30(4) : 36(3) : 36(5) : 60(3); ex quibus exponens seriei harum consonantiarum reperietur $= 4320$, qui numerus ad grad. XVI refertur.

§. 32. Intelligitur ergo tam ex traditis regulis quam ex allato exemplo, quomodo quacunque proposita consonantiarum serie inueniri oporteat exponentem earum, ex quo de harmonia illarum consonantiarum mutua indicare liceat. Scilicet exponens cuiusuis consonantiae multiplicari debet per suum indicem, omniumque hoc modo inuentorum productorum minimus communis diuiduus inuestigari;

ſtigari; eritque hic exponens ſeriei conſonantiarum propoſitae.

§. 24. Si duae pluresue conſonantiarum ſeries ad integrum opus muſicum componendum iungantur, quarum exponentes per haec tradita praecepta iam ſint inuenti ſcilicet M, N, P, Q etc. primo diſpiciendum eſt, vtrum vnitas cuiusuis horum exponentium eundem ſonum an diuerſos deſignet. Hoc enim caſu ratio, quam ſoni ſingularum ſerierum, qui vnitate denotantur, inter ſe tenent, minimis numeris eſt denotanda, qui numeri, quos ponam eſſe m, n, p, q etc. erunt indices exponentibus iungendi, ita vt illae ſeries iungendae hoc modo per exponentes et indices ſint exprimendae $M(m):N(n):P(p):Q(q)$ etc.

§. 25. Cum igitur huiusmodi conſonantiarum ſeries exponente expreſſa ſit modus muſicus, intelligitur quomodo de tranſitu ex vno modo in alium, itemque de coniunctione plurium modorum iudicandum ſit. Scilicet ſi modi ſucceſſiue coniuncti ſint per exponentes et indices ita expreſſi $M(m):N(n):P(p):Q(q)$ etc. exponens, ex eoque natura et indoles totius operis muſici ex illis modis compoſiti habebitur, ſi minimus communis diuiduus numerorum Mm, Nn, Pp, Qq, etc. quaeratur: hic enim erit exponens totius operis muſici propoſiti.

§. 26. Quo ergo de propoſito opere muſico rectum iudicium ferri queat, primo ſingulae conſonantiae ſunt perpendendae, earumque exponentes inueſtigandi. Secundo binarum quarumque conſonantiarum ſucceſſiones conſiderentur. Tertio plures conſonantias quibus modus continetur, coniunctim contemplari conueniet. Quar-

 to

to inſpicienda eſt ſucceſſio duorum modorum ſeu tranſitus ex vno modo in alium. Quinto denique omnium modorum in opere muſico iunctorum compoſitio eſt inquirenda. Quae ſingula quomodo ope exponentium exequi oporteat, ſatis ſuperque eſt expoſitum.

§. 27. Supereſt ergo, vt in hoc capite, quantum adhuc licet, monſtremus, quomodo conſonantiarum ſeriem indeque integrum opus muſicum confici oporteat, quod auditui gratam harmoniam exhibeat. In quo negotio ita verſabimur, vt ex dato modi ſeu ſeriei conſonantiarum exponente ſingularum conſonantiarum exponentes eruamus. Cum igitur perquam magnus exponentium numerus accipi, atque ex quolibet eorum innumerabiles conſonantiarum ſeries deduci queant, iſta ſcientia latiſſime patet, atque perpetuo non ſolum nouis operibus, ſed etiam nouis modis augeri poterit.

§. 28. Hoc quidem tempore, quo muſicae ſtudium ad tantum perfectionis gradum eſt euectum, admiratione vtique eſt dignum, quod omnes muſicae periti tantum in componendis nouis operibus ſint occupati, modorum autem numerum, qui ſatis eſt paruus, et a longo abhinc tempore iam receptus, augere omnino non curent. Cuius rei cauſſa eſſe videtur, quod vera harmoniae principia adhuc fuerint incognita, atque ob horum defectum muſicae ſtudium ſola experientia et conſuetudine ſit excultum.

§. 29. Cum exponens ſeriei conſonantiarum ſit minimus communis diuiduus exponentium ſingularum conſonantiarumnantiarum per indices ſuos multiplicatorum, erunt haec ſacta ex exponentibus et indicibus ſingularum conſonantiarum omnia diuiſores exponentis ſeriei conſonantiarum. Quare ſi exponens ſeriei conſonantiarum ſit datus, puta M, ad conſonantias ipſas inueniendas ſumantur, quot libuerit diuiſores ipſius M, qui ſint Aa, Bb, Cc, Dd etc. His inuentis repraeſentabunt A(a):B(b):C(c):D(d): etc ſeriem conſonantiarum, cuius exponens erit datus numerus M.

§. 30. His autem diuiſoribus ſumendis hoc eſt aduertendum, vt ii exponentem propoſitum M exhauriant, hoc eſt, vt minorem non habeant minimum communem diuiduum, quam eſt M. Quod obtinebitur, ſi ſtatim ab initio aliquot conſonantiae collocentur, quarum exponentes datum numerum M exhauriant; hocque pacto et hoc habebitur commodum, quod ſtatim ab initio auditis aliquot conſonantiis totius conſonantiarum ſeriei exponens percipiatur, ex eoque cognito facilius de harmonia totius ſeriei iudicari queat. De his autem plura infra tradentur.

CAPVT SEPTIMVM
DE
VARIORVM INTERVALLORVM RECEPTIS APPELLATIONIBVS.

§. 1.

EXpoſitis in genere regulis harmonicis, quas tam in conſonantiis quam earum compoſitione obſeruari conuenit, ad varias muſicae ſpecies eſt progrediendum, pro iisque vſus praeceptorum datorum plenius tradendus. Sed antequam commode muſicae ſpecies enumerari atque exponi poſſunt, peculiares vſuque receptae appellationes debent explicari, quo in poſterum more vocibusque conſuetis his de rebus tractare liceat. Sunt autem hae voces nomina pluribus interuallis muſicis iam pridem impoſita, atque longo vſu iam ita recepta, vt tam commoditatis quam neceſſitatis gratia omnino neceſſe ſit ea exponere.

§ 2. Quamuis autem haec nomina paſſim ſint explicata, tamen earum definitiones non ſatis genuinae minimeque ad noſtrum inſtitutum idoneae ſunt formatae. Interualla enim, quae propria nomina ſunt adepta, ipſa praxi et experientia potius quam ex ſonorum natura deſcribi ſolent. Nos autem ea methodo, qua in interuallis per logarithmos metiendis vſi ſumus, inſiſtentes tam rationes quam logarithmos proferemus cuique interuallo reſpondentes, vnde melius de quantitate cuiusque interualli iudicare licebit.

§. 3. Supra autem iam eſt expoſitum, eſſe interuallum diſtantiam inter duos ſonos ratione grauitatis et acuminis; ita vt quo maior ſit differentia inter grauiorem et acutiorem ſonum, eo maius quoque interuallum eſſe dicatur. Si ergo ſoni fuerint aequales, diſtantia inter eos erit nulla, ideoque interuallum ſonorum rationem aequalitatis 1 : 1 tenentium erit nullum, vti etiam logarithmus huius rationis eſt 0. Interualla enim, vt iam ſtatuimus, per logarithmos rationum, quas ſoni inter ſe tenent, metiemur. Vocatur autem hoc interuallum euaneſcens duorum aequalium ſonorum *Vniſonus*.

§. 4. Poſſemus quidem in his rationum logarithmis exprimendis quouis logarithmorum canone vti, in quo vnitatis logarithmus ponitur cyphra. Maxime autem expediet eiusmodi canonem vſurpare, in quo logarithmus binarii collocatur vnitas, cum binarius in exprimendis conſonantiis ſaepiſſime occurrat, et in muſica maxime reſpiciatur; ideoque hoc pacto calculus fiat multo facilior. En ergo huiusmodi logarithmorum tabulam, quanta quidem ad inſtitutum noſtrum ſufficit.

log. 1 = 0, 000000	*log.* 5 = 2, 321928
log. 2 = 1, 000000	*log.* 6 = 2, 584962
log. 3 = 1, 584962	*log.* 7 = 2, 807356
log. 4 = 2, 000000	*log.* 8 = 3, 000000

§. 5. Poſt interuallum ſonorum aequalium, quod vniſonus appellatur, conſiderandum venit interuallum ſonorum 2 : 1 rationem duplam tenentium, quod a Graecis Muſicis Diapaſon vocatur; eo quod ſonorum quorumuis interuallum altero ſono duplicando tam parum immutetur vt fere pro eodem habeatur, atque idcirco in hoc interuallo

uallo Diapaſon omnia alia interualla comprehendi cenſeantur. A Latinis vero hoc interuallum octaua nuncupatur, cuius denominationis ratio a genere muſico diatonico dicto pendet, quam infra fuſius exponemus. Huius ergo interualli diapaſon vel octauae dicti menſura eſt $l2-l1$, ſeu $l2$, hoc eſt 1,000000.

§. 6. Cum deinde ſonorum rationem 4 : 1 tenentium interuallum ſit 2,000000, ideoque duplo maius quam interuallum octaua, hoc interuallum disdiapaſon atque duplex octaua ſolet appellari. Praeterea interuallum ſonorum 8 : 1, quia eſt 3,000000, ſeu triplo maius interuallo octaua dicto, triplex vocatur octaua. Simili modo interuallum ſonorum 16 : 1, cuius menſura eſt 4,000000, quadruplex octaua vocatur, et interuallum ſonorum 32 : 1 quintuplex octaua, et ita porro. Ex quo, cum denominationes maiorum interuallorum ex numero octauarum in iis contentarum petantur, ratio apparet, cur vnitatem pro log. 2 aſſumſerimus; Characteriſtica enim logarithmi quoduis interuallum exprimentis deſignat, quot octauae in eo interuallo ſint contentae.

§. 7. Diapente porro graece ſeu Quinta latine vocatur interuallum ſonorum rationem 3 : 2 tenentium, cuius nominis deriuatio itidem ex genere diatonico eſt deſumta. Huius ergo interualli menſura eſt $l3-l2 = 0,584962$. Minus ergo eſt hoc interuallum, quam interuallum diapaſon, quam autem inter ſe haec interualla teneant rationem numeris exprimi nequit. Proxime autem ſe habet interuallum diapaſon ad interuallum diapente in ſequentibus rationibus 5 : 3; 7 : 4; 12 : 7; 17 : 10; 29 : 17;

41 :

41 : 24; 53 : 31, quae rationes ita ſunt comparatae, vt minoribus numeris propiores rationes exhiberi nequeant.

§. 8. Quia porro interualli ſonorum 3 : 1 menſura eſt 1, 584962, qui numerus eſt ſumma menſurarum octauae et quintae, hoc interuallum octaua cum quinta ſolet appellari. Simili modo interuallum ſonorum 6 : 1 erit duplex octaua cum quinta, quippe cuius menſura eſt 2, 584962. Atque pari modo ſonorum 12 : 1 interuallum vocatur triplex octaua cum quinta, et ſonorum 24 : 1 quadruplex octaua cum quinta. Ex quo perſpicitur, ſi fractio decimalis fuerit, 584962 interuallum eſſe compoſitum ex quinta et tot octauis, quot characteriſtica denotat.

§. 9. Ab interuallo diapente ſeu quinta dicto non multum diſcrepat interuallum diateſſaron ſeu quarta, quod exiſtit inter ſonos rationem 4 : 3 tenentes, cuius ergo menſura eſt 0, 415037. Vnde patet haec duo interualla quintam et quartam coniuncta octauam conſtituere; cum ſumma earum menſurarum ſit 1, 000000. Simili porro modo interuallum ſonorum 8 : 3 cuius menſura eſt 1, 415037 octaua cum quarta, atque interuallum ſonorum 16 : 3 cuius menſura eſt 2, 415037, duplex octaua cum quarta appellatur, et ita porro.

§. 10. Vti ergo haec interualla quinta et quarta, quae octaua ſunt minora, ſimplicia ſunt adepta nomina, interualla vero ex iis adiectione vnius pluriumue octauarum orta nominibus compoſitis denotantur, ita omnia interualla minora quam octaua interualla ſimplicia vocari ſolent; interualla vero octaua maiora compoſita. Menſura itaque interuallorum ſimplicium eſt minor vnitate, logarithmorumque ea metientium characteriſtica eſt o. Compoſitorum vero interuallorum logarithmi maiores ſunt vnitate, ſeu eorum characteriſticae ſunt nihilo maiores. Ex quo perſpicitur, omnia interualla ſimplicia intra interuallum octauam eſſe contenta, hancque ob rationem octaua quoque diapaſon appellatur.

§. 11. Cum igitur interuallorum compoſitorum appellatio ex numero octauarum, quem continent, et nomine exceſſus, qui eſt interuallum ſimplex, formetur, ſufficiet interualla ſimplicia, quae quidem a muſicis recepta, atque nomina ſortita ſunt, enumerare. Quod quo diſtinctius efficiamus ab interuallis minimis recenſendis incipiemus, quae ſunt Comma, Dieſis et Diaſchisma, atque ideo minima appellantur, quia auditu vix percipi poſſunt, atque maiora interualla ſi ipſis vel addantur, vel ab ipſis demantur, non immutare cenſentur; adeo vt interualla maiora huiusmodi minimis ſiue aucta ſiue minuta pro iisdem habeantur. Quod quidem pro craſſioribus tantum auribus locum habet, in perfecta harmonia autem omnino non valet.

§. 12. Conſtituitur vero comma interuallum duorum ſonorum rationem 81 : 80 tenentium, ita vt commatis menſura ſit log. 81 – log. 80 = 0, 017920; atque ideo fere 56 commata interuallum octauae expleant. Dieſis eſt interuallum ſonorum rationem 128 : 125 tenentium, eius ergo menſura eſt 0, 034215. Eſt ergo Dieſis fere duplo maior quam comma, atque in octaua propemodum 29 Dieſes continentur. Diaſchisma

de-

denique eſt interuallum ſonorum 2048 : 2025, eiusque menſura eſt 0,016295, diaſchiſmatum ergo 61 propemodum octauam adimplent. Conſtat igitur eſſe diaſchiſma differentiam inter dieſin et inter comma.

§. 13. Interualla haec tam exigua in muſica quidem conſueta occurrere non ſolent, neque ſoni tam parum ſe inuicem diſtantes vſurpantur; interim tamen differentiae maiorum interuallorum tam paruae in muſica deprehenduntur, vt ad ea exprimenda haec minima interualla introducere fuerit opus. Interualla autem minima, quae in muſica reuera adhibentur et ſonis exprimi ſolent, ſunt hemitonia tam maiora quam minora; atque Limmata itidem tam maiora quam minora; quae interualla, cum parum a ſe inuicem diſtent, ab imperitioribus pro aequalibus habentur, nomineque hemitonii indicantur.

§. 14. Hemitonium maius eſt interuallum ſonorum rationem 16:15 tenentium, eius ergo menſura eſt 0,093109. Hemitonium vero minus conſtituitur inter ſonos 25:24, quae ratio ab illa ſuperatur ratione 128:125 Dieſin exprimente; erit ergo hemitonii minoris menſura 0,058894, ad quam quippe menſura dieſeos addita menſuram hemitonii maioris producit. Octauam igitur proxime complent decem hemitonia maiora cum duabus dieſibus; ſeu 17 hemitonia minora proxime.

§. 15. Limma maius, quod conſtat ſonorum ratione 27:25, commate excedit hemitonium maius, eiusque propterea menſura eſt 0,111029. Limma vero minus est interuallum sonorum rationem 135 : 128 tenentium, ideoque quoque commate excedit hemitonium minus a limmate vero maiore subtractum relinquit diesin. Mensura ergo limmatis minoris est 0,076814. Nouem ergo limmata maiora proxime octauam constituent, limmatum minorum vero ad octauam implendam requiruntur 13.

§. 16. Hae quatuor interuallorum species promiscue, vt iam diximus, hemitonia appellari solent; vocantur vero etiam secundae minores, quod nomen aeque ac octaua quinta et quarta, ortum suum ex genere diatonico habent. Complementa vero horum interuallorum ad octauam, quae continentur sonorum rationibus 15 : 8; 48 : 25; 50 : 27; et 256 : 135 eadem nominis deriuatione septimae maiores vocantur. Sunt adeo earum mensurae 0,906890; 0,941105; 0,888970, atque 0,923185, quae sunt maxima octaua minora interualla, quae quidem sunt in vsu.

§. 17. Hemitonia quantitatis ordine excipiunt interualla, quae nomine toni itemque secundae maioris indicari solent. Tonorum autem tres habentur species, quarum prima, quae ratione 9 : 8 constat, tonus maior appellatur, cuiusque ideo mensura est 0,169924; huiusmodi ergo tonorum sex coniuncti octauam plus quam commate superant. Tonus minor ratione 10 : 9 continetur commateque minor est quam tonus maior, ita vt eius mensura sit 0,152004. Ad tonos tertio quoque refertur interuallum sonis 256 : 225 contentum, quod tonum maiorem diaschismate, minorem vero diesi superat.

Com-

Complementa vero horum tonorum ad octauam septimae minores vocantur.

§. 18. Tonus autem duo hemitonia lato sensu accepta continet. Est enim tonus maior tam summa ex hemitonio maiore et limmate minore, quam summa ex hemitonio minore et limmate maiore. Tonus vero minor est summa ex hemitonio maiore et minore. Tonus denique maximus ratione 256 : 225 contentus est summa duorum hemitoniorum maiorum. Simili modo sequentia interualla hemitoniis adiiciendis oriuntur.

§. 19. Tonis semitonio auctis oriuntur interualla, quibus tertiae minoris nomen est impositum; quamuis accurate loquendo id tantum interuallum hoc nomen mereatur, quod sonis 6 : 5 contineatur. Quae interualla enim vel commate vel diaschismate vel diesi ab hac ratione discrepant, ea congrue pro tertia minore, quae est consonantia satis grata, habentur; id quod etiam de reliquis interuallis, quae suaues sunt consonantiae, est tenendum. Tertiae minoris complementum ad octauam vocatur sexta maior ratione 5 : 3 contenta; tertiaeque minoris propterea mensura est 0, 263034 et sextae maioris 0, 736965.

§. 20 Tertiam minorem hemitonio minore excedit tertia maior, ea scilicet, quae gratam consonantiam constituit, illaque est interuallum sonorum rationem 5 : 4 tenentium. Eius ergo mensura est 0, 321928; constat igitur hae tertia maior ex tono maiore et minore coniunctis. Complementum vero tertiae maioris ad octauam vocatur ſexta minor, quae ergo conſtat ex ſonis rationem 8 : 5 tenentibus, eiusque menſura eſt 0, 678071. Sexta etiam graece vocatur hexachordon, ita vt ſexta maior congruat cum hexachordo maiore, minor vero cum minore.

§. 21. Si ad tertiam maiorem ratione 5 : 4 contentam addatur hemitonium maius 16 : 15, prodibit his rationibus componendis ratio 4 : 3, qua interuallum Diateſſaron indicatur, ſeu quarta. Huius vero interualli complementum ad octauam eſt Diapente ſeu quinta ratione 3 : 2 contenta, de quibus interuallis iam ſupra eſt actum. Hic ſupereſt tantum, vt notemus differentiam inter quintam et quartam eſſe tonum maiorem ratione 9 : 8 conſtantem, quae ipſa differentia veteribus primum ideam toni maioris ſuppeditauit.

§. 22. Cum iam reliqua interualla omnia ſemitoniis a ſe inuicem differant, medium quoque ſonum muſici inter quintam et quartam collocauerunt, qui ab vtroque hemitonio diſtet. Vocatur autem hic ſonus tritonus, eo quod ex tribus tonis conſtet, alias vero etiam quarta abundans atque etiam quinta deficiens ſeu quinta falſa. Pro quatuor autem variis hemitonii ſpeciebus tritoni quatuor habentur ſpecies, quarum prima continentur ratione 64:45 et eſt quarta cum hemitonio maiore. Secunda ſpecies eſt quinta demto hemitonio maiore et continetur ratione 45 : 32. Tertia ſpecies eſt quarta cum hemitonio minore, quarta vero eſt quinta demto hemitonio minore; illa ergo ratione 18 : 25 haec vero ratione 25 : 36 continetur, quarum poſtrema quoque eſt duplex tertia minor.

§. 23.

§. 23. Vti haec interualla a numeris ſua nomina obtinuerunt, et ſecunda, tertia, quarta, quinta, etc. vsque ad octauam appellantur, ita etiam ſimilia nomina interuallis compoſitis ſeu octaua maioribus ſunt impoſita. Octaua ſcilicet cum ſecunda ſiue maiore ſiue minore nona vel maior vel minor vocatur; pariter octaua cum tertia decima appellatur, octauaque cum quarta vndecima, et ita porro ſeptem ſemper adiiciendis ad nomina interuallorum ſimplicium: ita duodecima eſt octaua cum quinta, decima quinta vero eſt duplex octaua, ex quibus huiusmodi nomina ſatis intelliguntur.

§. 24. Quo haec interualla quaeque cum ſuis nominibus vno conſpectu appareant, faciliusque tam percipiantur quam a ſe inuicem diſcernantur, ſequentem tabulam adiicere viſum eſt, in qua primo nomina interuallorum ſimplicium ſunt collocata, deinde rationes ſonorum in numeris, tertio menſurae interuallorum per logarithmos ad hoc inſtitutum electos expreſſae; in quarta columna praeterea gradus ſuauitatis adſcripſi, quo quaeque interualla gaudent, ex quibus ſtatim iudicari poteſt, quanto gratiora auditui alia interualla aliis ſint futura.

Nomi-

Nomina Interuallor.	*Ratio sonorum.*	*Mensura.*	*Gradus Suauitatis.*
Diaſchisma.	2048 : 2025.	0, 016295.	XXVIII.
Comma.	81 : 80	0, 017920.	XVII.
Dieſis.	128 : 125.	0, 034215.	XX.
Hemiton. minus.	25 : 24.	0, 058894.	XIV.
Limma minus.	135 : 128.	0, 076814.	XVIII.
Hemit. maius.	16 : 15.	0, 093109.	XI.
Limma maius.	27 : 25.	0, 111029.	XV.
Tonus minor.	10 : 9.	0, 152004.	X.
Tonus maior.	9 : 8.	0, 169924.	VIII.
Tertia minor.	6 : 5.	0, 263034.	VIII.
Tertia maior.	5 : 4.	0, 321928.	VII.
Quarta.	4 : 3.	0, 415037.	V.
Tritonus.	25 : 18.	0, 473931.	XIV.
	45 : 32.	0, 491851.	XIV.
	64 : 45.	0, 508148.	XV.
	36 : 25.	0, 526068.	XV.
Quinta.	3 : 2.	0, 584962.	IV.
Sexta minor.	8 : 5.	0, 678071.	VIII.
Sexta maior.	5 : 3.	0, 736965.	VII.
Septima minor.	16 : 9.	0, 830075.	IX.
	9 : 5.	0, 847995.	IX.
Septima maior.	50 : 27.	0, 888970.	XVI.
	15 : 8.	0, 906890.	X.
	256 : 135.	0, 923185.	XIX.
	48 : 25.	0, 941105.	XV.
Octaua.	2 : 1.	1, 000000.	II.

Haec ergo interualla ratione ſuauitatis ita progrediuntur; Octaua; Quinta; Quarta; Tertia maior et ſexta maior; Tonus maior, tertia minor et ſexta minor; Vtraque ſeptima minor; Tonus minor et vna ſeptima maior hemitonio maiore ab octaua deficiens; hemitonia et ſeptimae maiores reliquae.

CA-

CAPVT OCTAVVM
DE
GENERIBVS MVSICIS.

§. 1.

Hactenus in genere naturam sonorum et ex iis formandae harmoniae praecepta exposuimus, neque adhuc locus fuit praecepta specialia compositionum musicarum tradendi. Antequam enim haec praecepta ad praxin accommodare liceat, instrumenta musica modumque ea attemperandi considerari oportet. Namque cum soni, qui ad opera musica edenda adhibentur, vel ope viuae vocis, vel instrumentorum auditui offerantur, ante omnia tam vox quam instrumenta apta sunt reddenda ad omnes sonos, quibus ad opera musica exprimenda est opus, edendos.

§. 2. Cum igitur exponens operis musici omnes sonos necessarios contineat, ex hoc ipso exponente perspicietur, quot et quales soni in instrumentis musicis inesse debeant. Pendet ergo instructio instrumentorum musicorum ab exponente operum musicorum, quae illorum ope auditui offerri debent; ita vt, si aliorum exponentium opera musica repraesentare voluerimus, ad ea quoque alia instrumenta musica requirantur, qnae secundum illos exponentes sint accommodata.

§. 3. Proposito ergo exponente operis musici sonis exprimendis instrumenta ita adaptari debent, vt in iis omnes soni, quos ille exponens in se complectitur, contineantur; nisi forte quidam soni sint vel nimis graues vel nimis acuti, vt auribus percipi nequeant, qui propterea tanquam superflui tuto omitti possunt. Soni autem, quos propositus exponens in se continet, colliguntur ex eius diuisoribus; quocirca instrumenta musica ita sunt instruenda, vt omnes sonos perceptibiles diuisoribus istius exponentis expressos comprehendant. Contra vero etiam ex dato instrumento musico intelligitur, ad cuiusmodi opera musica edenda id sit idoneum.

§. 4. Soni vero etiam, qui in dato instrumento musico continentur, commodissime per exponentem indicantur, qui, vt hactenus, est minimus communis diuiduus omnium sonorum in illo instrumento contentorum. Ex exponente ergo instrumenti musici intelligitur, ad cuiusmodi opera musica edenda id sit aptum. Alia scilicet opera musica in hoc instrumento exprimi non possunt, nisi quorum exponens sit diuisor exponentis instrumenti. Ad hoc autem requiritur, vt in instrumento omnes soni contineantur, qui ex diuisoribus eius exponentis oriuntur; horum enim si qui deessent, instrumentum foret mancum nec ad vsum satis idoneum.

§. 5. Ad instrumentum ergo musicum bene instruendum idoneus exponens est eligendus, qui contineat omnium operum musicorum eius ope edendorum exponentes. Quo facto huius exponentis omnes diuisores inuestigari, sonique, qui his singulis diuisoribus exprimuntur, in instrumentum induci debent; exceptis tamen iis, qui ob nimiam grauitatem et acumen percipi nequeunt. Praeter hos autem sonos commode alij vniformitatis gratia adiungi possunt, vt soni

ſoni in ſingulis octauis contenti fiant numero aequales. Hocque non ſolum eſt vſu receptum, ſed etiam inſtrumenta magis perfecta efficit, vt ad plura opera muſica edenda ſint apta.

§. 6. Non ſolum igitur quilibet exponentis aſſumti diuiſor ſonum in inſtrumentum inducet, ſed etiam eius duplum, quadruplum, octuplum etc. item eius partes dimidia, quarta, octaua, etc. Hoc enim pacto fiet, vt omnia interualla diapaſon dicta aequali ſonorum numero repleantur, atque etiam ſimili modo fiant diuiſa. Vnde quoque hoc obtinebitur commodum, vt, ſi vna octaua fuerit recte attemperata, ex ea reliquae octauae tam acutiores quam grauiores facile efformentur; quod fit, dum ſingulorum ſonorum in vna octaua contentorum alii vna vel pluribus octauis tam autiores quam grauiores efficientur.

§. 7. Si igitur exponens inſtrumenti fuerit A, eiusque diuiſores ſint 1, a, b, c, d, e, etc. praeter ſonos his diuiſoribus denotatos, etiam ſoni 2, $2a$, $2b$, $2c$, $2d$ etc. item 4, $4a$, $4b$, $4c$, etc. deinde quoque iſti $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}a$, $\frac{1}{2}b$, $\frac{1}{2}c$, etc. item $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}a$, $\frac{1}{4}b$, $\frac{1}{4}c$ etc. in inſtrumentum debebunt induci. Multiplicatione autem ſublatis fractionibus omnes ſoni inſtrumento contenti erunt 2^n, $2^n a$, $2^n b$, $2^n c$, $2^n d$, ------ $2^n A$, vbi n quemuis numerum integrum deſignat. Inſtrumenti ergo hoc modo inſtructi exponens non amplius erit A, ſed $2^m A$ denotante m numerum indefinitum tam paruum vel magnum, quoad ſoni ſint perceptibiles.

§. 8. Inſtrumentum igitur ita comparatum non ſolum erit idoneum ad opera muſica edenda, quorum exponentes in A contineantur, ſed etiam ad talia opera, quorum exponentes in $2^m A$ comprehenduntur. Ex quo intelligitur omnibus octauis aequaliter ſonis replendis inſtrumenta muſica maiorem conſequi perfectionem, atque ad plura opera muſica eſſe accommodata. Deinceps Tyrones quoque hoc inde habent commodum, vt cognitis ſonis in vna octaua contentis ſimul facile reliquarum octauarum ſonos cognoſcant.

§. 9. Pro exponentibus ergo operum muſicorum in poſterum huiusmodi formam $2^m A$ aſſumemus, atque inueſtigabimus quot et cuiusmodi ſonos quaelibet octaua continere debeat. Pro A autem tantum numeros impares ſumi conueniet, cum ſi pares ſumerentur, foret ſuperfluum, ob binarios iam in 2^m contentos. Dabit ergo quiuis exponens $2^m A$ peculiarem octauae diuiſionem, tam ratione numeri ſonorum, quam ratione interuallorum, quae ſoni inter ſe tenent. Huiusmodi autem octauae diuiſio a muſicis genus muſicum appellari ſolet; taliumque generum tria a longo tempore ſunt cognita, quae ſunt genus Diatonicum, Chromaticum, et Enharmonicum.

§. 10 Si octauae, cuius diuiſio ex dato exponente $2^m A$ quaeritur, grauiſſimus ſonus fuerit E; erit acutiſſimus 2E, reliquique ſoni omnes intra limites E et 2E, continebuntur. Quare ſingulos diuiſores ipſius A per eiusmodi binarii poteſtates multiplicari oportet, vt facta ſint maiora quam E minora vero quam 2E, haecque facta omnia dabunt ſonos in octaua contentos. Ex quo perſpicitur in octaua tot contineri debere ſonos, quot A habeat

beat diuiſores cum vnusquisque diuiſor ipſius A ſonum in quamque octauam inferat.

§. 11. Si ergo exponens inſtrumenti, quem poſt hac exponentem generis muſici vocabimus, fuerit $2^m a^p$, exiſtente a numero primo; vna octaua continebit $p+1$ ſonos, quia a^p totidem habet diuiſores. Sin autem exponens fuerit, $2^m a^p b^q$, in octaua $(p+1)(q+1)$ ſeu $pq+p+q+1$ continebuntur ſoni; numerus enim $a^p b^q$ tot non plures habet diuiſores, ſi quidem a et b fuerint numeri primi inaequales. Simili modo exponens generis $2^m a^p b^q c^r$ dabit $(p+1)(q+1)(r+1)$ ſonos intra vnius octauae interuallum contentos. Ex his ergo ſtatim ex exponente generis iudicari licet, quot ſoni in vna octaua contineantur.

§. 12. Quales autem ſint iſti ſoni in vnaquaque octaua contenti ipſi diuiſores ipſius A declarabunt; ſinguli enim per eiusmodi binarii poteſtates debent multiplicari, vt maximus ad minimum minorem habeat rationem quam duplam. Hoc vero commodius ſumendis logarithmis, iis ſcilicet quos huc recepimus, patebit, ex quibus cum binarii log. ſit 1, ſtatim apparebit per quamnam binarii poteſtatem quilibet diuiſor multiplicari debeat, vt omnium ſonorum logarithmi plus vnitate a ſe inuicem non diſcrepent.

§. 13. Genera ergo muſica a ſimpliciſſimo vsque ad maxime compoſita, quae quidem vſum habere poſſunt, tam cognita iam, quam incognita recenſebimus, atque de quolibet annotabimus, ad quaenam opera muſica ſit accommodatum. Simpliciſſimum autem ſine dubio muſicum genus eſt 2^m, quod habetur ſi eſt $A = 1$. In interuallo ergo octauae vnicus continetur ſonus 1, quem ſtatim ſonus 2 integra octaua ſuperans ſequitur. Omnes ergo ſoni in inſtrumento muſico contenti erunt $1:2:4:8:16$, quia raro inſtrumenta muſica plures quam 4 octauas complectuntur. Hoc autem genus ob nimiam ſimplicitatem ineptum eſt ad vllam harmoniam producendam.

§. 14. Exponens ergo $2^m A$ dabit ordine ſequens muſicum genus, ſi ponatur $A = 3$, cuius diuiſores ſunt 1 et 3; indeque ſoni octauam conſtituentes $2:3:4$. In hoc igitur genere octaua in duas partes diuiditur, quarum altera eſt interuallum quinta altera quarta. Forma etiam huius octauae, infimum ſonum ponendo 3, ita poteſt repraeſentari $3:4:6$, vbi interuallum inferius eſt quarta, ſuperius vero quinta. Soni vero omnes inſtrumenti ſecundum exponentem $2^m.3$ inſtructi erunt $2:3:4:6:8:12:16:24:32$. Ceterum hoc genus eſt nimis ſimplex, ita vt nunquam fuerit in vſu.

§. 15. In Muſica ad hunc vsque diem aliae conſonantiae non ſunt receptae, niſi quarum exponentes conſtent numeris primis ſolis 2, 3 et 5, adeo vt muſici vltra quinarium in formandis conſonantiis non proceſſerint. Hanc ob rem hic etiam in initio loco A praeter 3 et 5 eorumque poteſtates alios numeros non aſſumam; his vero, quae hinc oriri poſſunt, generibus muſicis expoſitis, tentabimus quoque 7 introducere; vnde forte aliquando noua muſicae genera formari, nouaque adhuc atque inaudita opera muſica confici poterunt.

§. 16.

§. 16. Erit ergo tertium muſicae genus $2^m.5$, in quo ſoni in octaua contenti ſunt 4 : 5 : 8, quorum duorum interuallorum inferius tertiam maiorem, ſuperius ſextam minorem conficit. Hoc autem genus tam quia eſt nimis ſimplex, quam quod numerum 5 continet omiſſo ternario, ideoque conſonantias magis compoſitas omiſſis ſimplicioribus habet, vſum habere nequit. Incongruum enim foret in conſonantiis maiores numeros primos adhibere, neglectis minoribus, eo quod hoc modo harmonia praeter neceſſitatem magis intricata minusque accepta redderetur.

§. 17. In his duobus generibus in A vnica fuit dimenſio vel ipſius 3 vel 5. Nunc itaque ſumamus duas dimenſiones, ſitque quarti generis exponens $2^m.3^2$, in quo quantitatis A ſeu 3^2 diuiſores ſunt 1 : 3 : 9. Octaua ergo hos continebit ſonos 8 : 9 : 12 : 16, et tribus conſtat interuallis, quorum primum eſt tonus maior, duo reliqua vero quartae. Hocque eſt primum genus, quod in vſu fuiſſe perhibetur, cuius auctor erat primus muſicae inuentor in Graecia Mercurius, qui hos quatuor ſonos totidem chordis expreſſit, vnde inſtrumentum tetrachordon eſt appellatum. Ab hoc etiam inſtrumento ſequentes muſici venerationis erga Mercurium oſtendendae gratia ſua magis compoſita genera in tetrachorda diuidere ſunt ſoliti:

§. 18. In hoc ergo primo muſicae genere, quod cum legibus harmoniae mirifice congruit, atque etiam ob hanc cauſam auditores, qui ante nullam adhuc harmoniam cognouerant, in ſummam admirationem pertraxit, praeter quintam, quartam, tonum maiorem et octauam, alia non

inerant

inerant auribus grata interualla. Atque etiam post hoc tempus vsque ad tempora Ptolemaei incognita mansit consonantia tertia dicta; quippe quam Ptolemaeus primus in musicam introduxit.

§. 19. Quinti generis musici exponens erit $2^m.3.5$, quod ob diuisores $1:3:5:15$, ipsius 3.5 in vna octaua continebit sonos $8:10:12:15:16$. Interuallis igitur gaudet tertia maiore et minore, sexta maiore et minore, quinta et quarta, hemitonio maiore et septima maiore vtique perquam gratis. Interim tamen non constat hoc genus vnquam fuisse in vsu, etiamsi plurium varietatum capax fuisset quam praecedens Mercurii genus. Cuius rei ratio procul dubio est, quod tertiam tam maiorem quam minorem propter numerum 5 vsque ad Ptolemaeum ignorauerint; hic autem iam magis compositum genus introduxerit.

§. 20. Sextum genus constituit exponens $2^m.5^2$, in cuius octaua propter $1:5:25$ diuisores ipsius 5^2 insunt istam rationem tenentes soni $16:20:25:32$, quibus octaua in tria interiualla secatur, quorum duo priora sunt tertiae maioris, postremum vero Tertia maior cum diesi. Quod genus mirum non est, nunquam fuisse vsu receptum, cum quoniam antiquissimis temporibus tertiae fuerunt incognitae, tum quod consonantiae in hoc genere contentae non admodum sint suaues, atque ad haec accedit quod hoc genus suauissimis interuallis, qualia sunt quinta et quarta, careat.

§. 21. Septimum nobis genus erit, cuius exponens est $2^m.3^3$. Diuisores ergo ipsius 3^3 sunt $1:3:9:27$, ex quibus

quibus ſequens octaua conſtituitur 16 : 18 : 24 : 27 : 32, quam autem vnquam fuiſſe in vſu non conſtat. Octaui generis exponens eſt $2^m . 3^2 . 5$, cuius ſex ſunt diuiſores impares 1 : 3 : 5 : 9 : 15 : 45, vnde ſequentes ſoni octauam conſtituent 32 : 36 : 40 : 45 : 48 : 60 : 64. Hocque genus ſummam continet gratiam, mereretur que in vſum recipi, niſi iam in receptis generibus contineretur. Nonum genus exponentem habet $2^m . 3 . 5^2$, atque in octaua ſequentes ſonos continet 64 : 75 : 80 : 96 : 100 : 120 : 128. Decimum autem genus exponentis $2^m . 5^3$ in octaua hos habebit ſonos 64 : 80 : 100 : 125 : 128.

§. 22. Vndecimum genus ergo exponentem habebit $2^m 3^4$, hincque in octaua continebit ſonos 64 : 72 : 81 : 96 : 108 : 128. De quo genere vti et de praecedente eſt notandum, quod in iis interualla et conſonantiae inſint, quae in genere hoc quidem tempore recepto non continentur: quare etiam genus, quod nunc eſt in vſu et diatonico-chromaticum appellatur, haec duo poſtrema genera in ſe non complectitur; praecedentia vero genera omnia in ſe comprehendit, ita vt, ad quae opera muſica praecedentia genera omnia ſint accommodata, iisdem quoque genus nunc vſu receptum inſeruiat.

§. 23. Duodecimum genus porro exponente $2^m . 3^3 . 5$ determinatur, in octaua ergo continebit hos octo ſonos 128 : 135 : 144 : 160 : 180 : 192 : 216 : 240 : 256. Hocque genus proxime conuenit cum veterum genere diatonico, etiamſi veteres ſeptem tantum ſonos in hoc genere collocauerint. Omiſſo enim ſono 135 hoc genus apprime congruit cum genere diatonico ſyntono Ptolemaei, in quo octaua in duo tetrachorda diuiditur, quorum vtrumque interuallum diatessaron complectitur et in tria interualla ita diuiditur, vt infimum sit hemitonium maius, sequens tonus maior et tertium tonus minor.

§. 24. Hanc vero ipsam diuisionem et nostrum hoc genus habet omisso sono 135; incipiendo enim octauam a sono 120, hanc habebit faciem

120:128:144:160 | 180:192:216:240,

quarum duarum partium vtraque est interuallum diatessaron ita diuisum, vt infima interualla 120:128 et 180:192 sint hemitonia maiora, media vero 128:144 et 192:216 toni maiores, atque suprema 144:160 et 216:240 toni minores. Eximia ergo suauitate Ptolemaei genus diatonicum erat praeditum, vti etiam experientia satis testatur, cum hoc genus etiamnum sit in vsu, dum alia veterum genera minore vel nulla gratia praedita negligantur.

§. 25. Cum autem hoc veterum genus diatonicum sono 135, qui tamen aeque in octauam pertinet ac reliqui, careat, non omnino pro perfecto est habendum; interim tamen, quia tanta est congruentia inter hoc nostrumque genus duodecimum, id diatonicum correctum vocabimus. Intelligitur autem ex hoc quam pertinaciter veteres musici primo Mercurii inuento adhaeserint, ita vt instrumenta musica in tetrachorda, singulaque tetrachorda in tres partes diuiserint, quod quidem institutum in hoc genere satis cum harmonia constitit, in reliquis vero ingratae harmoniae causa fuit.

§. 26.

§. 26. Praeter hoc vero genus diatonicum ſyntonum Ptolemaei apud veteres plures generis diatonici ſpecies in vſu fuerunt, quarum interualla in tetrachordis ſingulis contenta ita ſe habebant.

Diatonicum Pythagorae.	243 : 256; 8 : 9; 8 : 9.
Diatonicum Molle.	20 . 21; 9 . 10; 7 : 8.
Diatonicum Toniacum.	27 : 28; 7 : 8; 8 : 9.
Diatonicum Aequale.	11 : 12; 10 : 11; 9 : 10.

In quibus omnibus hoc erat inſtitutum, vt prius interuallum ſit fere hemitonium, reliqua duo fere toni, omnia autem ſimul diateſſaron compleant. Facile autem perſpicitur, quam imperfecta atque abſurda ſint haec genera, ita vt mirum non ſit, quod penitus ſint xtincta.

§. 27. Quaemadmodum autem hoc tempore inſtrumenta muſica ſecundum octauas diuidi, omnesque octauae aequaliter partiri ſolent, ita veteres ſua inſtrumenta in quartas diuidere, ſingulasque quartas aequaliter in tria interualla ſecare amabant, qua in re potius Mercurii tetrachordon quam ipſam harmoniam ſequebantur. Hancque diuiſionem Pythagorici praecipue muſici numeris arbitrariis nullo ad harmoniam reſpectu habito, perſecerunt, vti ex allatis exemplis ſatis apparet; hocque modo iſtis numeris muſicae non paruum damnum attulerunt, ita vt merito ab Ariſtoxeno eiusque aſſeclis ſint reprehenſi,

§. 28. Genus autem diatonicum ſyntonum Ptolemaei, quod feliciter ex peruerſo hoc muſicam tractandi modo emanauit, etiamnum merito eſt in vſu, et in cymbalis, clauichordis, aliisque inſtrumentis manualibus inſtructis conſpicitur, in quibus duplicis generis claues habentur, quarum longiores et inferiores ſonos generis diatonici ſyntoni edunt. Quaemadmodum igitur hae claues litteris ſignari ſolent ita etiam commode ipſi ſoni iisdem literis denotantur. Hinc ergo erit ſonus numero 192 indicatus C, ſequentes 216, D; 240, E; 256, F; 288, G; 320, A; 360, H; et 384, *c*.

§. 29. Iisdem porro litteris ſed minusculis ſoni octaua acutiores, ſeu numeris duplo maioribus expreſſi indicantur; haecque minusculae litterae cum vna pluribusue octauis acutiores indicant. Ita cum 320 ſit A, erit 640, a; 1280, $\bar{a}$; 2560, $\bar{\bar{a}}$; 5120, $\bar{\bar{\bar{a}}}$ etc. Hanc ob rem huiusmodi literis ſiue maiusculis ſiue minusculis reſpondebunt ſoni ſequentibus numeris expreſſi. C ſcilicet vocantur omnes ſoni in hac formula $2^n.3$ contenti; D ſoni in $2^n.3^3$ contenti; E ſoni in $2^n.3.5$ contenti; F ſoni in 2^n contenti; G ſoni in $2^n.3^2$ contenti; A ſoni in $2^n.5$ contenti; et H ſoni in $2^n.3^2.5$ contenti. Sonus autem in vſitato genere omiſſus $2^n.3^3.5$ nuncupatur F*s*, hoc eſt F cum hemitonio.

§. 30. Decimum tertium genus deinceps conſtituet exponens $2^n.3^2.5^2$, cuius ergo octauam iſti 9 ſoni complent, 128 : 144 : 150 : 160 : 180 : 192 : 200 : 225 : 240 : 256, ad quod genus Veteres collineaſſe videntur, dum genus chromaticum excogitauerunt, ſi quidem vllam harmoniam in hoc genere chromatico perceperunt. Conſtituerunt enim in huius generis tetrachordo primo duo hemitonia poſt eaque tertiam minorem ſeu potius complemenmentum duorum hemitoniorum ad quartam. In nostro autem genere bis duo hemitonia se excipiunt, quae omissis aliquot sonis tertiae minores sequuntur, Interim tamen Veterum genus chromaticum admodum imperfectum fuisse necesse est, ideoque hoc genus decimum tertium nobis rite chromaticum correctum.

§. 31. Apud Veteres tres potissimum generis chromatici species versabantur, quas in duo tetrachoda, tetrachordum vero in tria interualla diuidebant, quae se in illis tribus speciebus ita habebant.

Chromaticum antiquum.	243:256; 67:76; 4864:5427
Chromaticum molle.	27:28; 14:15; 5:6;
Chromaticum syntonum.	21:22; 11:12; 6:7.

Quae generis chromatici species, quantum veris harmoniae principiis repugnent, quilibet facile perspiciet. Genus autem hoc nostrum chromaticum retenta in tetrachorda diuisione, sequenti modo omissis sonis 225 et 150 in vsum vocare potuissent recipiendis in octauam his sonis

120:128; 144:160 | 180:192; 200:240.

in quibus quidem prioris tetrachordi diuisio est diatonica syntona, alterius vero chromatica genuina.

§. 32. Decimum quartum genus, cuius exponens est $2^m.3.5^3$, in octaua habebit hos sonos 256:300:320:375:384:400:480:500:512; quod genus vocabimus enharmonicum correctum, cum ad veterum genus enharmonicum quodammodo accedere videatur. Veteres quidem sequentes huius generis tetrachordi diuisiones reliquerunt.

Enharmonicum antiquum	125:128 ; 243 : 250 ; 64:81
EnharmonicumPtolemaicum.	45 : 46 ; 23 : 24 : 4 : 5.

quarum neutra cum harmonia consistere potest. Potuissent autem Veteres loco generis enharmonici cum aliqua gratia vti hac octauae in tetrachorda et tetrachordorum diuisione

$$240:250:256:320 \mid 375:384:400:480.$$

omisso scilicet sono 300; sed hoc ipso deficiente genus imperfectum est censendum.

§. 33. Decimum quintum genus continebitur isto exponente $2^m.5^4$ habebitque in octaua sequentes sonos 512:625:640:800:1000:1024, quod autem genus propter duriora interualla, et defectum gratiorum consonantiarum ternario expositarum vsum habere nequit. Decimum sextum vero genus constituet exponens $2^m.3^5$, in eiusque octaua inerunt isti soni 128:144:162:192:216:243:256, quod genus ob defectum consonantiarum ex 5 ortarum non satis varietatis continet. Decimum septimum autem genus exponente $2^m.3^4.5$ expressum minime incongruum esse videtur, quod vsu recipiatur, continebit enim eius quaelibet octaua sonos sequenti ratione progredientes 256:270:288.320:324:360:384:405:432:480:512. Contra hoc enim genus aliud quicquam excipi nequit, nisi quod nimis parua interualla, comma scilicet, auditu vix percipienda in eo occurrant.

§. 34. Sequeretur ergo exponendum genus decimum octauum, cuius exponens est $2^m.3^3.5^2$; quod vero quia est

eſt ipſum genus diatonico chromaticum hoc tempore apud omnes muſicos vſu receptum, dignum eſt, vt peculiari capite pertractetur. Ceterum, quo hactenus expoſita genera cum ſuis exponentibus clarius ob oculos ponantur, ſequentem adiicere viſum eſt tabulam, in qua tam exponentes cuiusque generis, quam ſoni in quaque octaua contenti, itemque interualla inter quosque ſonos contiguos ſunt deſcripta. Nomina etiam ſonorum recepta appoſui, et ſonos vulgo non cognitos aſteriſco notaui litterae proximae adſcripto.

Tabula Generum Musicorum.

Signa Sonor.	Soni.	Interualla.	Nomina Interuallorum.
			GENVS I. Exponens 2^m.
F	1		
		1 : 2	Diapaſon ſeu Octaua.
f	2		
			GENVS II. Exponens $2^m . 3$.
F	2		
		2 : 3	Diapente ſeu Quinta.
c	3		
		3 : 4	Diateſſaron ſeu Qaurta.
f	4		
			GENVS III. Exponens $2^m . 5$.
F	4		
		4 : 5	Tertia maior.
A	5		
		5 : 8	Sexta minor.
f	8		

GE-

Signa Sonor.	Soni.	Interualla.	Nomina Interuallorum.
			GENVS IV. Exponens $2^m.3^2$.
F	8		
		8:9	Tonus maior.
G	9		
		3:4	Quarta.
c	12		
		3:4	Quarta.
f	16		Genus muſicum antiquiſſimum Mercurii.
			GENVS V. Exponens $2^m.3.5$.
F	8		
		4:5	Tertia maior.
A	10		
		5:6	Tertia minor.
c	12		
		4:5	Tertia maior.
e	15		
		15:16	Hemitonium maius.
f	16		
			GENVS VI. Exponens $2^m.5^2$.
F	16		
		4:5	Tertia maior.
A	20		
		4:5	Tertia maior.
cs	25		
		25:32	Tertia maior cum Dieſi.
f	32		
			GENVS VII. Exponens $2^m.3^3$.
F	16		
		8:9	Tonus maior
G	18		
		3:4	Quarta
c	24		
		8:9	Tonus maior
d	27		
		27:32	Tertia minor commate minuta
f	32		

Sign. Sonor.	Soni	Interualla.	Nomina Interuallorum.
GENVS VIII. Exponens $2^m \cdot 3^2 \cdot 5$			
F	32	8 : 9	Tonus maior.
G	36	9 : 10	Tonus minor.
A	40	8 : 9	Tonus maior.
H	45	15 : 16	Hemitonium maius.
c	48	4 : 5	Tertia maior.
e	60	15 : 16	Hemitonium maius.
f	64		
GENVS IX. Exponens $2^m \cdot 3 \cdot 5^2$			
F	64	64 : 75	Tertia minor Dieſi minuta.
G*s*	75	15 : 16	Hemitonium maius.
A	80	5 : 6	Tertia minor.
c	96	24 : 25	Hemitonium minus.
cs	100	5 : 6	Tertia minor.
e	120	15 : 16	Hemitonium maius.
f	128		
GENVS X. Exponens $2^m \cdot 5^3$.			
F	64	4 : 5	Tertia maior.
A	80	4 : 5	Tertia maior.
cs	100	4 : 5	Tertia maior.
*f**	125	125 : 128	Dieſis Enharmonica.
f	128		
GENVS XI. Exponens $2^m \cdot 3^4$.			
F	64	8 : 9	Tonus maior.
G	72	8 : 9	Tonus maior.
A*	81	27 : 32	Tertia minor commate minuta.
c	96	8 : 9	Tonus maior.
d	108	27 : 32	Tertia minor commate minuta.
f	128		

GENVS XII. Exponens $2^m.3^3.5$.

Signa Sonor.	Soni.	Interualla.	Nomina Interuallorum.	
F	128	128:135	Limma minus	Genus Diatonicum Veterum Correctum.
Fs	135	15:16	Hemitonium maius.	
G	144	9:10	Tonus minor.	
A	160	8:9	Tonus maior.	
H	180	15:16	Hemitonium maius.	
c	192	8:9	Tonus maior.	
d	216	9:10	Tonus minor.	
e	240	15:16	Hemitonium maius.	
f	256			

GENVS XIII. Exponens $2^m.3^2.5^2$.

Signa Sonor.	Soni.	Interualla.	Nomina Interuallorum.	
F	128	8:9	Tonus maior.	Genus Chromaticum Veterum Correctum.
G	144	24:25	Hemitonium minus.	
Gs	150	15:16	Hemitonium maius.	
A	160	8:9	Tonus maior.	
H	180	15:16	Hemitonium maius.	
c	192	24:25	Hemitonium minus	
cs	200	8:9	Tonus maior.	
ds	225	15:16	Hemitonium maius.	
e	240	15:16	Hemitonium maius.	
f	256			

GENVS XIV. Exponens $2^m.3.5^3$.

Signa Sonor.	Soni.	Interualla.	Nomina Interuallorum.	
F	256	64:75	Tertia minor Diesi minuta.	Genus Enharmonicum Veterum Correctum.
Gs	300	15:16	Hemitonium maius.	
A	320	64:75	Tertia minor Diesi minuta.	
H*	375	125:128	Diesis Enharmonica.	
c	384	24:25	Hemitonium minus.	
cs	400	5:6	Tertia minor.	
e	480	24:25	Hemitonium minus.	
f*	500	125:128	Diesis Enharmonica.	
f	512			

Signa Sonor.	Soni.	Interualla.	Nomina Interuallorum.
		GENVS XV. Exponens $2^m . 5^4$.	
F	512		
		512:625	Tertia maior Diesi minuta.
A*	625		
		125:128	Diesis Enharmonica.
A	640		
		4:5	Tertia maior.
cs	800		
		4:5	Tertia maior.
*f**	1000		
		125:128	Diesis Enharmonica.
f	1024		
		GENVS XVI. Exponens $2^m . 3^5$.	
F	128		
		8:9	Tonus maior.
G	144		
		8:9	Tonus maior.
A*	162		
		27:32	Tertia minor commate minuta.
c	192		
		8:9	Tonus maior.
d	216		
		8:9	Tonus maior.
*e**	243		
		243:256	Limma Pythagoricum.
f	256		
		GENVS XVII. Exponens $2^m . 3^4 . 5$.	
F	256		
		128:135	Limma minus.
F*s*	270		
		15:16	Hemiton. maius.
G	288		
		9:10	Tonus minor.
A	320		
		80:81	Comma.
A*	324		
		9:10	Tonus minor.
H	360		
		15:16	Hemitonium maius.
c	384		
		128:135	Limma minus.
*cs**	405		
		15:16	Hemitonium maius.
d	432		
		9:10	Tonus minor.
e	480		
		15:16	Hemitonium maius.
f	512		

CAPVT NONVM.

DE
GENERE DIATONICO-CHROMATICO.

§. 1.

Quod genus nostrum decimum octauum Diatonico-Chromaticum appellemus, ratio ex ipso exponente $2^m . 3^3 . 5^2$ est manifesta, quippe qui est minimus communis diuiduus exponentium generis diatonici $2^m . 3^3 . 5$ et chromatici $2^m . 3^2\ 5^2$, ideoque haec duo genera coniuncta exhibet. Ex quo statim suspicari licet, hoc nostrum genus cum nunc a musicis recepto genere conueniens fore, si quidem musici quoque istud genus ex veterum chromatico et diatonico composuerunt.

§. 2. Primo igitur sonos inuestigabimus, qui in quaque generis nostri octaua inesse debent. Quamobrem sumemus numeri $3^3 . 5^2$ omnes diuisores, qui sunt sequentes $1; 3; 5; 3^2; 3 . 5; 5^2; 3^3; 3^2 . 5; 3 . 5^2; 3^3 . 5; 3^2 . 5^2; 3^3 . 5^2$, seu in numeris ordinariis 1; 3; 5; 9; 15; 25; 27; 45; 75; 135; 225; 675. Quorum cum maximus sit 675, reliqui per huiusmodi potestates binarii debebunt multiplicari, vt omnes intra rationem 1 : 2, hoc est intra interuallum diapason contineantur. Dabunt ergo hi numeri iuxta quantitatis ordinem dispositi sequentes sonos vnius octauae 512 : 540 : 576 : 600 : 640 : 675 : 720 : 768 : 800 : 864 : 900 : 960 : 1024.

§. 3.

§. 3. In huius ergo noſtri generis vna octaua continentur 12 ſoni, qui quidem numerus cum recepti generis diatonico-chromatici numero ſonorum conuenit; num autem plane iidem in vtroque ſint ſoni, interualla declarabunt. In noſtro quidem genere interualla inter quosque ſonos contiguos hoc ordine progrediuntur.

512		720	
	Limma minus.		Hemiton. maius.
540		768	
	Hemiton. maius.		Hemiton. minus.
576		800	
	Hemiton. minus.		Limma maius.
600		864	
	Hemiton. maius.		Hemiton. minus.
640		900	
	Limma minus.		Hemiton. maius.
675		960	
	Hemiton. maius.		Hemiton. maius.
720		1024	

Quae interualla, quomodo cum recepta octauae diuiſione conueniant, videamus.

§. 4. Quamuis autem muſici etiamnunc circa octauae diuiſionem diſſentiant, pluresque diuerſi modi hinc inde vſurpentur, tamen prae aliis in muſicorum ſcriptis vnum deprehendi, qui maxime probatus videtur. In hoc autem interualla a ſono F notato incipiendo ita progrediuntur:

F		H	
	Limma minus.		Hemitonium maius.
Fs		*c*	
	Hemiton. maius.		Hemitonium minus.
G		*cs*	
	Hemiton. minus.		Limma maius.
Gs		*d*	
	Hemiton. maius		Hemitonium minus.
A		*ds*	
	Limma maius.		Hemitonium maius.
B		*e*	
	Hemitonium minus.		Hemitonium maius.
H		*f*	

Haec interualla ſunt deſumta ex Mattheſoni Libro **die General-Baß Schul** inſcripto.

§. 5. Iſta octauae diuidendae ratio ſatis noua eſſe videtur, cum ante plures annos muſici alia ratione ſint vſi. Quod autem ad allatum modum peruenerint, dubitandum non eſt, quin experientia deprehenderint hunc modum ad harmoniam producendam magis eſſe idoneum. Cum igitur iſte modus receptus a vero genere harmonico tam parum diſcrepet; duo enim tantum habent interualla disſidentia, vnicumque ſonum B differentem; veritas noſtrorum principiorum, alias quidem ſatis euicta, iſto tam ſtricto theoriae noſtrae cum longa experientia conſenſu mirifice confirmatur

§. 6. Receptus ergo octauam diuidendi modus iam ad tantam perfectionem ſola exponentia eſt euectus, vt, quo perfectiſſimus reddatur alia correctione non ſit opus, niſi vt ſolus ſonus littera B ſignatus dieſi tantum, quae eſt differentia inter limma maius et minus, grauior efficiatur. Hac autem correctione adhibita habebitur genus muſicum perfectiſſimum et ad harmoniam producendam aptiſſimum. Quod enim ad numerum ſonorum attinet, tot continebit hoc genus ſonos nec plures nec pauciores, quam quot harmonia requirit; Atque praeterea omnes ſoni inter ſe eam ipſam tenebunt relationem, quae ex legibus harmoniae determinatur.

§. 7. Soni ergo eorumque interualla generis diatonico-chromatici vſu nunc quidem recepti, ſed theoria correcti ſe habebunt vt ſequens tabula repraeſentat. Adornata autem eſt tabula haec more muſicorum conſueto, dum incipit a ſono C et progreditur ad *c*, ſonos autem duplici modo numeris expreſſimus tum ſolutis tum in facto-

res

res resolutis, quo facilius de eorum mutua relatione et interuallis iudicari possit.

GENVS XVIII. Exponens $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$.

Signa Son.	Soni.		Interualla.	Nomina Interuallorum.	
C	$2^7 \cdot 3$	384			*Genus Diatonico-Chromaticum hodiernum correctum.*
			24 : 25	Hemitonium minus.	
Cs	$2^4 \cdot 5^2$	400			
			25 : 27	Limma maius.	
D	$2^4 \cdot 3^3$	432			
			24 : 25	Hemiton. minus.	
Ds	$2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	450			
			15 : 16	Hemitonium maius.	
E	$2^5 \cdot 3 \cdot 5$	480			
			15 : 16	Hemitonium maius.	
F	2^9	512			
			128 : 135	Limma minus.	
Fs	$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$	540			
			15 : 16	Hemitonium maius.	
G	$2^6 \cdot 3^2$	576			
			24 : 25	Hemitonium minus.	
Gs	$2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$	600			
			15 : 16	Hemitonium maius.	
A	$2^7 \cdot 5$	640			
			128 : 135	Limma minus.	
B	$3^3 \cdot 5^2$	675			
			15 : 16	Hemitonium maius.	
H	$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$	720			
			15 : 16	Hemitonium maius.	
c	$2^8 \cdot 3$	768			

Haecque tabula est continuatio generum musicorum praecedenti capiti annexae.

§. 8. Ex hac ergo tabula statim cognoscitur qnamnam rationem teneat quisque sonus ad quemlibet alium. Hae autem rationes, quo distinctius ob oculos ponantur, sequentem tabulam apponere visum est, in qua omnia interualla simplicia singulorum sonorum ad singulos continentur.

Soni

Soni.	*Interualla.*	*Nomina Interuallorum.*
C:Cs	24:25	Hemitonium minus.
C:D	8:9	Tonus maior.
C:Ds	64:75	Tertia minor diesi minuta.
C:E	4:5	Tertia maior.
C:F	3:4	Quarta.
C:Fs	32:45	Tritonus.
C:G	2:3	Quinta.
C:Gs	16:25	Sexta minor demta diesi.
C:A	3:5	Sexta maior.
C:B	128:225	Septima minor.
C:H	8:15	Septima maior.
C:c	1:2	Octaua.
Cs:D	25:27	Limma maius.
Cs:Ds	8:9	Tonus maior.
Cs:E	5:6	Tertia minor.
Cs:F	25:32	Tertia maior cum Diesi.
Cs:Fs	20:27	Quarta cum commate.
Cs:G	25:36	Tritonus.
Cs:Gs	2:3	Quinta.
Cs:A	5:8	Sexta minor.
Cs:B	16:27	Sexta maior cum commate.
Cs:H	5:9	Septima minor.
Cs:c	25:48	Septima maior.
Cs:cs	1:2	Octaua.

Soni.

Soni.	*Interualla.*	*Nomina Interuallorum.*
D:Ds	24:25	Hemitonium minus
D:E	9:10	Tonus minor.
D:F	27:32	Tertia minor commate minuta.
D:Fs	4:5	Tertia maior.
D:G	3:4	Quarta.
D:Gs	18:25	Tritonus.
D:A	27:40	Quinta demto commate.
D:B	16:25	Sexta minor demta diesi.
D:H	3:5	Sexta maior.
D:*c*	9:16	Septima minor.
D:*cs*	27:50	Septima maior.
D:*d*	1:2	Octaua.
Ds:E	15:16	Hemitonium maius.
Ds:F	225:256	Tonus maior cum diaschismate.
Ds:Fs	5:6	Tertia minor
Ds:G	25:32	Tertia maior cum diesi.
Ds:Gs	3:4	Quarta.
Ds:A	45:64	Tritonus.
Ds:B	2:3	Quinta.
Ds:H	5:8	Sexta minor.
Ds:*c*	75:128	Sexta maior cum diesi.
Ds:*cs*	9:16	Septima minor.
Ds:*d*	25:48	Septima maior.
Ds:*ds*	1:2	Octaua.

Soni.	*Interualla.*	*Nomina Interuallorum.*
E:F	15:16	Hemitonium maius
E:F*s*	8:9	Tonus maior.
E:G	5:6	Tertia minor.
E:G*s*	4:5	Tertia maior.
E:A	3:4	Quarta.
E:B	32:45	Tritonus.
E:H	2:3	Quinta.
E:*c*	5:8	Sexta minor.
E:*cs*	3:5	Sexta maior.
E:*d*	5:9	Septima minor.
E:*ds*	8:15	Septima maior.
E:*e*	1:2	Octaua.
F:F*s*	128.135	Limma minus.
F:G	8:9	Tonus maior.
F:G*s*	64:75	Tertia minor diesi minuta.
F:A	4:5	Tertia maior.
F:B	512:675	Quarta demto diaschismate.
F:H	32:45	Tritonus.
F:*c*	2:3	Quinta.
F:*cs*	16:25	Sexta minor demta diesi.
F.*d*	16:27	Sexta maior cum commate.
F:*ds*	128:225	Septima minor.
F:*e*	8:15	Septima maior.
F:*f*	1:2	Octaua.

Soni.

Soni.	*Interualla.*	*Nomina Interuallorum.*
Fs·G	15:16	Hemitonium maius.
Fs:Gs	9:10	Tonus minor.
Fs:A	27:32	Tertia minor commate minuta.
Fs:B	4:5	Tertia maior.
Fs:H	3:4	Quarta.
Fs:*c*	45:64	Tritonus.
Fs:*cs*	27:40	Quinta demto commate
Fs:*d*	5:8	Sexta minor.
Fs:*ds*	3:5	Sexta maior.
Fs:*e*	9:16	Septima minor.
Fs:*f*	135:256	Septima maior.
Fs:*fs*	1:2	Octaua.
G:Gs	24:25	Hemitonium minus.
G:A	9:10	Tonus minor.
G:B	64:75	Tertia minor Diesi minuta.
G:H	4:5	Tertia maior.
G:*c*	3:4	Quarta.
G:*cs*	18:25	Tritonus.
G:*d*	2:3	Quinta.
G:*ds*	16:25	Sexta minor demta diesi.
G:*e*	3:5	Sexta maior.
G:*f*	9:16	Septima minor.
G:*fs*	8:15	Septima maior.
G:*g*	1:2	Octaua.

Soni.	Interualla.	Nomina Interuallorum.
Gs:A	15.16	Hemitonium maius.
Gs:B	8:9	Tonus maior
Gs:H	5:6	Tertia minor.
Gs:*c*	25:32	Tertia maior cum Diesi.
Gs:*cs*	3:4	Quarta
Gs:*d*	25:36	Tritonus.
Gs:*ds*	2:3	Quinta.
Gs:*e*	5:8	Sexta minor.
Gs:*f*	75:128	Sexta maior cum Diesi.
Gs:*fs*	5:9	Septima minor.
Gs:*g*	25:48	Septima maior.
Gs:*gs*	1:2	Octaua.
A:B	128:135	Limma minus.
A:H	8:9	Tonus maior.
A:*c*	5:6	Tertia minor.
A:*cs*	4:5	Tertia maior.
A:*d*	20:27	Quarta cum commate.
A:*ds*	32:45	Tritonus.
A:*e*	2:3	Quinta.
A:*f*	5:8	Sexta miuor.
A:*fs*	16:27	Sexta maior cum commate.
A:*g*	5:9	Septima minor.
A:*gs*	8:15	Septima maior.
A:*a*	1:2	Octaua.

Soni.

Soni.	*Interualla.*	*Nomina Interuallorum.*
B:H	15:16	Hemitonium maius.
B:*c*	225:256	Tonus maior cum Diaſchismate.
B:*cs*	27:32	Tertia minor demto Commate.
B:*d*	25:32	Tertia maior cum Dieſi.
B:*ds*	3:4	Quarta.
B:*e*	45:64	Tritonus.
B:*f*	675:1024	Quinta cum Diaſchismate.
B:*fs*	5:8	Sexta minor.
B:*g*	75:128	Sexta maior cum Dieſi.
B:*gs*	9:16	Septima minor.
B:*a*	135:156	Septima maior.
B:*b*	1:2	Octaua.
H:*c*	15:16	Hemitonium maius.
H:*cs*	9:10	Tonus minor.
H:*d*	5:6	Tertia minor.
H:*ds*	4:5	Tertia maior.
H:*e*	3:4	Quarta.
H:*f*	45:64	Tritonus.
H:*fs*	2:3	Quinta.
H:*g*	5:8	Sexta minor.
H:*gs*	3:5	Sexta maior.
H:*a*	9:16	Septima minor.
H:*b*	8:15	Septima maior.
H:*h*	1:2	Octaua.

§. 8. Omnia ergo interualla in hoc genere vel ſunt ipſae illae conſonantiae, quibus haec nomina ſunt impoſita, vel tantum interuallis minimis ab his differunt, quae craſſioribus auribus ſint imperceptibilia. Quod cum etiam a muſicis ſummopere intendatur, ne vllum interuallum a nominato plus quam minimo interuallo differat hoc eſt vel commate vel dieſi, vel diaſchismate, ipſi muſici practici agnoſcere debebunt, correctionem noſtram iure eſſe factam. Namque ſono B, vt Muſici volunt, dieſi acutiore admiſſo, tum interuallum Cs:B foret ſexta maior cum commate et dieſi, quae duo interualla etſi minima hemitonium minus tamen coniunctim fere conficiunt, ita vt in hoc vſitato genere interuallum Cs:B pro ſeptima minore potius quam pro ſexta maiore haberetur. Simili modo foret B:cs tertia minor commate et dieſi minuta, ideoque tono quam tertia ſimilior.

§. 9. Ex praecedente autem tabula formauimus ſequentem, in qua interualla aequalia in ordine coniunctim poſita conſpicere licet.

Secundae minores.

24:25	Hemitonium minus.	15:16	Hemitonium maius.
C:Cs		Ds:E	
D:Ds		E:F	
G:Gs		Fs:G	
128:135	Limma minus.	Gs:A	
F:Fs		B:H	
A:B		H:c	
		25:27	Limma maius.
		Cs:D	

Secun-

Secundae Maiores.

9 : 10	Tonus minor.
D : E	
F*s* : G*s*	
G : A	
H : *cs*	
8 : 9	Tonus maior.
C : D	
C*s* : D*s*	
E : F*s*	
F : G	
G*s* : B	
A : H	
225 : 256	Tonus maior cum Diaſchiſmate.
D*s* : F	
B : *c*	

Tertiae Minores.

64 : 75	Tertia minor Dieſi minuta.
C : D*s*	
F : G*s*	
G : B	
27 : 32	Tertia minor cum Commate minuta.
D : F	
F*s* : A	
B : *cs*	
5 : 6	Tertia minor Perfecta.
C*s* : E	
D*s* : F*s*	
E : G	
G*s* : H	
A : *c*	
H : *d*	

Tertiae maiores.

4 : 5	Tertia Maior Perfecta.
C : E	
D : F*s*	
E : G*s*	
F : A	
F*s* : B	
G : H	
A : C*s*	
H : *ds*	
25 : 32	Tertia maior cum Dieſi.
C*s* : F	
D*s* : G	
G*s* : *c*	
B : *d*	

Quartae.

512 : 675	Quarta Diaſchism. min.
F : B	
3 : 4	Quarta Perfecta.
C : F	
D : G	
D*s* : G*s*	
E : A	
F*s* : H	
G : *c*	
G*s* : *cs*	
B : *ds*	
H : *e*	
20 : 27	Quarta cum commate.
C*s* : F*s*	
A : *d*	

Tritoni.

18 : 25	Quarta cum Hemitonio minore.
D : Gs G : cs	
32 : 45	Quinta Hemitonio maiore minuta.
C : Fs E : B F : H A : ds	
45 : 64	Quarta cum Hemitonio maiore.
Ds : A Fs : c B : e H : f	
25 : 36	Quinta Hemitonio minore minuta.
Cs : G Gs : d	

Quintae.

27 : 40	Quinta commate minuta.
D : A Fs : cs	
2 : 3	Quinta Perfecta.
C : G Cs : Gs Ds : B E : H F : c G : d Gs : ds A : e H : fs	
675 : 1024	Quinta cum Diaschismate.
B : f	

Sextae Minores.

10 : 25	Sexta minor Diesi minuta.
C : Gs D : B F : cs G : ds	
5 : 8	Sexta minor Perfecta.
Cs : A Ds : H E : c Fs : d Gs : e A : f B : fs H : g	

Sextae Maiores.

3 : 5	Sexta Maior Perfecta.
C : A D : H E : cs Fs : ds G : e H : gs	
16 : 27	Sexta maior cum commate.
Cs : B F : d A : fs	
75 : 128	Sexta maior cum Diesi.
Ds : c Gs : f B : g	

Septimae Minores.	
128 : 225	Sexta maior cum Limmate minore.
C:B F:*ds*	
9 : 16	Octaua Tono maiore minuta.
D:*c* D*s*:*cs* F*s*:*e* G:*f* B:*gs* H:*a*	
5 : 9	Octaua Tono minore minuta.
C*s*:H E:*d* G*s*:*fs* A:*g*	

Septimae Maiores.	
27 : 50	Octaua Limmate maiore minuta.
D:*cs*	
8 : 15	Octaua Hemitonio maiore minuta.
C:H E:*ds* F:*e* G:*fs* A:*gs* H:*b*	
135 : 256	Octaua Limmate minore minuta.
F*s*:*f* B:*a*	
25 : 48	Octaua Hemitonio minore minuta.
C*s*:*c* D*s*:*d* G*s*:*g*	

§. 10. Ex hac igitur tabula ſtatim conſpiciuntur interualla, quae duo quique ſoni intra octauae interuallum comprehenſi inter ſe tenent. Simul vero etiam perſpicitur differentia ingens inter interualla eiusdem nominis, quae vulgo ab imperitioribus pro aequalibus habentur. Hemitoniorum ſcilicet quatuor dantur ſpecies, tres tonorum, totidemque tertiarum minorum etc. vti ex tabula intelligere licet. Octauarum autem omnium vnica eſt ſpecies eaque perfecta ratione 1:2 contenta; hoc enim interuallum propter perfectionem vix aberrationem a ratione 1 : 2 pati poſſet, quin ſimul auditus ingenti moleſtia afficeretur.

 Namque

Namque quo perfectius perceptuque facilius est interuallum, eo magis sensibilis fit error vel minimus; minus autem sentitur exigua aberratio in interuallis minus perfectis.

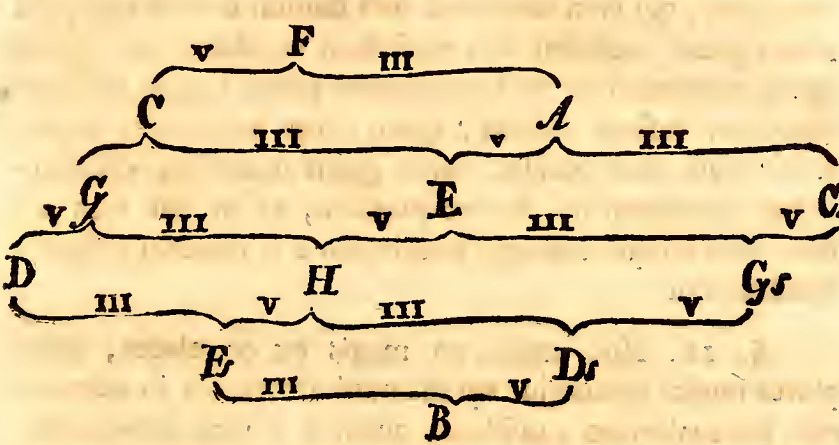
§. 11. Instrumenta autem musica ad hoc diatonico-chromaticum genus ope monochordi facile attemperari poterunt, monochordo scilicet iisdem rationibus secando, quas soni inter se tenere debent, cuius quidem operationis praecepta capite primo tradidimus. Qui autem solo auditu ad hunc modum instrumenta musica attemperare voluerit, eum tribus istis requisitis praeditum esse oportet, vt primo interuallum octauam distinguere et solo auditu efformare possit; secundo vt quintam quoque ratione 2:3 contentam; et tertio denique vt tertiam maiorem chordis vel intendendis vel remittendis exacte producere valeat.

§. 12. Qui igitur tanta auditus sollertia pollet, is sequenti ordine temperationem instrumenti musici aggrediatur. Primo figat sonum F, prout circumstantiae postulant, ex eoque habebit omnes sonos eadem littera signatos. Deinde formet eius quintam *c*, tertiamque maiorem A, habebitque omnes reliquos sonos iisdem litteris signatos per requisitum primum. Tertio ex sono C formet eius quintam G tertiamque maiorem E, qui sonus E simul erit quinta soni A, atque ex A quoque formet eius tertiam maiorem *cs*. Quarto ex sono G formet quintam *d*, itemque tertiam maiorem H; ex E vero quoque tertiam maiorem G*s*, qui sonus quoque erit quinta ipsius C*s*. Quinto ex H faciat *fs* quintam et *ds* tertiam maiorem seu ex G*s* poterit quoque formare *ds*. Denique quinta ipsius D*s* dabit sonum

B,

B, hocque pacto ſumendis octauis totum inſtrumentum erit rite attemperatum.

§. 13. Totus autem hic temperationis proceſſus ex adiecta hic figura diſtinctius percipietur.



Cum ergo ſoni E, H, Gs, Fs, Ds et B duplici modo tum per quintas tum per tertias determinentur, ex hoc non contemnendum obtinebitur ſubſidium in temperandis inſtrumentis, cum error qui forte ſit commiſſus, ſtatim percipi et corrigi queat.

§. 14. Quamuis autem hodierna muſica ad hoc muſicum genus perfectum experientia potiſſimum pertigerit, ex quo huius muſicae praeſtantia abunde perſpicitur, tamen etiam fortunae multum eſt tribuendum, quod eo peruenerint. Dum enim in genere diatonico tum tonos tum hemitonia ineſſe deprehenderunt, genus magis perfectum conſtruere ſunt arbitrati, ſi ſingulos tonos in duas partes ſecarent, et intra quaeque interualla tonum diſtantia ſonos nouos interſererent, quo quosque ſonos contiguos hemitonio latiori ſaltem ſenſu accepto diſtantes obtinerent.

§. 15. Hocque in negotio non ſolum phantaſiae ſed etiam harmoniae litarunt, dum tales ſonos interpolare decreuerunt, qui cum harmonia non tantum conſiſterent; ſed etiam genus muſicum ſatis perfectum conſtituerent Hanc igitur quamuis felicem inuentionem potius tamen fortunae acceptam referre debent, quam verae harmoniae cognitioni: caſu enim accidit, quod genus diatonico-chromaticum genuinum ita ſit comparatum, vt in eo tum 12 ſoni, tum quique contigui hemitonio a ſe inuicem diſtantes contineantur.

§. 16. Hoc autem eo magis ex eo elucet, quod plures muſici putauerint veram muſicam potius in aequalitate interuallorum conſiſtere, quam in eorum ſimplicitate. Hi igitur vt ſibi magis quam harmoniae ſatisfacerent, non dubitauerunt interuallum diapaſon in duodecim partes aequales diſſecare, atque ſecundum hanc diuiſionem ſonos 12 conſuetos conſtituere. In hoc autem inſtituto eo magis confirmabantur, quod hoc pacto omnia interualla fiant aequalia, atque hancobrem quoduis opus muſicum ſine vlla alteratione in omnibus ita dictis modis liceat modulari, et ex genuino modo in quemque alium transponere. In qua quidem ſententia minime falluntur; ſed hoc pacto ex omni modo harmoniam tolli non animaduerterunt.

§. 17. Quod quo clarius appareat ſingulos ſonos tum noſtri generis diatonico-chromatici, tum etiam huius generis aequabilis logarithmis expreſſos exhibebimus, quo ſtatim

de

de discrepantia interuallorum iudicari possit, ponemus autem logarithmum soni F $= o$.

Soni.	*Genus genuinum.*	*Genus aequabile.*	*Differentiae*
F	0,000000	0,000000	0,000000
F*s*	0,076815	0,083333	+ 0,006518
G	0,169924	0,166666	− 0,003258
G*s*	0,228819	0,250000	+ 0,021180
A	0,321928	0,333333	+ 0,011405
B	0,398743	0,416666	+ 0,017923
H	0,491852	0,500000	+ 0,008147
c	0,584962	0,583333	− 0,001629
cs	0,643856	0,666666	+ 0,022810
d	0,754886	0,750000	− 0,004886
ds	0,813781	0,833333	+ 0,019552
e	0,906891	0,916666	+ 0,009775
f	1,000000	1,000000	0,000000

Perspicuum igitur est inter sonos eosdem vtriusque generis differentiam commate passim esse maiorem, quo harmonia non parum turbatur. Quintae quidem et quartae parum a genuinis discrepant vix nimirum decima diaschismatis parte, sed tertiae maiores et minores multomagis aberrant, quibus tamen non minus quam quintis et quartis harmonia constat. Denique ob nullam sonorum rationem rationalem praeter octauas, hoc genus harmoniae maxime contrarium est censendum, etiamsi hebetiores aures discrepantiam vix percipiant.

§. 18. Alii autem retentis ſonis generis diatonici inuariatis reliquos chromaticos dictos ſuo arbitrio nullo ad harmoniam habito reſpectu definire non dubitauerunt. Huiusmodi genus muſicum non ita pridem in Anglia prodiit, in quo tam tonus maior, quam minor in duas partes fere aequales ſecatur, quarum tamen inferius maius eſt ſuperiori, vtrumque vero ratione ſuperparticulari definitur. Qua in re auctor Pythagoram ſecutus videtur, qui ſolas rationes ſuperparticulares in muſicam ad harmoniam efficiendam admittendas iudicauit: ita inter ſonos tonum maiorem diſtantes inſerit ſonum ad grauiorem rationem 17:16, ad acutiorem vero rationem 17:18 tenentem. Quae quidem diuiſio quam parum harmoniae conſentanea ſit, ſatis ex allatis conſtat.

§. 19. Expoſitum igitur eſt genus decimum octauum Diatonico-Chromaticum dictum vſu hoc quidem tempore ita receptum, vt omnes omnino modulationes in eo fieri ſoleant. Habet autem hoc genus prae aliis hanc inſignem proprietatem, vt omnia in eo ſita interualla ad ſenſum fere aequalia exiſtant; vnde non incommode quaeuis melodiae vel hemitonio vel tono vel quolibet interuallo ſiue acutiores ſiue grauiores cantari poſſunt. Id quod euenire non poſſet in alio genere, in quo maior interuallorum inaequalitas ineſt. Ante quam autem regulas componendi generales ad hoc genus accommodemus, alia genera conſiderabimus, hoc ipſum, quod tractauimus, ratione ordinis ſequentia.

CAPVT

CAPVT DECIMVM.

DE ALIIS MAGIS COMPOSITIS GENERIBVS MVSICIS.

§. 1.

EXpoſitis iam octodecim prioribus generibus, in quibus tam antiqua quam hodierna muſica continetur, non incongruum erit genera aliquot magis compoſita perſequi, quae vel ad iam tractata arctam tenent relationem, vel non incommode ad ampliorem muſicae perfectionem in vſum recipi poſſent. Non igitur, vti occepimus, in recenſendis generibus ſequentibus ordine progrediemur, omniaque in medium afferemus, quod opus foret infinitum, nulliusque vtilitatis; ſed ea tantum, quae ad inſtitutum idonea videbuntur, explicabimus.

§. 2. Conſiderabimus ergo genus, cuius exponens eſt $2^m.3^2.5^3$, quod merito chromatico-Enharmonicum appellari conuenit, cum iſte exponens ſit compoſitus ex exponentibus generum chromatici et enharmonici, horumque exponentium ſit minimus communis diuiduus. In huius ergo generis octaua continebuntur ter quatuor ſeu duodecim ſoni pariter ac in genere diatonico-chromatico, qui orientur ex diuiſoribus totidem ipſius $3^2.5^3$, eruntque ſequentes.

2^{10}:	$3^2.5^3$:	$2^7.3^2$:	$2^4.3.5^2$:	$2^8.5$:	$2^5.3^2.5$:	$2^2.3.5^3$:
1024:	1125:	1152:	1200:	1280:	1440:	1500:
$2^9.3$:	$2^6.5^2$:	$2^3.3^2.5^2$:	$2^7.3.5$:	$2^4.5^3$:	2^{11}.	
1536:	1600:	1800	1920:	2000:	2048.	

§. 3.

§. 3. Soni autem huius generis Chromatico Enharmonici, quomodo progrediantur, et quanta interualla inter se teneant, ex tabula sequente apparebit.

Signa	Soni		Interualla.	Nomina Interuallorum.
C	$2^8.3$	768		
			24:25	Hemitonium minus.
Cs	$2^5.5^2$	800		
			8:9	Tonus maior.
Ds	$2^2.3^2 5^2$	900		
			15:16	Hemitonium maius.
E	$2^6.3.5$	960		
			24:25	Hemitonium minus.
F*	$2^3.5^3$	1000		
			125:128	Diesis Enharmonica.
F	2^{10}	1024		
			1024:1125	Tonus maior Diesi minuta.
G*	$3^2.5^3$	1125		
			125:128	Diesis Enharmonica.
G	$2^7.3^2$	1152		
			24:25	Hemitonium minus.
Gs	$2^4.3.5^2$	1200		
			15:16	Hemitonium maius.
A	$2^8.5$	1280		
			8:9	Tonus maior.
H	$2^5.3^2.5$	1440		
			24:25	Hemitonium minus.
c*	$2^3.3.5^3$	1500		
			125:128	Diesis Enharmonica.
c	$2^9.3$	1536		

§ 4. In hoc ergo genere interualla inter sonos contiguos maxime sunt inaequalia, toni scilicet maiores hemitonia, et dieses; ita vt melodia in hoc genere composita in nullum alium sonum transponi posset. Hincque eo magis praerogatiua generis in praecedente capite expositi diatonico-chromatici elucet, in quo interualla omnia ad sensum fere sunt aequalia; simulque intelligitur hanc aequalitatem fortuito esse natam, neque eam ad harmoniam producendam esse absolute necessariam, prout quidem pluribus est visum.

§. 5. Insunt vero in hoc genere tres soni, qui in genere recepto Diatonico-Chromatico non reperiuntur, eosque

eosque ſignaui litteris F*, G*, *c**, aſteriſco notatis, cum ad ſonos in genere conſueto his litteris deſignatos proxime accedant: tantum enim ab iis dieſi deficiunt. Quare cum tantilla differentia ab auribus vix percipi queat, inſtrumentis ſolito more ad genus diatonico-chromaticum attemperatis, etiam non incongrue opera muſica ad genus $2^m . 3^2 . 5^3$ pertinentia edi poterunt, ſumendis loco ſonorum F*, G*, *c**, ſonis conſuetis F, G, *c*; qui error ſenſui auditus propemodum inſenſibilis euadit

§. 6. Maiore certe gratia genus diatonico-chromaticum ad opera muſica exponentis $2^m . 3^2 . 5^3$ erit accommodatum, quam, quod a muſicis frequenter fieri ſolet, dum melodiam ex datis ſonis compoſitam ad alios ſonos transferunt, quo ſaepius fit, vt quod interuallum ante erat hemitonium minus, eius loco hemitonium maius vel adeo limma maius adhibeant, quae differentia adhuc maior dieſi exiſtit. Praeterea etiamſi inſtrumenta ad genus chromatico-enharmonicum accommodata haberentur, niſi ea exactiſſime eſſent temperata, quod tamen vix poſſet praeſtari, maiorem ſuauitatem non afferrent, quam inſtrumenta conſueta.

§. 7. Latius ergo patet genus diatonico-chromaticum, quam eius exponens $2^m . 3^3 . 5^2$ declarat, cum etiam non incommode adhiberi queat ad opera muſica in exponente $2^m . 3^2 . 5^3$ contenta, ex quo praeſtantia recepti generis muſici non obſcure perſpicitur. Adhuc autem latius eius vſus extenditur etiam ad genera magis compoſita, quae ita ſunt comparata, vt ſoni a genere diatonico-chromatico diſcrepantes, ad ſonos huius generis proxime accedant, ideoque hi illorum loco tuto adhiberi queant. Cuiusmodi ergo haec ſint genera, quibus genus diatonico-chromaticum ſatisfacere poteſt, hic fuſius exponemus.

§. 8. Coaleſcant omnium trium veterum generum exponentes in vnum, ita vt prodeat genus diatonico-enharmonicum, cuius exponens erit $2^m . 3^3 . 5^3$, in hocque genere continentur coniunctim genera diatonicum, chromaticum et enharmonicum, quatenus ſcilicet a nobis ſunt correcta. Huius ergo generis vna octaua continebit 16 ſonos, duodecim nimirum ſonos generis diatonico-chromatici, et praeter eos 4 nouos, qui autem tam parum ab illis ſunt diuerſi; vt ſine ſenſibili harmoniae iactura, plane omitti queant, pariter ac de praecedente genere notauimus. Soni autem 16 vnius octauae erunt ſequentes.

Sign.	Soni.		Interualla.	Nomina Interuallorum.
C	$2^{10}.3$	3072	24 : 25	Hemitonium minus.
Cs	$2^7.5^2$	3200	128 : 135	Limma minus.
D*	$3^3.5^3$	3375	125 : 128	Diesis.
D	$2^7.3^3$	3456	24 : 25	Hemitonium minus.
Ds	$2^4.3^2.5^2$	3600	15 : 16	Hemitonium maius.
E	$2^8.3.5$	3840	24 : 25	Hemitonium minus.
F*	$2^5.5^3$	4000	125 : 128	Diesis.
F	2^{12}	4096	128 : 135	Limma minus.
Fs	$2^5.3^3.5$	4320	24 : 25	Hemitonium minus.
G*	$2^2.3^2.5^3$	4500	125 : 128	Diesis.
G	$2^9.3^2$	4608	24 : 25	Hemitonium minus.
Gs	$2^6.3.5^2$	4800	15 : 16	Hemitonium maius.
A	$2^{10}.5$	5120	128 : 135	Limma minus.
B	$2^3.3^3.5^2$	5400	15 : 16	Hemitonium maius.
H	$2^7.3^2.5$	5760	24 : 25	Hemitonium minus.
*c**	$2^4.3.5^3$	6000	125 : 128	Diesis.
c	$2^{11}.3$	6144		

Loco ſonorum ergo peregrinorum D*, F*, G*, *c* qui dieſi tantum differunt a primariis D, F, G, *c*, ſatis tuto hi poterunt vſurpari.

§. 9. Si forte cuiquam differentia haec, quae eſt dieſis, maior videatur, quam vt primarios loco peregrinorum adhiberi poſſe arbitretur, cum dieſis ſit maximum inter minima interuallum, is tamen admittet ſine dubio errorem commate non maiorem. Commate autem ad ſummum ſoni peregrini a principalibus differunt in generibus, quorum exponentes continentur in $2^m.3^n.5^2$ exiſtente n numero ternario maiore. Huiusmodi autem generum octauas, ſi n eſt minor quam 8, in adiecta tabula ſimul conſpicere licet.

 Ge-

Generis exponens $2^m . 3^7 . 5^2$.

Sig	*Soni.*	*Log. Sonor.*	*Interualla.*	*Nomina Interuallorum.*
F	2^{15}	15, 00000	0, 07682	Limma minus.
Fs	$2^8 . 3^3 . 5$	15, 07682	0, 01792	Comma.
Fs*	$2^4 . 3^7$	15, 09475	0, 05888	Hemitonium minus
G*	$2 . 3^6 . 5^2$	15, 15363	0, 01628	Diaſchisma.
G	$2^{12} . 3^2$	15, 16993	0, 05888	Hemitonium minus.
Gs	$2^9 . 3 . 5^2$	15, 22882	0, 01792	Comma.
Gs*	$2^5 . 3^5 . 5$	15, 24675	0, 07517	Hemit. minus cum diaſchiſ.
A	$2^{13} . 5$	15, 32193	0, 01792	Comma.
A*	$2^9 . 3^4$	15, 33986	0, 05888	Hemitonium minus.
B	$2^6 . 3^3 . 5^2$	15, 39874	0, 01792	Comma.
B*	$2^3 . 3^7 . 5$	15, 41668	0, 07517	Hemit. minus cum diaſchiſ.
H	$2^{10} . 3^2 . 5$	15, 49185	0, 01792	Comma
H*	$2^6 . 3^6$	15, 50978	0, 05888	Hemitonium minus.
c*	$2^3 . 3^5 . 5^2$	15, 56867	0, 01628	Diaſchisma.
c	$2^{14} . 3$	15, 58496	0, 05888	Hemitonium minus.
cs	$2^{11} . 5^2$	15, 64385	0, 01792	Comma.
cs*	$2^7 . 3^4 . 5$	15, 66178	0, 07681	Limma minus.
d*	$3^7 . 5^2$	15, 73860	0, 01628	Diaſchisma.
d	$2^{11} . 5^3$	15, 75489	0, 05888	Hemitonium minus.
ds	$2^8 . 3^2 . 5^2$	15, 81377	0, 01792	Comma
ds*	$2^4 . 3^6 . 5$	15, 83171	0, 07517	Hemit. minus cum diaſchiſ.
e	$2^{12} . 3 . 5$	15, 90689	0, 01792	Comma.
e*	$2^8 . 3^5$	15, 92482	0, 05888	Hemitonium minus.
f*	$2^5 . 3^4 . 5^2$	15, 98371	0, 01628	Diaſchisma.
f	2^{16}	16, 00000		

In hoc ergo genere ad duodecim ſonos generis diatonico-chromatici duodecim noui ſoni accedunt, quorum autem

ab

ab illis differentiae ſunt vel commata vel diaſchismata, quae cum auditu vix diſtingui queant, hi noui ſoni tuto omitti, eorumque loco conſueti vſurpari poterunt. Genus itaque diatonico-chromaticum aeque late patet ac cenſendum eſt genus, cuius exponens eſt $2^m . 3^7 . 5^2$.

§. 10. Satis igitur concinne genus diatonico-chromaticum, cuius exponens duntaxat eſt $2^m . 3^3 . 5^2$ adhiberi poteſt ad opera muſica, quorum exponentes multo magis ſunt compoſiti, atque in $2^m . 3^7 . 5$ contenti, exprimenda. Quamuis enim octaua pro huiusmodi operibus duplo maiore ſonorum numero, prout exponens requirit, inſtrueretur, tamen ob tantillam differentiam in harmonia vix vlla variatio percipi poſſet ſiue completum ſiue incompletum genus vſurparetur. Simili autem modo vltra ſeptenarium progredi licet, ita vt genus muſicum hodie vſu receptum inſeruiat pro generali exponente $2^m . 3^n . 5^2$, quantumuis magnus etiam numerus n accipiatur.

§. 11. Hoc autem ita ſe habere, genusque diatonico-chromaticum latiſſime patere, quotidianae muſicorum compoſitiones ſatis ſuperque teſtantur. Vix enim vllum hodiernum opus muſicum reperitur, cuius exponens non magis eſſet compoſitus, quam exponens ipſius generis $2^m . 3^3 . 5^2$. Interim tamen ipſi quoque muſici fateri coguntur, quod ſummo rigore rem conſiderando, ſoni recepti non ſufficiant, ſed ob minimam aberrationem hi ſoni potius adhibeantur, quam vt nouis introducendis ſonis muſica tractatu difficilior efficeretur.

§ 12. Minus autem feliciter res ſuccedit, ſi augendo exponentem ipſius 5 genus noſtrum diatonico-chromaticum magis amplificare voluerimus. Aucta enim poteſtate ipſius 5 eiusmodi ſoni inſuper ad ſonos conſuetos accedunt, qui plus quam commate ſcilicet dieſi plerumque a conſuetis discrepant, qui error, cum dieſis ſit circiter medietas hemitonii animaduerti poteſt. Interim tamen, quo hoc melius perſpiciatur, adiecimus octauam generis cuius exponens eſt $2^m . 3^3 . 5^5$.

Sign.	*Son.*	*Log. Sonor.*	*Interualla*	*Nomina Interuallorum.*
F	2^{61}	16, 00000	0, 04259	Hemitonium minus demto diaſchis.
Fs*	$2^{2}.3^{3}.5^{4}$	16, 04259	0, 03422	Dieſis.
Fs	$2^{9}.3^{3}.5$	16, 07682	0, 05890	Hemitonium minus.
G*	$2^{6}.3^{2}.5^{3}$	16, 13571	0, 03422	Dieſis.
G	$2^{13}.3^{2}$	16, 16992	0, 02468	Hemitonium minus demta dieſi.
Gs*	$2^{3}.3.5^{5}$	16, 19460	0, 03422	Dieſis.
Gs	$2^{10}.3.5^{2}$	16, 22882	0, 05890	Hemitonium minus.
A*	$2^{7}.5^{4}$	16, 28771	0, 03422	Dieſis.
A	$2^{14}.5$	16, 32193	0, 04260	Hemitonium minus demto diaſchis.
B*	$3^{3}.5^{5}$	16, 36453	0, 03422	Dieſis.
B	$2^{7}.3^{3}.5^{2}$	16, 36874	0, 05890	Hemitonium minus.
H*	$2^{4}.3^{2}.5^{4}$	16, 45763	0, 03422	Dieſis.
H	$2^{11}.3^{2}.5$	16, 49185	0, 05890	Hemitonium minus.
c*	$2^{8}.3.5^{3}$	16, 55075	0, 03422	Dieſis.
c	$2^{15}.3$	16, 58496	0, 02468	Hemitonium minus demta dieſi.
cs*	$2^{5}.5^{5}$	16, 60964	0, 03422	Dieſis.
cs	$2^{12}.5^{2}$	16, 64386	0, 07681	Limma minus.
d*	$2^{5}.3^{3}.5^{3}$	16, 72067	0, 03422	Dieſis.
d	$2^{12}.3^{3}$	16, 75488	0, 02468	Hemitonium minus demta dieſi.
ds*	$2^{2}.3^{2}.5^{5}$	16, 77956	0, 03422	Dieſis.
ds	$2^{9}.3^{2}.5^{2}$	16, 81378	0, 05890	Hemitonium minus.
e*	$2^{6}.3.5^{4}$	16, 87267	0, 03422	Dieſis.
e	$2^{13}.3.5$	16, 90689	0, 05490	Hemitonium minus.
f*	$2^{10}.5^{3}$	16, 96578	0, 03422	Dieſis.
f	2^{17}	17, 00000		

§. 13.

§. 13. In hoc igitur genere ſoni de nouo accedentes ad conſuetos alternatiue ſunt interſerti; et eorum quisque a principali ſuo diſtat dieſi; quae differentia cum non ſit inſenſibilis, omiſſionem ſonorum peregrinorum vix tolerare poteſt. Praeterea quidam horum ſonorum propiores ſunt ſonis principalibus praecedentibus, quam ſequentibus, a quibus ſigna ſumus mutuati, ſonus ſcilicet Gs* propior eſt ſono G quam ſono Gs, ita vt eius loco ſonum G vſurpare potius conueniret; quod vero itidem magnam haberet difficultatem, cum ſonus G loco ſoni G* adhiberi debeat; diuerſi autem ſoni G* et Gs* non eodem ſono exprimi queant. Potius ergo ad talem muſicam conueniret octauam in 24 interualla diuidere quod genus quoque eam habiturum eſſet praerogatiuam, vt omnia interualla inter ſe fere eſſent aequalia.

§. 14. Duplicato autem hac ratione numero ſonorum hoc nouum muſicae genus latiſſime pateret, non ſolum enim ad genera poſſet accomodari ſub exponente $2^m.3^3.5^5$. contenta; ſed etiam ſub exponente $2^m.3^3.5^p$. denotante p numerum quinario maiorem. Quin etiam ſufficeret ad genus vniuerſale hoc $2^m.3^n.5^p$. id quod ſatis conſtat, niſi n et p ſint numeri valde magni, perquam autem magnos numeros loco n et p ſubſtituere ipſa harmonia non permittit.

§. 15. Generi igitur diatonico-chromatico, cuius exponens eſt $2^m.3^3.5^2$, illaeſa harmonia amplior extenſio concedi non poteſt, quam ad opera muſica ſub exponente $2^m.3^7.5^2$ contenta. Quamuis enim eodem iure ternarius

rius maiorem quam ſeptimam poteſtatem habere poſſet, tamen ipſae harmoniae leges vetant talia opera componere, quorum exponens magis eſſet compoſitus. Quamobrem vſum huius generis recepti latius extendere non conueniet, quam ad opera muſica in exponente $2^m . 3^7 . 5^2$, contenta; neque etiam muſici hodierni iſtum terminum transgredi ſolent.

§. 16. Quo autem genus muſicum receptum, cuius exponens eſt $2^m . 3^3 . 5^2$, exponenti magis compoſito $2^m . 3^7 . 5^2$ ſatisfaciat, cuilibet ſono ſeu claui inſtrumentorum duplex ſonus affingitur, vti ex ſchemate huius generis §. 9. annexo intelligitur: claues enim verbi gratia H ſignatae tam ſonos ſub exponente $2^m . 3^2 . 5$ quam ſub exponente $2^m . 3^6$ contentos exhibebunt. Quamobrem ſequentem tabulam adiecimus, ex qua ſtatim intelligitur, qua claue quilibet ſonus in exponente $2^m . 3^7 . 5^2$ contentus debeat exprimi, poſito pro primario ipſius F ſono 2^n, denotante *n* numerum fixum pro arbitrio aſſumtum.

Claues.

Claues.	Soni Primarii	Soni Secundarii.	Claues.	Soni Primarii.	Soni Secundarii.
C	$2^{n-2}\cdot 3$	$2^{n-13}\cdot 3^5\cdot 5^2$	$\bar{c}$	$2^n\cdot 3$	$2^{n-11}\cdot 3^5\cdot 5^2$
Cs	$2^{n-5}\cdot 5^2$	$2^{n-9}\cdot 3^4\cdot 5$	$\bar{c}s$	$2^{n-3}\cdot 5^2$	$2^{n-7}\cdot 3^4\cdot 5$
D	$2^{n-5}\cdot 3^3$	$2^{n-16}\cdot 3^7\cdot 5^2$	$\bar{d}$	$2^{n-3}\cdot 3^3$	$2^{n-14}\cdot 3^7\cdot 5^2$
D.	$2^{n-8}\cdot 3^2\cdot 5^2$	$2^{n-12}\cdot 3^6\cdot 5$	$\bar{d}s$	$2^{n-6}\cdot 3^2\cdot 5^2$	$2^{n-10}\cdot 3^6\cdot 5$
E	$2^{n-4}\cdot 3\cdot 5$	$2^{n-8}\cdot 3^5$	$\bar{e}$	$2^{n-2}\cdot 3\cdot 5$	$2^{n-6}\cdot 3^5$
F	2^n	$2^{n-11}\cdot 3^4\cdot 5^2$	$\bar{f}$	2^{n+2}	$2^{n-9}\cdot 3^4\cdot 5^2$
Fs	$2^{n-7}\cdot 3^3\cdot 5$	$2^{n-11}\cdot 3^7$	$\bar{f}s$	$2^{n-5}\cdot 3^3\cdot 5$	$2^{n-9}\cdot 3^7$
G	$2^{n-3}\cdot 3^2$	$2^{n-14}\cdot 3^6\cdot 5^2$	$\bar{g}$	$2^{n-1}\cdot 3^2$	$2^{n-12}\cdot 3^6\cdot 5^2$
Gs	$2^{\;-6}\cdot 3\cdot 5^2$	$2^{n-10}\cdot 3^5\cdot 5$	$\bar{g}s$	$2^{n-4}\cdot 3\cdot 5^2$	$2^{n-8}\cdot 3^5\cdot 5$
A	$2^{n-2}\cdot 5$	$2^{n-6}\cdot 3^4$.	$\bar{a}$	$2^n\cdot 5$	$2^{n-4}\cdot 3^4$
B	$2^{n-9}\cdot 3^3\cdot 5^2$	$2^{n-12}\cdot 3^7\cdot 5$	$\bar{b}$	$2^{n-7}\cdot 3^3\cdot 5^2$	$2^{n-10}\cdot 3^7\cdot 5$
H	$2^{n-5}\cdot 3^2\cdot 5$	$2^{n-9}\cdot 3^6$	$\bar{h}$	$2^{n-3}\cdot 3^2\cdot 5$	$2^{n-7}\cdot 3^6$
c	$2^{n-1}\cdot 3$	$2^{n-12}\cdot 3^5\cdot 5^2$	$\bar{\bar{c}}$	$2^{n+1}\cdot 3$	$2^{n-10}\cdot 3^5\cdot 5^2$
cs	$2^{n-4}\cdot 5^2$	$2^{n-8}\cdot 3^4\cdot 5$	$\bar{\bar{c}}s$	$2^{n-2}\cdot 5^2$	$2^{n-6}\cdot 3^4\cdot 5$
d	$2^{n-4}\cdot 3^3$	$2^{n-15}\cdot 3^7\cdot 5^2$	$\bar{\bar{d}}$	$2^{n-2}\cdot 3^3$	$2^{n-13}\cdot 3^7\cdot 5^2$
ds	$2^{n-7}\cdot 3^2\cdot 5^2$	$2^{n-11}\cdot 3^6\cdot 5$	$\bar{\bar{d}}s$	$2^{n-5}\cdot 3^2\cdot 5^2$	$2^{n-9}\cdot 3^6\cdot 5$
e	$2^{n-3}\cdot 3\cdot 5$	$2^{n-7}\cdot 3^5$	$\bar{\bar{e}}$	$2^{n-1}\cdot 3\cdot 5$	$2^{n-5}\cdot 3^5$
f	2^{n+1}	$2^{n-10}\cdot 3^4\cdot 5^2$	$\bar{\bar{f}}$	2^{n+3}	$2^{n-8}\cdot 3^4\cdot 5^2$
fs	$2^{n-6}\cdot 3^3\cdot 5$	$2^{n-10}\cdot 3^7$	$\bar{\bar{f}}s$	$2^{n-4}\cdot 3^3\cdot 5$	$2^{n-8}\cdot 3^7$
g	$2^{n-2}\cdot 3^2$	$2^{n-13}\cdot 3^6\cdot 5^2$	$\bar{\bar{g}}$	$2^n\cdot 3^2$	$2^{n-11}\cdot 3^6\cdot 5^2$
gs	$2^{n-5}\cdot 3\cdot 5^2$	$2^{n-9}\cdot 3^5\cdot 5$	$\bar{\bar{g}}s$	$2^{n-3}\cdot 3\cdot 5^2$	$2^{n-7}\cdot 3^5\cdot 5$
a	$2^{n-1}\cdot 5$	$2^{n-5}\cdot 3^4$	$\bar{\bar{a}}$	$2^{n-1}\cdot 5$	$2^{n-3}\cdot 3^4$
b	$2^{n-8}\cdot 3^3\cdot 5^2$	$2^{n-11}\cdot 3^7\cdot 5$	$\bar{\bar{b}}$	$2^{n-6}\cdot 3^3\cdot 5^2$	$2^{n-9}\cdot 3^7\cdot 5$
h	$2^{n-4}\cdot 3^2\cdot 5$	$2^{n-8}\cdot 3^6$	$\bar{\bar{h}}$	$2^{n-2}\cdot 3^2\cdot 5$	$2^{n-6}\cdot 3^6$
$\bar{c}$	$2^n\cdot 3$	$2^{n-11}\cdot 3^5\cdot 5^2$	$\bar{\bar{\bar{c}}}$	$2^{n+2}\cdot 3$	$2^{n-9}\cdot 3^5\cdot 5^2$

§ 17. In hac ergo tabula exhibentur soni tam primarii quam secundarii, ad quos edendos quaelibet clauis est

 apta.

apta. Primarii quidem ſunt ipſi ſoni ex exponente generis $2^m. 3^3. 5^2$ deriuati, ad quos proinde claues quam exactiſſime debent eſſe adaptatae. Soni vero ſecundarii ſummo rigore ab iisdem clauibus edi nequeunt, quia vero tam parum a primariis diſcrepant, ad eos exprimendos hae claues ſine ſenſibli harmoniae iactura tuto adhiberi poſſunt. Nam etiamſi ab acutioribus auribus comma ſeu diaſchiſma, quibus interuallis ſoni ſecundarii a primariis differunt, diſtingui queat, tamen quia ſoni ſecundarii cum primariis neque in eadem conſonantia neque in duarum conſonantiarum ſucceſſione miſceri poſſunt, error etiam ab acutiſſimo auditu percipi non poterit. Si enim verbi gratia clauis F in prima conſonantia ad ſonum 2^n exprimendum fuerit vſurpata, eadem in centeſima poſt primam conſonantia tuto ſonum $2^{n-11}. 3^4. 5^3$ repraeſentare poterit.

§. 18. Ex hac ergo tabula ſtatim quoque intelligitur, ſi propoſita fuerit in numeris ſeries vel ſonorum vel conſonantiarum, quibusnam clauibus pulſandis ea ſeries exprimi debeat. Ad hoc autem efficiendum numerum n ita accipi oportet, vt omnes numeri propoſiti in tabula reperiantur, ſi quidem maximus minimum non plus quam ſedecies comprehendat. Quare numerus n vel ex maximo numerorum propoſitorum debebit definiri vel ex minimo; hocque facto pro reliquis ſonis facile debitae claues habebuntur; ſi quidem, quod ponimus, numerorum propoſitorum minimus communis diuiduus in $2^m. 3^7. 5^2$ contineatur.

§. 19. Omnia ergo opera muſica, ad quae genus noſtrum diatonico-chromaticum eſt accommodatum, in hoc ex-

exponente $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$ ſunt comprehenſa, ita vt alia opera diuerſi exponentis inſtrumentis ſecundum hoc genus attemperatis edi nequeant. Quamobrem omnium muſicorum operum exponentes ex ſolis his tribus numeris 2, 3, 5 eorumque poteſtatibus debent eſſe compoſiti, neque inſuper poteſtas quinarii ſecundam nec poteſtas ternarii ſeptimam ſuperare poterit; adeo vt Leibnitii effatum omnino locum habeat, cum diceret, in muſica etiamnum vltra quinarium numerari non ſolere.

§. 20. Atque ſane difficile eſſet in muſicam praeter hos tres numeros alium puta 7 introducere, cum conſonantiae, in quarum exponentes ſeptinarius ingrederetur nimis dure ſonarent, harmoniamque turbarent. Conſonantiae enim in quarum exponentibus ſolus ſeptinarius cum binario ineſſet, vix eſſent admittendae, ob interualla ſuauiora a 3 et 5 orta neglecta. Iuncto autem 7 cum 3 et 5 vt prodiret conſonantiae exponens $2^m \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, conſonantia nimis feret compoſita, vt auditui placere non poſſet. Interim tamen ſonos in octaua conſtitutos pro genere, cuius exponens eſt $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7$, ob oculos ponemus.

Generis Exponens $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7$.

Signa Sonor.	*Soni.*	*Log. Sonor.*	*Interualla.*	
F	2^{12}	12, 00000		
			0, 03617	512 : 525
*Fs**	$2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$	12, 03617		
			0, 04064	35 : 36
Fs	$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$	12, 07681		
			0, 05247	27 : 28
G*	$2^7 \cdot 5 \cdot 7$	12, 12928		
			0, 04064	35 : 36
G	$2^9 \cdot 3^2$	12, 16992		
			0, 03618	512 : 525
*Gs**	$3^3 \cdot 5^2 \cdot 7$	12, 20610		
			0, 02272	63 : 64
Gs	$2^6 \cdot 3 \cdot 5^2$	12, 22882		
			0, 07039	20 : 21
A*	$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$	12, 29921		
			0, 02272	63 : 64
A	$2^{10} \cdot 5$	12, 32193		
			0, 07039	20 : 21
B*	$2^8 \cdot 3 \cdot 7$	12, 39232		
			0, 00642	224 : 225
B	$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	12, 39874		
			0, 05247	27 28
H*	$2^5 \cdot 5^2 \cdot 7$	12, 45121		
			0, 04064	35 : 36
H	$2^7 \cdot 3^2 \cdot 5$	12, 49185		
			0, 07039	20 : 21
*c**	$2^5 \cdot 3^3 \cdot 7$	12, 56224		
			0, 02272	63 : 64
c	$2^{11} \cdot 3$	12, 58496		
			0, 03618	512 : 525
*cs**	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7$	12, 62114		
			0, 02272	63 : 64
cs	$2^8 \cdot 5^2$	12, 64386		
			0, 07039	20 : 21
*d**	$2^6 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$	12, 71425		
			0, 04064	35 : 36
d	$2^8 \cdot 3^3$	12, 75489		
			0, 05247	27 : 28
*ds**	$2^{10} \cdot 7$	12, 80736		
			0, 00642	224 : 225
ds	$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	12, 81378		
			0, 07039	20 : 21
*e**	$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7$	12, 88417		
			0, 02272	63 : 64
e	$2^9 \cdot 3 \cdot 5$	12, 90689		
			0, 07039	20 : 21
*f**	$2^7 \cdot 3^2 \cdot 7$	12, 97728		
			0, 02272	63 : 64
f	2^{13}	13, 00000		

CAPVT VNDECIMVM DE CONSONANTIIS IN GENERE DIATONICO-CHROMATICO.

§. 1.

Qvinam ſoni inſint in genere diatonico-chromatico in capite praecedente §. 16 clare eſt oſtenſum, in quo loco non ſolum ſoni ſunt definiti, quos claues inſtrumentorum per ſe ſignificant, ſed etiam ſecundarii ſoni, quos eaedem claues ſatis commode repraeſentare poſſunt. Nunc igitur ad conſonantias progrediemur, et exponemus, ad quas conſonantias exprimendas genus diatonico-chromaticum ſit aptum, praetereaque quibus clauibus quamque conſonantiam repraeſentari conueniat.

§. 2. Cum binarius ſonos octaua vel eleuet vel deprimat, ſoni vero octaua vel octauis differentes, etſi non pro iisdem tamen pro ſimilibus habeantur, eandem ob rationem conſonantias, quarum exponentes non niſi poteſtate binarii differunt, pro ſimilibus haberi conueniet. Huius modi igitur conſonantiarum ſimilium congeries nomine ſpeciei conſonantiarum appellabitur. Ita verbi gratia $2^m . 3 . 5$ exponit ſpeciem quandam conſonantiarum, ac ſubſtituendis loco m numeris definitis prodibunt ſingulae conſonantiae hanc ſpeciem conſtituentes.

§. 3. Species igitur consonantiarum huiusmodi formis $2^m . A$ post hac exprimemus, in quibus m numerum indefinitum, A vero definitum imparem significat. Ipsae autem consonantiae sub hac specie comprehensae determinabuntur his exponentibus A, 2A, 2^2A, 2^3A, 2^4A, etc. Soni enim has consonantias constituentes in singulis iisdem exprimentur litteris, et differentia tantum in octauis consistet, quibus soni harum consonantiarum a se inuicem discrepabunt; quae differentia naturam consonantiae non multum immutabit.

§. 4. Interim tamen hae consonantiae sub vna specie contentae non penitus pro iisdem sunt habende, differunt enim vtique ratione suauitatis, qua quaeque auditu percipitur. Ita si consonantia exponentis A ad gradum suauitatis n pertineat, tum consonantia 2A ad gradum $n+1$, consonantia 2^2A ad gradum $n+2$, consonantia 2^3A ad gradum $n+3$ etc. referetur. Quamobrem consonantiarum eiusdem speciei simplicissima et perceptu facillima erit, quae exponentem habet A eam ordine suauitatis sequetur consonantia 2A, hanc vero 2^2A et ita porro

§. 5. Quo maior ergo in exponente speciei consonantiarum 2^mA loco m numerus substituitur, eo magis consonantia fit composita, audituique perceptu difficilior. Cum igitur nostra facultas percipiendi non vltra datum gradum extendatur, terminus in gradibus suauitatis est figendus, vltra quem consonantias magis compositas reddere non liceat. Talis autem terminus nisi per experientiam constitui non potest; constat vero a musicis consonantias magis compositas vsurpari rarissime solere, quam quae ad

gra-

gradum XII. pertineant, et ſi talibus vtantur, ideo non probandum eſſe videtur. Sit igitur nobis iſte terminus conſtitutus, quem conſonantiae ſuperantes ſint illicitae, atque ex harmonia exterminandae.

§. 6. Quo igitur conſonantias, quae in genere noſtro diatonico-chromatico locum inueniunt, enumeremus et exponamus, pro iis eiusmodi exponentes ſunt accipiendi, qui in exponente generis $2^m . 3^3 . 5^2$ contineantur. Etiamſi enim hoc genus quoque exponenti $2^m . 3^7 . 5^2$ ſatisfaciat, tamen ob allatam cauſam conſonantiae adhiberi nequeunt, quae in $2^m . 3^3 . 5^2$ non contineantur. Habebimus ergo ſequentes duodecim conſonantiarum ſpecies:

I. 2^m.	V. $2^m . 3 . 5$.	IX. $2^m . 3 . 5^2$.
II. $2^m . 3$.	VI. $2^m . 5^2$.	X. $2^m . 3^3 . 5$.
III. $2^m . 5$.	VII. $2^m . 3^3$.	XI. $2^m . 3^2 . 5^2$.
IV. $2^m . 3^2$.	VIII. $2^m . 3^2 . 5$.	XII. $2^m . 3^3 . 5^2$.

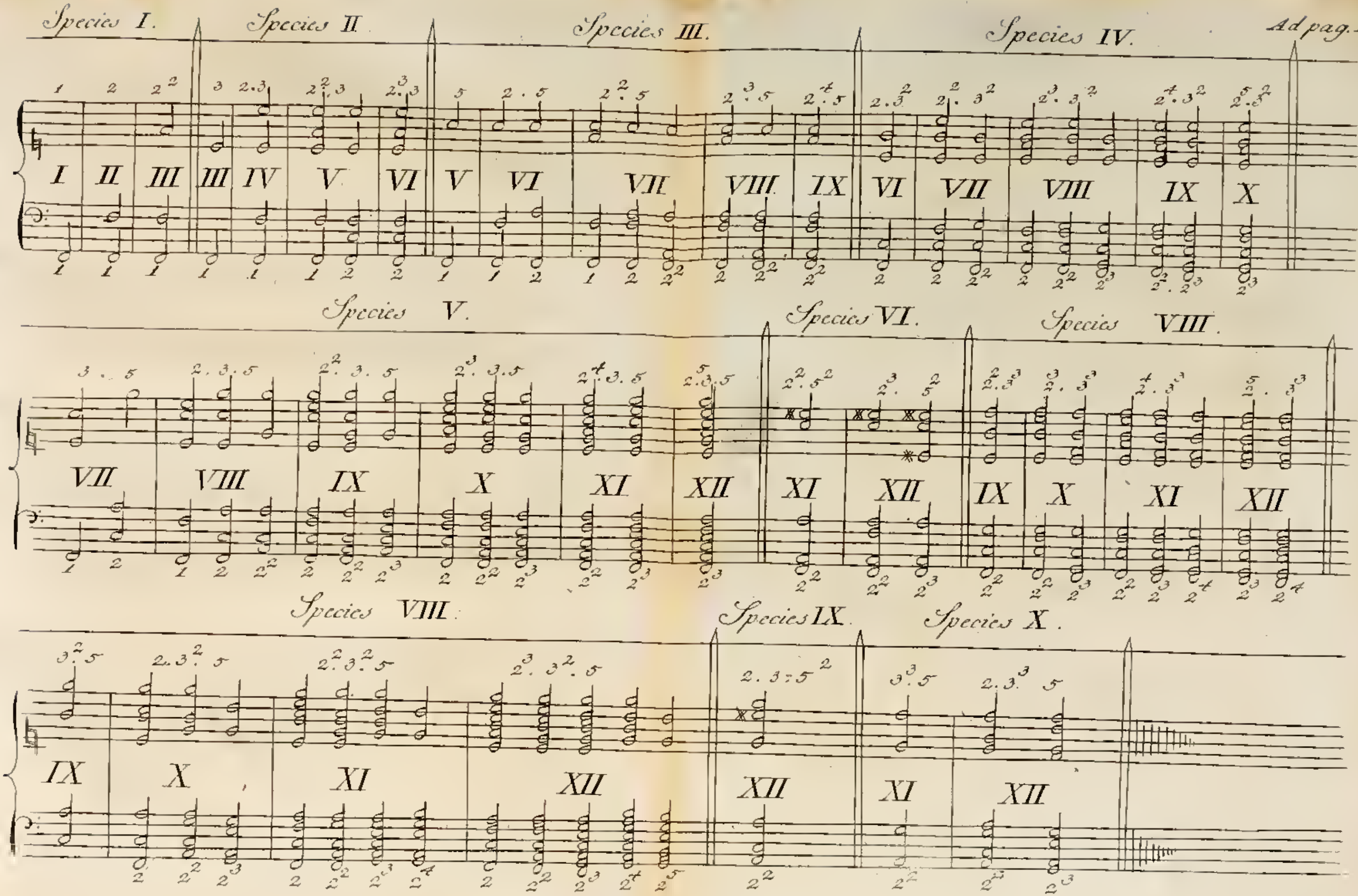
§. 7. Hae quidem ſpecies conſonantiarum, ſi ad exponentes inſuper indices adiungantur, pluribus formis occurrere poſſunt. Quiuis enim ſpeciei exponens 2^m. A indice quocunque B poterit determinari, vt ſpecies hoc modo exprimatur 2^m A(B), dummodo 2^mA B fuerit diuiſor ipſius $2^m . 3^7 . 5^2$; ſi quidem generi diatonico-chromatico haec latior extenſio concedatur. Cum autem baſis cuiusque conſonantiae ſit ſonus vnitate denotatus, erit conſonantiae 2^m. A(B) baſis B; ita vt, quomodocunque varietur index B, conſonantiae per 2^m.A(B) expreſſae tantummodo ratione baſium diſcrepent.

§. 8.

§. 8. Cum autem hic nobis tantum propositum sit consonantias in se spectatas tractare, eae vero indicibus non immutentur, indices hic negligemus, seu potius pro indice vnitatem sumemus. Consonantia enim hoc modo descripta facile ad quemuis indicem poterit transformari, substituendo loco soni vnitate designati sonum indice expressum, et loco reliquorum alios a basi iisdem interuallis distantes. Cum igitur 1 sonum det littera F signandum, seu aliquot integris octauis a sono F distantem, basis in hoc capite perpetuo erit sonus vel F vel aliquot octauis grauior quam F.

§. 9. In omnibus igitur consonantiis, quas hic repraesentabimus, sonus seu clauis F nobis vel vnitate vel binario vel potestate binarii indicabitur prout circumstantiae postulabunt. Consonantias enim omnes intra trium octauarum interuallum exhibere visum est, ita vt sonos vel grauiores quam F vel acutiores quam $\mathcal{F}$ simus neglecturi; Cum igitur secundum hoc institutum raro consonantias completas exhibere queamus, modo 1 modo 2 modo 4 etc. clauem F denotabit, quo omnes formas, quibus quaeque consonantia intra praescriptum trium octauarum interuallum comparere potest, obtineamus.

§. 10. Ad sonos hos exprimendos vtemur binis pentagrammatis ordinariis, quorum alterum Discanti alterum Bassi claue est instructum, in hisque consonantias more consueto ita repraesentabimus, vt omnes notae inter haec pentagrammata contineantur. Haecque etiam est ratio, cur sonos neque graiuores quam F, neque acutiores quam $\mathcal{F}$ simus adhibituri. Neque vero etiam amplius spatium assumi


Species I.
Species II.
Species III.
Species IV.
I II III III IV V VI V VI VII VIII IX VI VII VIII IX X
Species V.
Species VI.
Species VIII.
VII VIII IX X XI XII XI XII IX X XI XII
Species VIII.
Species IX.
Species X.
IX X XI XII XII XI XII

Ad pag. 169.

Ad pag. 174.

aſſumi poteſt propter alios ſonos in poſterum loco F ſubſtituendos, ne plures conſonantiae ſucceſſiuae maius quam quatuor octauarum interuallum requirerent.

§. 11. Hac igitur ratione cuiusque ſpeciei conſonantias ſecundum ordinem ſuauitatis notis muſicis more conſueto deſcripſimus. Supra quidem exponentem conſonantiarum deſcriptarum; inter pentagrammata vero gradum ſuauitatis, atque infra numeros adiunximus, quibus in quaque conſonantia ſonus F indicatur. Praeterea conſonantias in priore parte huius tabulae ad gradum XII. tantum produximus tanquam ſaepius in vſum receptas; infra tamen conſonantias ad XV. gradum vsque continuauimus, quae reuera pro diſſonantiis ſunt habendae. Plerasque quidem ſpecies non eo vsque continuare licuit ob interuallum nimis anguſtum, in quo conſonantiae magis compoſitae repraeſentari poſſent. Sic primae ſpeciei conſonantia 2^3 intra interuallum trium octauarum exhiberi non poteſt, multoque minus ſequentes conſonantiae, quam ob rem eae quoque ſunt omiſſae.

§. 12. Incipit ergo haec tabula ab vniſono ſeu ſono ſimplici, qui vtique eſt conſonantiarum ſimpliciſſima. Hunc ſequitur conſonantia octaua dicta, cuius duo ſoni eam conſtituentes interuallo octauae a ſe inuicem diſtant; haecque eſt poſt vniſonum ſimpliciſſima conſonantia, quae facillime percipitur, et ad quam edendam duae chordae ſolo auditu facile temperari poſſunt. Tertia conſonantia eſt triſona, eiusque ſoni octauis a ſe inuicem diſtant, ideoque gratam harmoniam conficiunt. Atque hae ſunt conſonantiae ſpeciei primae, quarum plures intra interuallum trium octauarum non cadunt.

§. 13. Secunda species complectitur eas consonantias, in quibus praeter octauam interualla quinta et quarta occurrunt. Quod quidem ad quintam attinet, patet eam simplicissimam reddi, si octaua augeatur, ita vt octaua cum quinta non solum gratius se auribus offerat, quam simplex quinta, sed etiam ad temperanda instrumenta feliciori cum successu adhibeatur. Fixo scilicet sono F ex eo multo facilius erit sonum $\bar{c}$ formare, quam c. Quamobrem qui instrumenta musica solo auditu temperare voluerit, non simplices quintas, sed octauas cum quintis efformet, vnde non parui momenti percipiet subsidium. Reliquae huius speciei consonantiae frequenter occurrunt, audituique admodum sunt acceptae.

§. 14. Tertiae speciei simplicissima consonantia est duplex octaua cum tertia maiore, quod interuallum auditui multo suauius est quam vel simplex tertia maior vel octaua cum tertia maiore. Hancobrem ad bene temperanda instrumenta musica magis expediet duplices octauas cum tertiis maioribus formare quam simplices tertias maiores; seu si soni nimis videantur remoti, octauae cum tertiis maioribus saltem ad hoc adhiberi poterunt. His igitur auxiliis in temperandis instrumentis musicis secundum regulas supra traditas maxime vti conueniet, quibus operatio praescripta eo facilior et exactior reddetur.

§. 15. Hae igitur sunt tres simplicissimae species, in quarum prima vnicus tantum sonus; in reliquis duo solum occurrunt, si quidem soni vna vel pluribus octauis a se inuicem discrepantes pro iisdem habeantur; atque hanc ob rem nisi in diphoniis ob tantam simplicitatem raro adhiberi solent.

Sequentes vero ſpecies maiorem ſonorum copiam complectuntur, vt in polyphoniis etiam commode locum habere queant. Huiusmodi eſt ſpecies quarta, in cuius conſonantiis tres ſoni F, C et G reperiuntur; ſaepius autem muſici hac ſpecie vtuntur, quando ad baſſum vel quintam cum ſecunda, vel ſeptimam cum quarta adiungunt: quae quidem conſonantiae a muſicis diſſonantiae appellari ſolent: non tam eo quod minus ſint ſuaues, quam quod ſpeciem ſequentem cum tribus prioribus ſolam conſonantias appellare conſueuerint.

§. 16. Sequitur ergo ſpecies quinta, quae tam omnes conſonantias magis compoſitas, quam plures diſſonantias muſicis ſuppeditat. Tales conſonantiae ſunt potiſſimum duae, quae ſtatim ab initio huius ſpeciei conſpiciuntur, quarum prima ex ſonis F, A, C, altera vero ex ſonis A, C, E conſtat. Haeque duae conſonantiae, quocunque ordine ſoni collocentur, triades harmonicae vocari ſolent, Triades autem principales appellantur, ſi ſoni ita fuerint diſpoſiti, vt ad infimum reliquorum alter tertia ſiue maiore ſiue minore diſtet, alter vero quinta. Ex iisdem igitur triadibus principalibus minus principales oriuntur, ſi ſoni alio ordine diſponantur.

§. 17. Trias porro harmonica dura vocatur, in qua tertia maior cum quinta eſt coniuncta, mollis vero in qua tertia minor cum quinta coniungitur; dura igitur eſt trias F, A, C, mollis vero A, C, E. Harum ergo triadum, quomodo vtraque ſuauiſſime ſonis ſit exprimenda ex tabula clare perſpicitur, ex qua ſimul patet, quantum ſuauitati decedat, ſi ſoni alio ordine diſponantur. De aptiſſimo

 au-

autem quamque consonantiam seu *accortum*, prout a musicis vocari solet, exprimendi modo infra plura tradentur.

§. 18. Praeter has duas triades haec eadem species quinta continet plures dissonantias a musicis ita vocatas, quas ex vtraque parte tabulae videre licet. Solent enim musici in componendis operibus tantum triadibus tam dura quam molli pro consonantiis vti, iisque maximam operum partem implere; reliquas vero consonantias omnes, quas illis tantum intermiscent, tanquam secundarias tractant, nomineque dissonantiarum appellant; quamuis saepius tantundem vel etiam plus suauitatis habeant, quam triades, prout quidem hae efferri solent.

§. 19. Speciei sextae consonantiae sunt admodum durae, cum simplicissima, quae intra interuallum trium octauarum exprimi potest, ad gradum vndecimum ascendat; rarissime igitur a musicis adhibetur, raroque ea vti conuenit. Septimae speciei vt et octauae consonantiae sunt magis tolerabiles et magna cum gratia consonantiis simplicioribus intermisceri possunt. Nona vero et decima species ob nimiam ruditatem non nisi cum summa circumspectione vsurpari possunt. Residuarum duarum specierum ne consonantia quidem exhiberi potest, quae gradum duodecimum non transcenderet; earum igitur specierum consonantiae seu potius dissonantiae in altera tabulae parte sunt quaerendae.

§. 20. Hinc vtiles regulae deduci possunt pro basso continuo, quam fieri potest, suauissime efferendo, in quo posito consonantiae edendae sono grauissimo numeris adscriptis indicari solet, cuiusmodi soni acutiores cum eo simul

mul ſint edendi. Hi autem ſoni per numeros ab interuallorum nominibus receptis petitos indicantur, ita vt 6 denotet ſextam, 7 ſeptimam etc. eſſe cum baſſo coniungendam. Non autem hi numeri ſimplicia tantum interualla denotant; ſed vna pluribusue octauis aucta, prout occaſio poſtulat: atque ſollertiae muſici relinquitur, vtrum interuallis ſimplicibus an compoſitis vti expediat.

§. 21. Vt igitur huiusmodi regulas tradamus, incipiemus a ſimplicibus interuallis, quibus ad baſſum vnicus ſonus adiungi debet. Ac primo quidem ſi octaua fuerit ſignata ſuauius erit ſimplicem octauam adiungere, quam vel duplicem vel triplicem. Si quinta tam perfecta quam imperfecta; (imperfectae enim quintae in hoc negotio pro perfectis haberi ſolent) adiungi iubeatur, non ſimplicem ſed octauam cum quinta adhibere conueniet. Quarta contra ſimplex ſuauior erit auditui, quam vna pluribusue octauis aucta, et hancobrem ſi forte circumſtantiae prohibeant ſimplici vti, tam parum quam fieri poteſt a baſſo remota adhiberi debet.

§. 22. Si tertia maior fuerit praecepta, eius loco non ſimplicem ſed duabus octauis auctam adhibere decet, tertia vero minor e contrario auditui eſt gratior, ſi ſimplex capiatur, vel ſaltem a baſſo quam minime remota. Sextae porro tam maiores quam minores ſunt ſuauiores, quo minus a baſſo diſtantes capiuntur. Simili modo ſeptima minor baſſo proxima ſeu ſimplex remotioribus eſt praeferenda; ſeptima vero maior, quo maiore a baſſo interuallo diſtat, eo erit gratior. Secunda maior tono maiore conſtans a baſſo maxime, ea vero quae tono minore continetur, a baſſo minime diſtare debet. Pari modo do ſecunda minor, quo baſſo propior capitur, eo erit ſuauior. Tritonus denique quo longius a baſſo accipitur, eo minus ſuauitatem turbabit.

§. 23. Hae ergo regulae ſunt obſeruandae, ſi vnicus ſonus ad baſſum adiungi debet, quod quidem rariſſime vſu venit: interim tamen hae regulae vſum ſuum aeque retinent, ſi plures ſoni cum baſſo debent coniungi, de quolibet enim eadem valent, quae ſi ſolus adeſſet, obſeruanda forent. Quomodo autem ſoni, ſi plures numeri baſſo fuerint inſcripti ſuauiſſime exprimi debeant ex tabula hic adiecta videre licebit, quae ex priore eſt formata reiectis tantum aliquot ſonis grauiſſimis, vt quiuis ſonus baſſi locum obtineat.

§. 24. Ad haec autem diſtincte exprimenda opus erat tribus pentagrammatis, in quorum infimo ſolae baſſi notae cum numeris ſupraſcriptis, vti in baſſo continuo ſeu generali fieri ſolet, repraeſentantur; duo reliqua pentagrammata vero continent integram conſonantiam, qua numeri baſſo adſcripti commodiſſime et ſuauiſſime exprimuntur. Scala hic quidem vſi ſumus vacua, ſed facile erit per transpoſitionem huius tabulae vſum ad quamuis aliam ſcalam ſonosque alios accommodare. Diſtinguimus vt ante gradus ſuauitatis, atque etiam ſpecies, ad quam quaeque conſonantia pertinet, notauimus. Duabus denique haec tabula quoque conſtat partibus, in quarum priore conſonantiae vsque ad ſpeciem decimam, in poſteriore vero duarum reliquarum ſpecierum conſonantiae ſunt enumeratae.

CA-


Species I
Species II
Species III
Species IV
Species . V .
Species VI .
Species VII .
Species VIII
II III V V VIII VI VII IX VII VIII IX X XI XI XII XIV IX X XI XII IX X XI XII XIII
Species VIII
Species IX .
Species X .
XIII XV XII XII XIV XV XI XII XIII XIV XV

CAPVT DVODECIMVM.

DE MODIS ET SYSTEMATIBVS IN GENERE DIATONICO-CHROMATICO.

§. 1.

Post consonantias generis diatonico-chromatici tractari conueniret de consonantiarum successione. Sed cum successio consonantiarum ad modum musicum sit accomodanda, consultius visum est ante modos enumerare atque exponere, quam regulas tradamus, secundum quas, inquoque modo consonantias coniungere oporteat. Fixis enim terminis, intra quos in coniungendis consonantiis subsistere debemus, facilius erit normam compositionis explicare, et concentum musicum formare.

§. 2. Cum modus musicus nil aliud sit nisi exponens seriei consonantiarum, atque exponens modi singularum consonantiarum exponentes in se complectatur, perspicuum est modi exponentem non nimis simplicem esse posse; alias enim non sufficiens varietas in consonantiis locum habere posset. Hancobrem hos exponentes 2^n; $2^n . 3$; $2^n . 3^2$; $2^n . 3 . 5$; $2^n . 5^2$ tanquam inutiles ad modos designandos reiiciemus, ac tractationem a magis compositis ordiemur.

§. 3. Quia autem exponens modi in genere diatonico-chromatico cuius exponens est $2^n . 3^3 . 5^2$ debet esse contentus, sex sequentes habebimus modos, quorum exponentes erunt

I. $2^n . 3^3$	IV. $2^n . 3^3 . 5$
II. $2^n . 3^2 . 5$	V. $2^n . 3^2 . 5^2$
III. $2^n . 3 . 5^2$	VI. $2^n . 3^3 . 5^2$.

Quamuis enim genus diatonico-chromaticum latius pateat quam ad exponentem $2^n . 3^3 . 5^2$; tamen modus non poteſt eſſe magis compoſitus, cum ne fiat imperceptibilis, tum vero ne in eodem modo eadem clauis ad duos diuerſos ſonos exprimendos ſit adhibenda; quod eſſet intolerabile.

§. 4. Quando autem in integro opere muſico modi ſubinde mutantur atque ex aliis modis in alios fiunt tranſitiones, tum ſine harmoniae laeſione exponens integri operis, in quo omnium modorum exponentes continentur, magis eſſe poteſt compoſitus quam $2^n . 3^3 . 5^2$. atque adeo ad $2^n . 3^7 . 5^2$. exſurgere poterit. Quamobrem pro componendis integris operibus muſicis hanc legem ſtabilire oportebit, vt quisque modus in exponente $2^n . 3^3 . 5^2$ contineatur, totius vero operis exponens non fiat magis compoſitus quam $2^n . 3^7 . 5^2$.

§. 5. Sex recenſitorum modorum tres priores nimis ſunt ſimplices, et propterea in muſica hodierna minus locum habere poſſunt, cum tantam varietatem, quali hoc tempore muſica delectatur, non admittant. Interim tamen ad concentus planos et melodias faciliores etiamnum adhiberi poſſent, praeter primum, in quo ne quidem tertiae et ſextae locum habent. Secundus autem modus ſatis idoneus eſt ad modulationes ſimplices et hilares, quae conſonantiis facilioribus conſtant, exprimendas: et reipſa ſaepius a muſicis vſurpatur. Tertius modus etiamſi raris-

rarissime ocurrat, tamen pariter in huiusmodi planis modulationibus non incongrue adhiberi posset.

§. 6. In tribus autem posterioribus modis vniuersa musica hodierna comprehenditur. Modi enim, quibus musici vti solent, omnes tanquam species in his tribus modis continentur. Namque qui modus a musicis durus vocari solet, is ad nostrum modum quartum pertinet, mollis vero ad nostrum quintum refertur. Potissimum autem hodierni musici in suis operibus modo vti solent composito ex duro et molli, qui ad sextum modum referri debet, isque in hodiernis operibus maxime conspicitur.

§. 7. Modi hi, quemadmodum eos sine indicibus expressimus, omnes pro basi habent sonum F, qui vnitate seu potestate binarii indicatur. Quilibet autem modus transponi potest, vt basis ad alium sonum transferatur, quo quidem modus in sua natura non mutatur. Has igitur modorum transpositiones, quae in musica frequentissime ocurrere solent, variationes modorum vocabimus quas indicibus cum exponentibus coniunctis indicabimus, ita vt index basin sit designaturus, ad quam ipse modus refertur. Sic si index fuerit 3, basis modi erit sonus C; et existente indice 5, basis erit A, prout ex praecedentibus intelligitur.

§. 8. Variatio porro vocabitur pura, si exponens modi cum indice coniunctus in genuino generis diatonico-chromatici exponente fuerit contentus, qui est $2^n.3^3.5^2$. Sin autem exponens modi cum indice fuerit magis compositus quam $2^n.3^3.5^2$. et tamen in $2^n.3^7.5^2$ contineatur, tum ea variatio impura nobis appellabitur, quia ſoni generis muſici non exacte, ſed tantum proxime congruunt. Quae autem variatio ne in hoc quidem exponente $2^n. 3^7. 5^2$ continetur, ea iure pro illicita et harmoniae contraria haberi poterit.

§. 9. Primus igitur modus cuius exponens eſt $2^n 3^3$, tres habebit variationes puras nempe $2^n. 3^3(1)$; $2^n. 3^3(5)$; $2^n. 3^3(5^2)$; quarum baſes erunt F; A; Cs; impuras autem variationes 12 admittet; quae cum ſuis baſibus erunt ſequentes:

$2^n. 3^3(3)$;	$2^n. 3^3(3^2)$;	$2^n. 3^3(3^3)$;	$2^n. 3^3(3^4)$;
C	G	D	*A*
$2^n. 3^3(3.5)$;	$2^n. 3^3(3^2.5)$;	$2^n. 3^3(3^3.5)$;	$2^n. 3^3.(3^4.5)$;
E	H	Fs	*Cs*
$2^n. 3^3(3.5^2)$;	$2^n. 3^3(3^2.5^2)$;	$2^n. 3^3(3^3.5^2)$;	$2^n. 3^3(3^4.5^2)$
Gs	Ds	B	*F*

vbi ſoni ſecundarii *A*, *Cs*, *F* curſiuo charactere ſunt expreſſi.

§. 10. In tabula ergo ſequente ſingulorum modorum omnes variationes tam puras quam impuras expreſſimus, atque pro quaque variatione clauem adſcripſimus, qua baſis indicatur. Quia autem tales variationes omnes quoque conſonantiae admittunt, atque de iis etiam noſſe expedit, quaenam variationes ſint purae et quae impurae, in hac tabula non ſolum variationes modorum, ſed etiam conſonantiarum omnium ob oculos ponere viſum eſt.

I.

I.

$2^n \cdot 3$

Variat. purae.

$2^n \cdot 3(1)$	F
$2^n \cdot 3(3)$	C
$2^n \cdot 3(5)$	A
$2^n \cdot 3(3^2)$	G
$2^n \cdot 3(3 \cdot 5)$	E
$2^n \cdot 3(5^2)$	Cs
$2^n \cdot 3(3^2 \cdot 5$	H
$2^n \cdot 3(3 \cdot 5^2)$	Gs
$2^n \cdot 3(3^2 \cdot 5^2)$	Ds

Var. impurae.

$2^n \cdot 3(3^3)$	D
$2^n \cdot 3(3^4)$	*A*
$2^n \cdot 3(3^3 \cdot 5)$	Fs
$2^n \cdot 3(3^5)$	E
$2^n \cdot 3(3^4 \cdot 5)$	Cs
$2^n \cdot 3(3^3 \cdot 5^2)$	B
$2^n \cdot 3(3^6)$	*H*
$2^n \cdot 3(3^5 \cdot 5)$	Gs
$2^n \cdot 3(3^4 \cdot 5^2)$	F
$2^n \cdot 3(3^6 \cdot 5)$	Ds
$2^n \cdot 3(3^5 \cdot 5^2)$	C
$2^n \cdot 3(3^6 \cdot 5^2)$	*G*

II.

$2^n \cdot 5$

Variat. purae.

$2^n \cdot 5(1)$	F
$2^n \cdot 5(3)$	C
$2^n \cdot 5(5)$	A
$2^n \cdot 5(3^2)$	G
$2^n \cdot 5(3 \cdot 5)$	E
$2^n \cdot 5(3^3)$	D
$2^n \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	H
$2^n \cdot 5(3^3 \cdot 5)$	Fs

Var. impurae.

$2^n \cdot 5(3^4)$	*A*
$2^n \cdot 5(3^5)$	*E*
$2^n \cdot 5(3^4 \cdot 5)$	Cs
$2^n \cdot 5(3^6)$	*H*
$2^n \cdot 5(3^7)$	*Gs*
$2^n \cdot 5(3^6 \cdot 5)$	*Ds*
$2^n \cdot 5(3^7 \cdot 5)$	*B*

III.

$2^n \cdot 3^2$

Variat. purae.

$2^n \cdot 3^2(1)$	F
$2^n \cdot 3^2(3)$	C
$2^n \cdot 3^2(5)$	A
$2^n \cdot 3^2(3 : 5)$	E
$2^n \cdot 3^2(5^2)$	Cs
$2^n \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Gs

Var: impurae.

$2^n \cdot 3^2(3^2)$	G
$2^n \cdot 3^2(3^3)$	D
$2^n \cdot 3^2(3^2 \cdot 5)$	H
$2^n \cdot 3^2(3^4)$	*A*
$2^n \cdot 3^2(3^3 \cdot 5)$	Fs
$2^n \cdot 3^2(3^2 \cdot 5^2)$	Ds
$2^n \cdot 3^2(3^5)$	*E*
$2^n \cdot 3^2(3^4 \cdot 5)$	Cs
$2^n \cdot 3^2(3^3 \cdot 5^2)$	B
$2^n \cdot 3^2(3^5 \cdot 5)$	*Gs*
$2^n \cdot 3^2(3^4 \cdot 5^2)$	F
$2^n \cdot 3^2(3^5 \cdot 5^2)$	C

IV.

$2^n \cdot 3 \cdot 5$

Variat. purae.

$2^n \cdot 3 \cdot 5(1)$	F
$2^n \cdot 3 \cdot 5(3)$	C
$2^n \cdot 3 \cdot 5(5)$	A
$2^n \cdot 3 \cdot 5 \cdot (3^2)$	G
$2^n \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	E
$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	H

Var. impurae.

$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^3)$	D
$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^3 \cdot 5)$	Fs
$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^4)$	*A*
$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^4 \cdot 5)$	Cs
$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^5)$	E
$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^5)$	*Gs*
$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^6)$	*H*
$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^6 \cdot 5)$	*Ds*

V.

$2^n \cdot 5^2$

Variat. purae.

$2^n \cdot 5^2(1)$	F
$2^n \cdot 5^2(3)$	C
$2^n \cdot 5^2(3^2)$	G
$2^n \cdot 5^2(3^3)$	D

Var. impurae.

$2^n \cdot 5^2(3^4)$	*A*
$2^n \cdot 5^2(3^5)$	E
$2^n \cdot 5^2(3^6)$	*H*
$2^n \cdot 5^2(3^7)$	*Fs*

Modus I.

$2^n \cdot 3^3$

Variat. purae.

$2^n \cdot 3^3 (1)$ F
$2^n \cdot 3^3 (5)$ A
$2^n \cdot 3^3 \cdot (5^2)$ Cs

Variat. impurae.

$2^n \cdot 3^3 (3)$ C
$2^n \cdot 3^3 (3 \cdot 5)$ E
$2^n \cdot 3^3 (3 \cdot 5^2)$ Gs
$2^n \cdot 3^3 (3^2)$ G
$2^n \cdot 3^3 (3^2 5)$ H
$2^n \cdot 3^3 (3^2 \cdot 5^2)$ Ds
$2^n \cdot 3^3 (3^3)$ D
$2^n \cdot 3^3 (3^3 5)$ Fs
$2^n \cdot 3^3 (3^3 \cdot 5^2)$ B
$2^n \cdot 3^3 (3^4)$ *A*
$2^n \cdot 3^3 (3^4 \cdot 5)$ Cs
$2^n \cdot 3^3 (3^4 \cdot 5^2)$ F

Modus II.

$2^n \cdot 3^2 \cdot 5$

Variat. purae.

$2^n \cdot 3^2 \cdot 5 (1)$ F
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5 (3)$ C
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5 (5)$ A
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5 (3 \cdot 5)$ E

Variat. impurae.

$2^n \cdot 3^2 \cdot 5 (3^2)$ G
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5 (3^2 \cdot 5)$ H
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5 (3^3)$ D
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5 (3^3 5)$ Es
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5 (3^4)$ *A*
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5 (3^4 5)$ Cs
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5 (3^5)$ E
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5 (3^5 5)$ Gs

Modus III.

$2^n \cdot 3 \cdot 5^2$.

Variat. purae.

$2^n \cdot 3 \cdot 5^2 (1)$ F
$2^n \cdot 3 \cdot 5^2 (3)$ C
$2^n \cdot 3 \cdot 5^2 (3^2)$ G

Variat. impurae.

$2^n \cdot 3 \cdot 5^2 (3^3)$ D
$2^n \cdot 3 \cdot 5^2 (3^4)$ *A*
$2^n \cdot 3 \cdot 5^2 (3^5)$ E
$2^n \cdot 3 \cdot 5^2 (3^6)$ *H*

Modus IV.

$2^n \cdot 3^3 \cdot 5$.

Variat. purae.

$2^n \cdot 3^3 \cdot 5 (1)$ F
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5 (5)$ A

Variat. impurae.

$2^n \cdot 3^3 \cdot 5 (3)$ C
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5 (3 \cdot 5)$ E
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5 (3^2)$ G
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5 (3^2 5)$ H
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5 (3^3)$ D
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5 (3^3 5)$ Fs
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5 (3^4)$ *A*
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5 (3^4 5)$ Cs

Modus V.

$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2$.

Variat. purae.

$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2 (1)$ F
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2 (3)$ C

Variat. impurae.

$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2 (3^2)$ G
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2 (3^3)$ D
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2 (3^4)$ *A*
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2 (3^5)$ *E*

Modus VI.

$2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2$.

Variat. purae.

$2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2 (1)$ F

Variat. impurae.

$2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2 (3)$ C
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2 (3^2)$ G
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2 (3^3)$ D
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2 (3^4)$ *A*

§. 11. Ex hac igitur tabula intelligitur, quot variationes tam puras quam impuras quaelibet conſonantia pariter ac quilibet modus in inſtrumento recte attemperato admittat. Ita apparet triadem harmonicam, quae exponente $2^n \cdot 3 \cdot 5$ continetur, ſex habere variationes puras,

ras, et octo impuras; quarum tamen impurarum tres cum puris congruunt, quia bases secundariae *A*, *E*, *H* et *Cs* iam in puris tanquam primariae extiterunt, ita ut quinque tantum impurae sint censendae, quarum bases sunt; D, F*s*, C*s*, *Ds* et *Gs*. Deinde etiam transpositiones modorum ex hac tabula determinantur tam purae quam impurae, atque statim apparet quanto interuallo datam modulationem transponere liceat, quo vel pura maneat, vel impura euadat; et quibus casibus etiam fiat illicita. Quae igitur de vna modi cuiusdam variatione dicentur, ea ad omnes reliquas facile erit transferre.

§. 12. Post variationes modorum diuersae cuiuslibet modi species sunt considerandae, quae oriuntur si loco indefinitae potestatis binarii in exponente modi potestates definitae substituantur. Ita modi $2^n . 3^3 . 5$ species sequentibus exponentibus exprimentur $3^3 . 5$; $2 . 3^3 . 5$; $2^2 . 3^3 . 5$; $2^3 . 3^3 . 5$; $2^4 . 3^3 . 5$; etc. Substituendo scilicet loco *n* successiue numero integros affirmatiuos 0, 1, 2, 3, 4 etc. Quaelibet autem modi species easdem habet variationes tam puras quam impuras, quas ipse modus, cum variationes non ex potestate binarii, quae in exponente modi inest, sed tantum ex numeris indicibus 3 et 5 determinentur, qui in speciebus non immutantur.

§. 13. Eiusdem modi species inter se differunt ratione graduum suauitatis, ad quos pertinent. Eo enim simplicior cuiusque modi species habetur quo minor numerus loco *n* substituitur. Ita cuiuslibet modi species simplicissima prodit, si ponatur $n = 0$: vno autem gradu magis fit composita ponendo $n = 1$; duobusque gradibus ascendet ponendo $n = 2$, et ita porro: quemadmodum ex iis quae upra de inueniendo gradu suauitatis, ad quem quilibet exponens determinatus est referendus, intelligere licet.

§. 14. Specierum quidem cuiusque modi numerus in se spectatus esset infinitus, ob innumeros valores determinatos, qui loco *n* substitui possent. Sed praeterquam, quod ea, quae in sensus occurrunt, numerum infinitum respuant, interuallum inter infimam grauitatem et supremum acumen sonorum fixum in quolibet modo specierum numerum determinat. Quilibet enim modus in se complectitur datum sonorum primitiuorum numerum, qui augendo numerum *n* in variis octauis saepius repetuntur, ita vt si idem sonus iam in omnibus octauis occurrat, vlterior numeri *n* multiplicatio nullam amplius diuersitatem inducere possit.

§. 15. Quod quo clarius percipiatur, notandum est quemque modum suos habere sonos primitiuos, qui numeris imparibus exprimuntur, ex quibus per 2 vel eiusdem potestates multiplicatis, reliqui deriuatiui oriantur. Quo maior igitur fuerit potestas binarii, per quam fit multiplicatio, eo plures soni deriuatiui ex eodem primitiuo nascentur; atque tandem fixus octauarum numerus his sonis ita replebitur, vt etiamsi vltra augeretur potestas binarii, tamen plures soni locum inuenire nequeant. Haec autem ex sequentibus tabulis distincte apparebunt.

§. 16. Tertiam varietatem cuiusuis tam modi quam speciei affert accomodatio ad receptum in instrumentis musicis sonorum systema, quod vulgo quatuor octauas continere solet, in quibus grauissimus sonus hoc charactere C et acutissimus isto $\bar{\bar{c}}$ designatur. Intra hos ergo limites soni cuiusuis modi et speciei, qui quidem in instrumentis

sunt

ſunt exprimendi, contenti eſſe debent; ita vt ſoni tam grauiores quam C quam acutiores quam $\bar{\bar{c}}$ tanquam inutiles ſint reiiciendi. Congeries autem hae ſonorum cuiusuis ſpeciei intra dictos limites contentorum ſyſtema iſtius ſpeciei nobis appellabitur.

§. 17. Pluribus autem modis eadem ſpecies plerumque intra fixum illud ſonorum interuallum includi poteſt, prout ſonus F alia aliaque binarii poteſtate exprimitur. Nam ſi ponatur F = 1, omnes ſoni maioribus numeris quam 12 expreſſi reiici debebunt; atque ſi F = 2; ii tantum ſoni poterunt exprimi qui inter numeros 2 et 24 continentur. Si porro F = 4, ſoni idonei intra limites 3 et 48. interiacebunt; et ſi F = 8 limites erunt 6 et 96; atque ſimili modo limites ſe habebunt pro aliis binarii poteſtatibus quibus clauis F exprimitur.

§. 18. Syſtema ergo cuiusque modorum ſpeciei definitur data binarii poteſtate ad clauem F ſignificandum aſſumta. Atque hoc pacto eadem ſpecies ſaepe numero plura habebit ſyſtemata, quae variis ſonorum congeriebus conſtabunt. Huiusmodi ſyſtema ſonorum, quos data ſpecies dato modo determinata continet a muſicis ambitus vocari ſolet, qui ex genere diatonico-chromatico eas determinat claues, quas in data modulatione adhibere licet. Ambitum quidem vnicum pro quoque modo muſici agnoſcunt, ſed ex ſequentibus perſpicietur, non ſolum quemlibet modum, ſed etiam quamuis cuiusque modi ſpeciem plura admittere ſyſtemata ſeu ambitus, quibus muſica etiamnum mirifice poterit variari.

§. 19. Quo igitur completa omnium cuiuslibet modi ſpecierum et ſyſtematum acquiratur notitia ſequentem adieci tabulam, in qua ſingulos ſupra deſcriptos modos ita euol-

euolui, vt pro ſingulis clauis F exponentibus ſingulas eiusdem modi ſpecies cum ſuis ſyſtematibus recenſeam. In hac ergo tabula non ſolum cuiusuis modi omnes ſpecies, quae quidem in interuallo 4 octauarum locum habent, comparent, ſed etiam omnia ſyſtemata, in quibus claues notis conſuetis ſunt deſignatae.

Modi. $2^n \cdot 3^3$. *Species.*	Syſtemata.
	Si F = 4.
$2^2 \cdot 3^3$	$C:F:c:g:\bar{c}:\bar{g}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}$.
$2^3 \cdot 3^3$	$C:F:c:f:g:\bar{c}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}$.
$2^4 \cdot 3^3$	$C:F:c:f:g:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$.
$2^5 \cdot 3^3$	$C:F:c:f:g:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$.
	Si F = 8.
$2^3 \cdot 3^3$	$C:F:G:c:g:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}$.
$2^4 \cdot 3^3$	$C:F:G:c:f:g:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}$.
$2^5 \cdot 3^3$	$C:F:G:c:f:g:\bar{c}:\bar{d}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$.
$2^6 \cdot 3^3$	$C:F:G:c:f:g:\bar{c}:\bar{d}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$.
	Si F = 16.
$2^4 \cdot 3^3$	$C.F:G:c:d:g:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}$.
$2^5 \cdot 3^3$	$C:F:G:c:d:f:g:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}$.
$2^6 \cdot 3^3$	$C:F:G:c:d\,f:g:\bar{c}:\bar{d}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$.
$2^7 \cdot 3^3$	$C:F:G:c:d:f:g:\bar{c}:\bar{d}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$.
	Si F = 32.
$2^5 \cdot 3^3$	$C:D:F:G:c:d:g:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}$.
$2^6 \cdot 3^3$	$C:D:F:G:c:d:f:g:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}$.
$2^7 \cdot 3^3$	$C:D:F:G:c:d:f:g:\bar{c}:\bar{d}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$.
$2^8 \cdot 3^3$	$C:D:F:G:c:d:f:g:\bar{c}:\bar{d}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$.

Modi,

Modi. $2^n\cdot 3^2\cdot 5$. *Species.*	Systemata.
	Si F = 1.
$3^2\cdot 5$	$\mathrm{F}:\bar{c}:\bar{a}:\bar{\bar{g}}.$
$2\cdot 3^2\cdot 5$	$\mathrm{F}:f:\bar{c}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}.$
$2^2\cdot 3^2\cdot 5$	$\mathrm{F}:f:\bar{c}:\bar{f}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}.\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{\bar{c}}}.$
$2^3\cdot 3^2\cdot 5$	$\mathrm{F}:f:\bar{c}:\bar{f}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{\bar{c}}}.$
	Si F = 2.
$3^2\cdot 5$	$c:a:\bar{g}:\bar{\bar{e}}.$
$2\cdot 3^2\cdot 5$	$\mathrm{F}:c:a:\bar{c}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}.$
$2^2\cdot 3^2\cdot 5$	$\mathrm{F}:c:f:a:\bar{c}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}.\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}.$
$2^3\cdot 3^2\cdot 5$	$\mathrm{F}:c:f:a:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{\bar{c}}}.$
$2^4\cdot 3^2\cdot 5$	$\mathrm{F}:c:f:a:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{\bar{c}}}.$
	Si F = 4.
$3^2\cdot 5$	$\mathrm{C}:\mathrm{A}:g:\bar{e}:\bar{\bar{b}}.$
$2\cdot 3^2\cdot 5$	$\mathrm{C}:\mathrm{A}:c:g:a:\bar{e}:\bar{g}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{b}}.$
$2^2\cdot 3^2\cdot 5$	$\mathrm{C}:\mathrm{F}:\mathrm{A}:c:g:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{b}}.$
$2^3\cdot 3^2\cdot 5$	$\mathrm{C}:\mathrm{F}:\mathrm{A}:c:f:g:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{b}}.$
$2^4\cdot 3^2\cdot 5$	$\mathrm{C}:\mathrm{F}:\mathrm{A}:c:f:g:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{b}}:\bar{\bar{\bar{c}}}.$
$2^5\cdot 3^2\cdot 5$	$\mathrm{C}:\mathrm{F}:\mathrm{A}:c:f:g:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{b}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
	Si F = 8.
$2\cdot 3^2\cdot 5$	$\mathrm{C}:\mathrm{G}:\mathrm{A}:e:g:\bar{e}:\bar{b}:\bar{\bar{b}}.$
$2^2\cdot 3^2\cdot 5$	$\mathrm{C}:\mathrm{G}:\mathrm{A}:c:e:g:a:\bar{e}:\bar{g}:\bar{b}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{b}}.$
$2^3\cdot 3^2\cdot 5$	$\mathrm{C}:\mathrm{F}:\mathrm{G}:\mathrm{A}:c:e:g:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{b}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{b}}.$
$2^4\cdot 3^2\cdot 5$	$\mathrm{C}:\mathrm{F}:\mathrm{G}:\mathrm{A}:c:e:f:g:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{b}::\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{b}}$
$2^5\cdot 3^2\cdot 5$	$\mathrm{C}:\mathrm{F}:\mathrm{G}:\mathrm{A}:c:e:f:g:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{b}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{b}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
$2^6\cdot 3^2\cdot 5$	$\mathrm{C}:\mathrm{F}:\mathrm{G}:\mathrm{A}:c:e:f:g:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{b}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{b}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$

Si F = 16.

$2^2 . 3^2 . 5$	$C:E:G:A:e:g:h:\bar{e}:\bar{h}:\bar{\bar{h}}.$
$2^3 . 3^2 . 5$	$C:E:G:A:c:e:g:a:h:\bar{e}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{h}}.$
$2^4 . 3^2 . 5$	$C:E:F:G:A:c:e:g:a:h:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{h}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{h}}$
$2^5 . 3^2 . 5$	$C:E:F:G:A:c:e:f:g:a:h:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{h}:\bar{\bar{c}}.\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{h}}$
$2^6 . 3^2 . 5$	$C:E:F:G:A:c:e:f:g:a:h:\bar{c}:\bar{e}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{h}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{h}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
$2^7 . 3^2 . 5$	$C:E:F:G:A:c:e:f:g:a:h:\bar{c}:\bar{e}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{h}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{h}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$

Si F = 32.

$2^3 . 3^2 . 5$	$C:E:G:A:H:e:g:h:\bar{e}:\bar{h}:\bar{\bar{h}}.$
$2^4 . 3^2 . 5$	$C:E:G:A:H:c:e:g:a:h:\bar{e}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{h}}.$
$2^5 . 3^2 . 5$	$C:E:F:G:A:H:c:e:f:g:a:h:\bar{c}.\bar{e}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{h}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{h}}$
$2^6 . 3^2 . 5$	$C:E:F:G:A:H:c:e:f:g:a:h:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{h}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}.\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{h}}$
$2^7 . 3^2 . 5$	$C:E:F:G:A:H:c:e:f:g:a:h:\bar{c}:\bar{e}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{h}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}.\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{h}}$
$2^8 . 3^2 . 5$	$C:E:F:G:A:H:c:e:f:g:a:h:\bar{c}:\bar{e}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{h}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{h}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$

Systemata.

Modi. $2^n . 3 . 5^2$

Species.

Si F = 4.

$3 . 5^2$	$C:A:\bar{e}:\bar{\bar{c}}s.$
$2 . 3 . 5^2$	$C:A:c:a:\bar{e}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}.$
$2^2 . 3 . 5^2$	$C:F:A:c:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}.$
$2^3 . 3 . 5^2$	$C:F:A:c:f:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{a}}.$
$2^4 . 3 . 5^2$	$C:F:A:c:f:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{f}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{\bar{c}}}.$
$2^5 . 3 . 5^2$	$C:F:A:c:f:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{f}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{\bar{c}}}.$

Si F = 8.

$2 . 3 . 5^2$	$C:A:e:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{g}}s.$
$2^2 . 3 . 5^2$	$C:A:c:e:a:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}s.$
$2^3 . 3 . 5^2$	$C:F:A:c:e:a:\bar{c}:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}s.$
$2^4 . 3 . 5^2$	$C:F:A:c:e:f:a:\bar{c}:\bar{c}s:\bar{e}.\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}s:\bar{\bar{a}}.$
$2^5 . 3 . 5^2$	$C:F:A:c:e:f:a:\bar{c}:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{f}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}s:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
$2^6 . 3 . 5^2$	$C:F:A:c:e:f:a:\bar{c}:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{f}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{g}}s:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$

Si

Si F = 16.

$2^2. 3. 5^2$	$C:E:A:cs:e:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{g}s:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{g}}s.$
$2^3. 3. 5^2$	$C.E:A:c:cs:e:a:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{g}s:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}s.$
$2^4. 3. 5^2$	$C:E:F:A:c:cs:e:a:\bar{c}:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{g}s:\bar{a}::\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}s.$
$2^5. 3. 5^2$	$C:E:F:A:c:cs:e:f:a:\bar{c}:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{g}s:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{c}}s.\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}s:\bar{\bar{a}}$
$2^6. 3. 5^2$	$C:E:F:A:c:cs:e:f:a:\bar{c}:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{f}:\bar{g}s:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}s:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
$2^7. 3. 5^2$	$C:E:F:A:c:cs:e:f:a:\bar{c}:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{f}:\bar{g}s:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{g}}s:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$

Si F = 32.

$2^3. 3. 5^2$	$C:Cs:E:A:cs:e:gs:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{g}s:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{g}}s.$
$2^4. 3. 5^2$	$C:Cs:E:A:c:cs:e:gs:a:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{g}s:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}s$
$2^5. 3. 5^2$	$C:Cs:E:F:A:c:cs:e:gs:a:\bar{c}:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{g}s:\bar{a}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}s$
$2^6. 3. 5^2$	$C:Cs:E:F:A:c:cs:e:f:gs:a:\bar{c}:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{g}s:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}s:\bar{\bar{a}}$
$2^7. 3. 5^2$	$C:Cs:E:F:A:c:cs:e:f:gs:a:\bar{c}:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{f}:\bar{g}s:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}s:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
$2^8. 3. 5^2$	$C:Cs:E:F:A:c:cs:e:f:gs:a:\bar{c}:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{f}:\bar{g}s:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{g}}s:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$

Si F = 64.

$2^4. 3. 5^2$	$C:Cs:E:Gs:A:cs:e:gs:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{g}s:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{g}}s.$
$2^5. 3. 5^2$	$C:Cs:E:Gs:A:c:cs:e:gs:a:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{g}s:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}s.$
$2^6. 3. 5^2$	$C:Cs:E:F:Gs:A:c:cs:e:gs:a:\bar{c}.\bar{c}s:\bar{e}:\bar{g}s:\bar{a}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}s$
$2^6. 3. 5^2$	$C:Cs:E:F:Gs:A:c:cs:e:f:gs:a:\bar{c}:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{g}s:\bar{a}:\bar{\bar{c}}.\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}s:\bar{\bar{a}}.$
$2^8. 3. 5^2$	$C:Cs:E:F:Gs:A:c:cs:e:f:gs:a:\bar{c}:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{f}:\bar{g}s:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}s:\bar{\bar{a}}.\bar{\bar{\bar{c}}}$
$2^9. 3. 5^2$	$C:Cs:E:F:Gs:A:c:cs:e:f:gs:a:\bar{c}:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{f}:\bar{g}s.\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{g}}s:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{\bar{c}}}.$

Modi.

Systemata.

Modi. $2^n \cdot 3^3 \cdot 5$. *Species.*	
	Si F = 4.
$3^3 \cdot 5$	$C:A:g:\bar{e}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{b}}.$
$2 \cdot 3^3 \cdot 5$	$C:A.c:g:a:\bar{e}:\bar{g}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{b}}.$
$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$	$C:F:A:c:g:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{b}}.$
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$	$C:F:A:c:f:g:a.\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{b}}.$
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$	$C:F:A:c:f:g:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{b}}:\bar{\bar{\bar{c}}}.$
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$	$C:F:A:c:f:g:a:\bar{c}.\bar{e}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}.\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{b}}:\bar{\bar{\bar{c}}}.$
	Si F = 8.
$2 \cdot 3^3 \cdot 5$	$C:G:A:e:g:\bar{d}:\bar{e}:\bar{b}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{b}}.$
$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$	$C:G:A:c:e:g:a:\bar{d}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{b}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{b}}.$
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$	$C:F:G:A:c:e:g:a:\bar{c}:\bar{d}.\bar{e}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{b}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{b}}.$
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$	$C:F:G:A:c:e:f:g:a:\bar{c}:\bar{d}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{b}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{b}}.$
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$	$C:F:G:A:c:e:f:g:a:\bar{c}:\bar{d}:\bar{e}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{b}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{b}}:\bar{\bar{\bar{c}}}.$
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5$	$C:F:G:A:c:e:f:g:a:\bar{c}:\bar{d}:\bar{e}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{a}.\bar{b}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{b}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
	Si F = 16.
$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$	$C:E:G:A:d:e:g:b:\bar{d}:\bar{e}:\bar{b}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{b}}.$
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$	$C:E:G:A:c:d:e:g:a:b:\bar{d}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{b}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{b}}.$
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$	$C.E:F:G:A:c:d:e:g:a:b:\bar{c}:\bar{d}.\bar{e}.\bar{g}:\bar{a}:\bar{b}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{b}}$
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$	$C:E:F:G:A:c:d:e:f:g:a:b:\bar{c}:\bar{d}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{b}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{b}}:$
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5$	$C:E:F:G:A:c:d:e:f:g:a:b:\bar{c}:\bar{d}:\bar{e}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{b}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{b}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5$	$C:E:F:G:A:c:d:e:f:g:a:b.\bar{c}:\bar{d}:\bar{e}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{b}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}.\bar{\bar{f}}.\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{b}}:\bar{\bar{\bar{c}}}.$

Si

Si F = 32.

$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:G:A:H:$d:e:g:h:\bar{d}:\bar{e}:\bar{f}s:\bar{h}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{h}}$.
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:G:A:H:$c:d:e:g:a:h:\bar{d}:\bar{e}:\bar{f}s:\bar{g}:\bar{h}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{h}}$.
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:G:A:H:$c:d:e:g:a:h:\bar{c}:\bar{d}:\bar{e}:\bar{f}s:\bar{g}:\bar{a}:\bar{h}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{h}}$.
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:G:A:H:$c:d:e:f:g:a:h:\bar{c}:\bar{d}:\bar{e}:\bar{f}s:\bar{g}:\bar{a}:\bar{h}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{h}}$.
$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:G:A:H:$c:d:e:f:g:a:h:\bar{c}:\bar{d}:\bar{e}:\bar{f}:\bar{f}s:\bar{g}:\bar{a}:\bar{h}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{h}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$.
$2^8 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:G:A:H:$c:d:e:f:g:a:h:\bar{c}:\bar{d}:\bar{e}:\bar{f}:\bar{f}s:\bar{g}:\bar{a}:\bar{h}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{h}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$.

Si F = 64.

$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:G:A:H:$d:e:fs:g:h:\bar{d}:\bar{e}:\bar{f}s:\bar{h}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{h}}$.
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:G:A:H:$c:d:e:fs:g:a:h:\bar{d}:\bar{e}:\bar{f}s:\bar{g}:\bar{h}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{h}}$.
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:G:A:H:$c:d:e:fs:g:a:h:\bar{c}:\bar{d}:\bar{e}:\bar{f}s:\bar{g}:\bar{a}:\bar{h}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{h}}$.
$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:G:A:H:$c:d:e:f:fs:g:a:h:\bar{c}:\bar{d}:\bar{e}:\bar{f}s:\bar{g}:\bar{a}:\bar{h}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{h}}$
$2^8 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:G:A:H:$c:d:e:f:fs:g:a:h:\bar{c}:\bar{d}:\bar{e}:\bar{f}:\bar{f}s:\bar{g}:\bar{a}:\bar{h}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{h}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$.
$2^9 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:G:A:H:$c:d:e:f:fs:g:a:h:\bar{c}:\bar{d}:\bar{e}:\bar{f}:\bar{f}s:\bar{g}:\bar{a}:\bar{h}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{h}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$.

Si F = 128.

$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:Fs:G:A:H:$d:e:fs:g:h:\bar{d}:\bar{e}:\bar{f}s:\bar{h}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{h}}$.
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:Fs:G:A:H:$c:d:e:fs:g:a:h:\bar{d}:\bar{e}:\bar{f}s:\bar{g}:\bar{h}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{h}}$.
$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:Fs:G:A:H:$c:d:e:fs:g:a:h:\bar{c}:\bar{d}:\bar{e}:\bar{f}s:\bar{g}:\bar{a}:\bar{h}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{h}}$.
$2^8 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:Fs:G:A:H:$c:d:e:f:fs:g:a:h:\bar{c}:\bar{d}:\bar{e}:\bar{f}s:\bar{g}:\bar{a}:\bar{h}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{h}}$.
$2^9 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:Fs:G:A:H:$c:d:e:f:fs:g:a:h:\bar{c}:\bar{d}:\bar{e}:\bar{f}:\bar{f}s:\bar{g}:\bar{a}:\bar{h}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{h}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$.
$2^{10} \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:Fs:G:A:H:$c:d:e:f:fs:g:a:h:\bar{c}:\bar{d}:\bar{e}:\bar{f}:\bar{f}s:\bar{g}:\bar{a}:\bar{h}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{h}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$

Systemata.

Modi. $2^n\cdot 3^2\cdot 5^2$ *Species.*

Si F = 4.

Species	Systemata
$3^2\cdot 5^2$	C:A:g:$\bar{e}$:$\bar{\bar{c}}$s:$\bar{\bar{h}}$.
$2\cdot 3^2\cdot 5^2$	C:A:c:g:a:$\bar{e}$:$\bar{g}$:$\bar{\bar{c}}$s:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{h}}$.
$2^2\cdot 3^2\cdot 5^2$	C:F:A:c:g:a:$\bar{c}$:$\bar{e}$:$\bar{g}$:$\bar{a}$:$\bar{\bar{c}}$s:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{g}}$:$\bar{\bar{h}}$.
$2^3\cdot 3^2\cdot 5^2$	C:F:A:c:f:g:a:$\bar{c}$:$\bar{e}$:$\bar{g}$:$\bar{a}$:$\bar{\bar{c}}$:$\bar{\bar{c}}$s:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{g}}$:$\bar{\bar{a}}$:$\bar{\bar{h}}$.
$2^4\cdot 3^2\cdot 5^2$	C:F:A:c:f:g:a:$\bar{c}$:$\bar{e}$:$\bar{f}$:$\bar{g}$:$\bar{a}$.$\bar{\bar{c}}$:$\bar{\bar{c}}$s:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{g}}$:$\bar{\bar{a}}$:$\bar{\bar{h}}$:$\bar{\bar{\bar{c}}}$.
$2^5\cdot 3^2\cdot 5^2$	C:F:A:c:f:g:a:$\bar{c}$:$\bar{e}$:$\bar{f}$:$\bar{g}$:$\bar{a}$:$\bar{\bar{c}}$:$\bar{\bar{c}}$s:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{f}}$:$\bar{\bar{g}}$:$\bar{\bar{a}}$:$\bar{\bar{h}}$:$\bar{\bar{\bar{c}}}$.

Si F = 8.

Species	Systemata
$3^2\cdot 5^2$	G:e:$\bar{c}$s:$\bar{h}$:$\bar{\bar{g}}$s.
$2\cdot 3^2\cdot 5^2$	C:G:A:e:g:$\bar{c}$s:$\bar{e}$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{c}}$s:$\bar{\bar{g}}$s:$\bar{\bar{h}}$.
$2^2\cdot 3^2\cdot 5^2$	C:G:A:c:e:g:a:$\bar{c}$s:$\bar{e}$.$\bar{g}$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{c}}$s:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{g}}$s:$\bar{\bar{h}}$.
$2^3\cdot 3^2\cdot 5^2$	C:F:G:A:c:e:g:a:$\bar{c}$.$\bar{c}$s:$\bar{e}$:$\bar{g}$:$\bar{a}$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{c}}$s:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{g}}$:$\bar{\bar{g}}$s:$\bar{\bar{h}}$.
$2^4\cdot 3^2\cdot 5^2$	C:F:G:A:c:e:f:g:a:$\bar{c}$:$\bar{c}$s:$\bar{e}$:$\bar{g}$:$\bar{a}$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{c}}$:$\bar{\bar{c}}$s:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{g}}$:$\bar{\bar{g}}$s:$\bar{\bar{a}}$:$\bar{\bar{h}}$.
$2^5\cdot 3^2\cdot 5^2$	C:F:G:A:c:e:f:g:a:$\bar{c}$:$\bar{c}$s.$\bar{e}$:$\bar{f}$:$\bar{g}$:$\bar{a}$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{c}}$:$\bar{\bar{c}}$s:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{g}}$.$\bar{\bar{g}}$s.$\bar{\bar{a}}$:$\bar{\bar{h}}$:$\bar{\bar{\bar{c}}}$.
$2^6\cdot 3^2\cdot 5^2$	C:F:G:A:c:e:f:g:a:$\bar{c}$:$\bar{c}$s:$\bar{e}$:$\bar{f}$:$\bar{g}$:$\bar{a}$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{c}}$:$\bar{\bar{c}}$s:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{f}}$:$\bar{\bar{g}}$:$\bar{\bar{g}}$s.$\bar{\bar{a}}$:$\bar{\bar{h}}$:$\bar{\bar{\bar{c}}}$.

Si F = 16.

Species	Systemata
$2\cdot 3^2\cdot 5^2$	E:G:cs:e:h:$\bar{c}$s:$\bar{g}$s:$\bar{h}$:$\bar{\bar{g}}$s.
$2^2\cdot 3^2\cdot 5^2$	C:E:G:A:cs:e:g:a:h.$\bar{c}$s:$\bar{e}$:$\bar{g}$s:$\bar{h}$:$\bar{\bar{c}}$s:$\bar{\bar{g}}$s:$\bar{\bar{h}}$.
$2^3\cdot 3^2\cdot 5^2$	C:E:G:A:c:cs:e:g:a:h:$\bar{c}$s:$\bar{e}$:$\bar{g}$:$\bar{g}$s:$\bar{h}$.$\bar{\bar{c}}$s:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{g}}$s:$\bar{\bar{h}}$.
$2^4\cdot 3^2\cdot 5^5$	C:E:F:G:A:c:cs:e:g:a:h:$\bar{c}$:$\bar{c}$s:$\bar{e}$:$\bar{g}$:$\bar{g}$s:$\bar{a}$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{c}}$s:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{g}}$:$\bar{\bar{g}}$s:$\bar{\bar{h}}$.
$2^5\cdot 3^2\cdot 5^2$	C:E:F:G:A:c:cs:e:f:g:a:h:$\bar{c}$:$\bar{c}$s:$\bar{e}$.$\bar{g}$:$\bar{g}$s:$\bar{a}$:$\bar{h}$.$\bar{\bar{c}}$:$\bar{\bar{c}}$s:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{g}}$:$\bar{\bar{g}}$s:$\bar{\bar{a}}$:$\bar{\bar{h}}$.
$2^6\cdot 3^2\cdot 5^2$	C:E:F:G:A:c:cs:e:f:g:a:h:$\bar{c}$:$\bar{c}$s:$\bar{e}$:$\bar{f}$:$\bar{g}$:$\bar{g}$s:$\bar{a}$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{c}}$:$\bar{\bar{c}}$s:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{g}}$:$\bar{\bar{g}}$s:$\bar{\bar{a}}$:$\bar{\bar{h}}$:$\bar{\bar{\bar{c}}}$.
$2^7\cdot 3^2\cdot 5^2$	C:E:F:G:A:c:cs:e:f:g:a:h:$\bar{c}$:$\bar{c}$s:$\bar{e}$:$\bar{f}$:$\bar{g}$:$\bar{g}$s:$\bar{a}$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{c}}$:$\bar{\bar{c}}$s:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{f}}$:$\bar{\bar{g}}$:$\bar{\bar{g}}$s:$\bar{\bar{a}}$:$\bar{\bar{h}}$:$\bar{\bar{\bar{c}}}$.

Si

Si F = 32.

$2^{2}.3^{2}.5^{2}$	Cs:E:G:H:cs:e:gs:h:c̄s:ḡs:h̄:d̿s:g̿s:
$2^{3}.3^{2}.5^{2}$	C:E:G:A:H:cs:e:g:gs:h:c̄s:ē:ḡs:h̄:c̿s:d̿s:g̿s:h̿.
$2^{4}.3^{2}.5^{2}$	C:E:G:A:H:c:cs:e:g:gs:a:h:c̄s:ē:ḡ:ḡs:h̄:c̿s:d̿s:e̿:g̿s:h̿.
$2^{5}.3^{2}.5^{2}$	C:E:F:G:A:H:c:cs:e:g:gs:a:h:c̄:c̄s:ē:ḡ:ḡs.ā:h̄:c̿s:d̿s:e̿:g̿:g̿s:h̿.
$2^{6}.3^{2}.5^{2}$	C:E:F:G:A:H:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c̄:c̄s:ē:ḡ:ḡs:ā:h̄:c̿:c̿s:d̿s:e̿:g̿:g̿s:a̿:h̿.
$2^{7}.3^{2}.5^{2}$	C:E:F:G:A:H:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c̄:c̄s:ē:f̄:ḡ:ḡs:ā:h̄:c̿:c̿s:d̿s:e̿:g̿:g̿s.a̿:h̿:c̄̿.
$2^{8}.3^{2}.5^{2}$	C:E:F:G:A:H:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c̄:c̄s:ē:f̄:ḡ:ḡs:ā:h̄:c̿:c̿s:d̿s:e̿:f̿:g̿:g̿s:a̿:h̿:c̄̿.

Si F = 64.

$2^{3}.3^{2}.5^{2}$	Cs:E:G:Gs:H:cs:e:gs:h:c̄s:d̄s:ḡs:h̄:d̿s:g̿s.
$2^{4}.3^{2}.5^{2}$	C:Cs:E:G:Gs:A:H:cs:e:g:gs:h:c̄s:d̄s:ē:ḡs:h̄:c̿s:d̿s:g̿s:h̿.
$2^{5}.3^{2}.5^{2}$	C:Cs:E:G:Gs:A:H:c:cs:e:g:gs:h:c̄s:d̄s:ē:ḡ:ḡs:h̄:c̿s:d̿s:e̿:g̿s:h̿.
$2^{6}.3^{2}.5^{2}$	C:Cs:E.F:G:Gs:A:H:c:cs:e:g:gs:a:h:c̄:c̄s:d̄s:ē:ḡ:ḡs:ā:h̄:c̿s:d̿s:e̿:g̿:g̿s:h̿.
$2^{7}.3^{2}.5^{2}$	C:Cs:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c̄:c̄s:d̄s:ē:ḡ:ḡs:ā:h̄:c̿:c̿s:d̿s:g̿:g̿s:a̿:h̿.
$2^{8}.3^{2}.5^{2}$	C:Cs:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c̄:c̄s:d̄s:ē:f̄:ḡ:ḡs:ā:h̄:c̿:c̿s:d̿s:e̿:g̿:g̿s:a̿:h̿:c̄̿.
$2^{9}.3^{2}.5^{2}$	C:Cs:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:e:f:g:gs:a.h:c̄:c̄s:d̄s:ē:f̄:ḡ:ḡs:ā:h̄:c̿:c̿s:d̿s:e̿:f̿:g̿:g̿s:a̿:h̿c̄̿.

Si F = 128.

$2^{4}.3^{2}.5^{2}$	Cs:E:G:Gs:H:cs:ds:e:gs:h:c̄s:d̄s:ḡs:h̄:d̿s:g̿s.
$2^{5}.3^{2}.5^{2}$	C:Cs:E:G:Gs:A:H:cs:ds:e:g:gs:h:c̄s:d̄s:ē:ḡs:h̄:c̿s:d̿s:g̿s:h̿.
$2^{6}.3^{2}.5^{2}$	C:Cs:E:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:g:gs:a:h:c̄s:d̄s:ē:ḡ:ḡs:h̄:c̿s:d̿s e̿:g̿s:h̿.
$2^{7}.3^{2}.5^{2}$	C:Cs:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:g:gs:a:h:c̄:c̄s:d̄s:ē:ḡ:ḡs:ā:h̄:c̿s:d̿s:e̿:g̿:g̿s:h̿.
$2^{8}.3^{2}.5^{2}$	C·Cs:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e.f:g:gs:a:h:c̄:c̄s:d̄s:ē:ḡ:ḡs:ā:h̄:c̿:c̿s:d̿s:e̿:g̿:g̿s:a̿:h̿.
$2^{9}.3^{2}.5^{2}$	C:Cs:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c̄:c̄s:d̄s:ē:f̄:ḡ:ḡs:ā:h̄:c̿:c̿s:d̿s:e̿:g̿:g̿s:a̿:h̿:c̄̿.
$2^{10}.3^{2}.5^{2}$	C: Cs: E: F: G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c̄:c̄s:d̄s:ē:f̄:ḡ:ḡs:ā:h̄:c̿:c̿s:d̿s:e̿:f̿:g̿:g̿s:a̿h̿:c̄̿.

Si F = 256.

$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Ds:E:G:Gs:H:cs:ds:e:gs:h:c̄s:ḡ:ḡs:h̄:d̿s:g̿s.
$2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:Ds:E:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:g:gs:h:c̄s:d̄s:ē:ḡs:h̄:c̿s:d̿s:g̿s:h̿.
$2^7 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:Ds:E:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:g:gs:a:h:c̄s:d̄s:ē:ḡ:ḡs:h̄:c̿s:d̿s:e̿:g̿s:h̿.
$2^8 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:Ds:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:g:gs:a:h:c̄:c̄s:d̄s:ē:ḡ:ḡs:ā:h̄:c̿s:d̿s:e̿:g̿:g̿s:h̿.
$2^9 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:Ds:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c̄:c̄s:d̄s:ē:ḡ:ḡs:ā:h̄:c̿:c̿s:d̿s:e̿:g̿:g̿s:a̿:h̿.
$2^{10} \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:Ds:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c̄:c̄s:d̄s:ē:f̄:ḡ:ḡs:ā:h̄:c̿:c̿s:d̿s:e̿:g̿:g̿s:a̿:h̿:c̿̄.
$2^{11} \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:Ds:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c̄:c̄s:d̄s:ē:f̄:ḡ:ḡs:ā:h̄:c̿:c̿s:d̿s:e̿:f̿:g̿:g̿s:a̿:h̿:c̿̄.

Modi. $2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2$ *Species.*

Systemata.

Si F = 4.

$3^3 \cdot 5^2$	CA:g:ē:c̿s:d̿:h̿.
$2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	CA:c:g:a:ē:ḡ:c̿s:d̿:e̿:h̿.
$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	CF:A:c:g:a:c̄:ē:ḡ:ā:c̿s:d̿:e̿:g̿:h̿.
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	CF:A:c:f:g:a:c̄:ē:ḡ:ā:c̿:c̿s:d̿:e̿:g̿:a̿:h̿.
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	CF:A:c:f:g:a:c̄:ē:f̄:ḡ:ā:c̿:c̿s:d̿:e̿:g̿:a̿:h̿:c̿̄.
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	CF:A:c:f:g:a:c̄:ē:f̄:ḡ:ā:c̿:c̿s:d̿:e̿:f̿:g̿:a̿:h̿:c̿̄.

Si F = 8.

$3^3 \cdot 5^2$	Gs:c̄s:d̄:h̄:g̿s.
$2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	CG:A:e:g:c̄s:d̄:ē:h̄:c̿s:d̿:g̿s:h̿.
$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	CG:A:c:e:g:a:c̄s:d̄:ē:ḡ:h̄:c̿s:d̿:e̿:g̿s:h̿
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	CF:G:A:c:e:g:a:c̄:c̄s:d̄:ē:ḡ:ā:h̄:c̿s:d̿:e̿:g̿:g̿s:h̿.
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	CF:G:A:c:e:f:g:a:c̄:c̄s:d̄:ē:ḡ:ā:h̄:c̿:c̿s:d̿:e̿:g̿:g̿s:a̿:h̿.
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	CF:G:A:c:e:f:g:a:c̄:c̄s:d̄:ē:f̄:ḡ:ā:h̄:c̿:c̿s:d̿:e̿:g̿:g̿s:a̿:h̿:c̿̄.
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	CF:G:A:c:e:f:g:a:c̄:c̄s:d̄:ē:f̄:ḡ:ā:h̄:c̿:c̿s:d̿:e̿:f̿:g̿:g̿s:a̿:h̿:c̿̄.

Si

Si F = 16.

$3^3 \cdot 5^2$	E:*cs*:*d*:*h*:$\bar{g}$*s*:$\bar{\bar{f}}$*s*.
$2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	E:G:*cs*:*d*:*e*:*h*:$\bar{c}$*s*:$\bar{d}$:$\bar{g}$*s*:$\bar{h}$:$\bar{\bar{f}}$*s*:$\bar{\bar{g}}$*s*.
$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:E:G:A:*cs*:*d*:*e*:*g*:*h*:$\bar{c}$*s*:$\bar{d}$:$\bar{e}$:$\bar{g}$*s*:$\bar{h}$:$\bar{\bar{c}}$*s*:$\bar{\bar{d}}$:$\bar{\bar{f}}$*s*:$\bar{\bar{g}}$*s*:$\bar{\bar{h}}$.
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:E:G:A:*c*:*cs*:*d*:*e*:*g*:*a*:*h*:$\bar{c}$*s*:$\bar{d}$:$\bar{e}$:$\bar{g}$:$\bar{g}$*s*:$\bar{h}$:$\bar{\bar{c}}$*s*:$\bar{\bar{d}}$:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{f}}$*s*:$\bar{\bar{g}}$*s*:$\bar{\bar{h}}$.
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:E:F:G:A:*c*:*cs*:*d*:*e*:*g*:*a*:*h*:$\bar{c}$:$\bar{c}$*s*:$\bar{d}$:$\bar{e}$:$\bar{g}$:$\bar{g}$*s*:$\bar{a}$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{c}}$*s*:$\bar{\bar{d}}$:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{f}}$*s*:$\bar{\bar{g}}$:$\bar{\bar{g}}$*s*:$\bar{\bar{h}}$.
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:E:F:G:A:*c*:*cs*:*d*:*e*:*f*:*g*:*a*:*h*:$\bar{c}$:$\bar{c}$*s*:$\bar{d}$:$\bar{e}$:$\bar{g}$:$\bar{g}$*s*:$\bar{a}$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{c}}$:$\bar{\bar{c}}$*s*:$\bar{\bar{d}}$:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{f}}$*s*:$\bar{\bar{g}}$:$\bar{\bar{g}}$*s*:$\bar{\bar{a}}$:$\bar{\bar{h}}$.
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:E:F:G:A:*c*:*cs*:*d*:*e*:*f*.*g*:*a*:*h*:$\bar{c}$:$\bar{c}$*s*:$\bar{d}$:$\bar{e}$:$\bar{f}$:$\bar{g}$:$\bar{g}$*s*:$\bar{a}$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{c}}$:$\bar{\bar{c}}$*s*.$\bar{\bar{d}}$.$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{f}}$*s*:$\bar{\bar{g}}$:$\bar{\bar{g}}$*s*:$\bar{\bar{a}}$:$\bar{\bar{h}}$:$\bar{\bar{\bar{c}}}$.
$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:E:F:G:A:*c*:*cs*:*d*:*e*:*f*.*g*:*a*:*h*:$\bar{c}$:$\bar{c}$*s*:$\bar{d}$:$\bar{e}$:$\bar{f}$:$\bar{g}$:$\bar{g}$*s*:$\bar{a}$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{c}}$:$\bar{\bar{c}}$*s*:$\bar{\bar{d}}$:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{f}}$:$\bar{\bar{f}}$*s*:$\bar{\bar{g}}$:$\bar{\bar{g}}$*s*:$\bar{\bar{a}}$:$\bar{\bar{h}}$:$\bar{\bar{\bar{c}}}$.

Si F = 32.

$3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:H:*gs*:$\bar{f}$*s*:$\bar{\bar{d}}$*s*.
$2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:E:H:*cs*:*d*:*gs*:*h*:$\bar{f}$*s*:$\bar{g}$*s*:$\bar{\bar{d}}$*s*:$\bar{\bar{f}}$*s*.
$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:E:G:H:*cs*:*d*:*e*:*gs*:*h*:$\bar{c}$*s*:$\bar{d}$·$\bar{f}$*s*:$\bar{g}$*s*:$\bar{h}$:$\bar{\bar{d}}$*s*:$\bar{\bar{f}}$*s*:$\bar{\bar{g}}$*s*.
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:G:A:H:*cs*:*d*:*e*:*g*:*gs*:*h*:$\bar{c}$*s*:$\bar{d}$:$\bar{e}$:$\bar{f}$*s*:$\bar{g}$*s*:$\bar{h}$:$\bar{\bar{c}}$*s*:$\bar{\bar{d}}$:$\bar{\bar{d}}$*s*:$\bar{\bar{f}}$*s*:$\bar{\bar{g}}$*s*:$\bar{\bar{h}}$.
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:G:A:H:*c*:*cs*:*d*:*e*:*g*:*gs*:*a*:*h*:$\bar{c}$*s*:$\bar{d}$:$\bar{e}$:$\bar{f}$*s*.$\bar{g}$:$\bar{g}$*s*:$\bar{h}$:$\bar{\bar{c}}$*s*:$\bar{\bar{d}}$.$\bar{\bar{d}}$*s*:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{f}}$*s*:$\bar{\bar{g}}$*s*:$\bar{\bar{h}}$.
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:G:A:H:*c*:*cs*:*d*:*e*:*g*:*gs*:*a*:*h*:$\bar{c}$:$\bar{c}$*s*:$\bar{d}$:$\bar{e}$:$\bar{f}$*s*:$\bar{g}$:$\bar{g}$*s*:$\bar{a}$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{c}}$*s*:$\bar{\bar{d}}$:$\bar{\bar{d}}$*s*:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{f}}$*s*:$\bar{\bar{g}}$:$\bar{\bar{g}}$*s*:$\bar{\bar{h}}$.
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:G:A:H:*c*:*cs*:*d*:*e*:*f*:*g*:*gs*:*a*:*h*:$\bar{c}$:$\bar{c}$*s*:$\bar{d}$:$\bar{e}$:$\bar{f}$*s*:$\bar{g}$:$\bar{g}$*s*:$\bar{a}$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{c}}$:$\bar{\bar{c}}$*s*:$\bar{\bar{d}}$:$\bar{\bar{d}}$*s*:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{f}}$*s*:$\bar{\bar{g}}$:$\bar{\bar{g}}$*s*:$\bar{\bar{a}}$;$\bar{\bar{h}}$.
$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:G:A:H:*c*:*cs*:*d*:*e*·*f*:*g*:*gs*:*a*:*h*:$\bar{c}$:$\bar{c}$*s*:$\bar{d}$.$\bar{e}$:$\bar{f}$:$\bar{f}$*s*:$\bar{g}$:$\bar{g}$*s*:$\bar{a}$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{c}}$:$\bar{\bar{c}}$*s*:$\bar{\bar{d}}$:$\bar{\bar{d}}$*s*:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{f}}$*s*:$\bar{\bar{g}}$:$\bar{\bar{g}}$*s*:$\bar{\bar{a}}$:$\bar{\bar{h}}$:$\bar{\bar{\bar{c}}}$.
$2^8 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:G:A:H:*c*:*cs*:*d*:*e*:*f*:*g*:*gs*:*a*:*h*:$\bar{c}$:$\bar{c}$*s*:$\bar{d}$.$\bar{e}$:$\bar{f}$:$\bar{f}$*s*:$\bar{g}$:$\bar{g}$*s*:$\bar{a}$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{c}}$:$\bar{\bar{c}}$*s*:$\bar{\bar{d}}$:$\bar{\bar{d}}$*s*:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{f}}$:$\bar{\bar{f}}$*s*:$\bar{\bar{g}}$:$\bar{\bar{g}}$*s*:$\bar{\bar{a}}$:$\bar{\bar{h}}$:$\bar{\bar{\bar{c}}}$.

Si F = 64.

$2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:Gs:H:*fs*:*gs*:$\bar{d}$*s*:$\bar{f}$*s*:$\bar{\bar{d}}$*s*:$\bar{\bar{b}}$.
$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:E:Gs:H:*cs*:*d*:*fs*:*gs*:*h*:$\bar{d}$*s*:$\bar{f}$*s*:$\bar{g}$*s*;$\bar{\bar{d}}$*s*:$\bar{\bar{f}}$*s*:$\bar{\bar{b}}$.
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:E:G.Gs:H:*cs*:*d*.*e*:*fs*:*gs*:*h*:$\bar{c}$*s*:$\bar{d}$ $\bar{d}$*s*:$\bar{f}$*s*:$\bar{g}$*s*:$\bar{h}$:$\bar{\bar{d}}$*s*:$\bar{\bar{f}}$*s*:$\bar{\bar{g}}$*s*:$\bar{\bar{b}}$.
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:G:Gs:A:H:*cs*:*d*:*e*:*fs*:*g*:*gs*:*h*:$\bar{c}$*s* $\bar{d}$:$\bar{d}$*s*:$\bar{e}$:$\bar{f}$*s*:$\bar{g}$*s*:$\bar{h}$:$\bar{\bar{c}}$*s*:$\bar{\bar{d}}$:$\bar{\bar{d}}$*s* $\bar{\bar{f}}$*s*:$\bar{\bar{g}}$*s*:$\bar{\bar{b}}$:$\bar{\bar{h}}$.
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D.E:G:Gs:A·H:*c*:*cs*:*d*:*e*:*fs*:*g*:*gs*:*a*:*h*:$\bar{c}$*s*:$\bar{d}$:$\bar{d}$*s*.$\bar{e}$:$\bar{f}$*s*:$\bar{g}$:$\bar{g}$*s*:$\bar{h}$:$\bar{\bar{c}}$*s*:$\bar{\bar{d}}$:$\bar{\bar{d}}$*s*:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{f}}$*s*:$\bar{\bar{g}}$*s*:$\bar{\bar{b}}$:$\bar{\bar{h}}$.
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:G:Gs:A:H:*c*:*cs*:*d*:*e*:*fs*:*g*:*gs*:*a*:*h*:$\bar{c}$:$\bar{c}$*s*:$\bar{d}$:$\bar{d}$*s*:$\bar{e}$:$\bar{f}$*s*:$\bar{g}$:$\bar{g}$*s*:$\bar{a}$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{c}}$*s*:$\bar{\bar{d}}$:$\bar{\bar{d}}$*s*:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{f}}$*s*:$\bar{\bar{g}}$:$\bar{\bar{g}}$*s*:$\bar{\bar{b}}$:$\bar{\bar{h}}$.
$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:G:Gs:A:H:*c*:*cs*:*d*:*e*:*f*:*fs*:*g*:*gs*:*a*:*h*:$\bar{c}$:$\bar{c}$*s*;$\bar{d}$:$\bar{d}$*s*:$\bar{e}$:$\bar{f}$*s*:$\bar{g}$:$\bar{g}$*s*:$\bar{a}$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{c}}$:$\bar{\bar{c}}$*s*:$\bar{\bar{d}}$:$\bar{\bar{d}}$*s*:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{f}}$*s*:$\bar{\bar{g}}$:$\bar{\bar{g}}$*s*:$\bar{\bar{a}}$:$\bar{\bar{b}}$:$\bar{\bar{h}}$.
$2^8 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:G:Gs:A:H:*c*:*cs*:*d*:*e*:*f*:*fs*:*g*:*gs*:*a*:*h*:$\bar{c}$:$\bar{c}$*s*:$\bar{d}$:$\bar{d}$*s*:$\bar{e}$:$\bar{f}$:$\bar{f}$*s*:$\bar{g}$:$\bar{g}$*s*:$\bar{a}$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{c}}$:$\bar{\bar{c}}$*s*:$\bar{\bar{d}}$:$\bar{\bar{d}}$*s*:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{f}}$*s*:$\bar{\bar{g}}$:$\bar{\bar{g}}$*s*:$\bar{\bar{a}}$:$\bar{\bar{b}}$:$\bar{\bar{h}}$:$\bar{\bar{\bar{c}}}$.
$2^9 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F;G:Gs:A:H:*c*:*cs*:*d*:*e*:*f*:*fs*:*g*:*gs*;*a*:*h*:$\bar{c}$:$\bar{c}$*s*:$\bar{d}$:$\bar{d}$*s*:$\bar{e}$:$\bar{f}$:$\bar{f}$*s*:$\bar{g}$:$\bar{g}$*s*:$\bar{a}$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{c}}$:$\bar{\bar{c}}$*s*:$\bar{\bar{d}}$:$\bar{\bar{d}}$*s*:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{f}}$:$\bar{\bar{f}}$*s*:$\bar{\bar{g}}$:$\bar{\bar{g}}$*s*:$\bar{\bar{a}}$:$\bar{\bar{b}}$:$\bar{\bar{h}}$:$\bar{\bar{\bar{c}}}$.

Si F = 128.

$2^{2}\cdot 3^{3}\cdot 5^{2}$	Cs:D:Fs:Gs:H:*ds:fs:gs:d̄s:f̄s:b̄:d̄s:b̄.*
$2^{3}\cdot 3^{3}\cdot 5^{2}$	Cs:D:E:Fs:Gs:H:*cs:d:ds:fs:gs:b:d̄s:f̄s:g̿s:b̄:d̄s:f̄s:b̄.*
$2^{4}\cdot 3^{3}\cdot 5^{2}$	Cs:D:E:Fs:G:Gs:H:*cs:d:ds:e:fs:gs:b:c̄s:d̄:d̄s:f̄s:g̿s:b̄:b̄:d̄s:f̄s:g̿s:b̄.*
$2^{5}\cdot 3^{3}\cdot 5^{2}$	C:Cs:D:E:Fs:G:Gs:A:H:*cs:d:ds:e:fs:g:gs:b:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄s:g̿s:b̄:b̄:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄s:g̿s:b̄:b̄.*
$2^{6}\cdot 3^{3}\cdot 5^{2}$	C:Cs:D:E:Fs:G:Gs:A:H:*c:cs:d:ds:e:fs:g:gs:a:b:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄s:ḡ:g̿s:b̄:b̄:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄s:g̿s:b̄:b̄.*
$2^{7}\cdot 3^{3}\cdot 5^{2}$	C:Cs:D:E:F:Fs:G:Gs:A:H:*c:cs:d:ds:e:fs:g:gs:a:b:c̄:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄s:ḡ:g̿s:ā:b̄:b̄:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄s:ḡ:g̿s:b̄:b̄.*
$2^{8}\cdot 3^{3}\cdot 5^{2}$	C:Cs:D:E:F:Fs:G:Gs:A:H:*c:cs:d:ds:e:f:fs:g:gs:a:b:c̄:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄s:ḡ:g̿s:ā:b̄:b̄:c̄:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄s:ḡ:g̿s:ā:b̄:b̄.*
$2^{9}\cdot 3^{3}\cdot 5^{2}$	C:Cs:D:E:F:Fs:G:Gs:A:H:*c:cs:d:ds:e:f:fs:g:gs:a:b:c̄:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄:f̄s:ḡ:g̿s:ā:b̄:b̄:c̄:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄s:ḡ:g̿s:ā:b̄:b̄:c̄.*
$2^{10}\cdot 3^{3}\cdot 5^{2}$	C:Cs:D:E:F:Fs:G:Gs:A:H:*c:cs:d:ds:e:f:fs:g:gs:a:b:c̄:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄:f̄s:ḡ:g̿s:ā:b̄:b̄:c̄:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄:f̄s:ḡ:g̿s:ā:b̄:c̄.*

Si F = 256.

$2^{3}\cdot 3^{3}\cdot 5^{2}$	Cs:D:Ds:Fs:Gs:H:*ds:fs:gs:b:d̄s:f̄s:b̄:d̄s:b̄.*
$2^{4}\cdot 3^{3}\cdot 5^{2}$	Cs:D:Ds:E:Fs:Gs:H:*cs:d:ds:fs:gs:b:b:d̄s:f̄s:g̿s:b̄:d̄s:f̄s:b̄.*
$2^{5}\cdot 3^{3}\cdot 5^{2}$	Cs:D:Ds:E:Fs:G:Gs:H:*cs:d:ds:e:fs:gs:b:b:c̄s:d̄:d̄s:d̄s:f̄s:g̿s:b̄:b̄:d̄s:f̄s:g̿s:b̄.*
$2^{6}\cdot 3^{3}\cdot 5^{2}$	C:Cs:D:Ds:E:Fs:G:Gs:A:H:*cs:d:ds:e:fs:g:gs:b:b:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄s:g̿s:b̄:b̄:c̄s:d̄:d̄s:f̄s:g̿s:b̄:b̄.*
$2^{7}\cdot 3^{3}\cdot 5^{2}$	C:Cs:D:Ds:E:Fs:G:Gs:A:H:*c:cs:d:ds:e:fs:g:gs:a:b:b:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄s:ḡ:g̿s:b̄:b̄:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄s:g̿s:b̄:b̄.*
$2^{8}\cdot 3^{3}\cdot 5^{2}$	C:Cs:D:Ds:E:F:Fs:G:Gs:A:H:*c:cs:d:ds:e:fs:g:gs:a:b:b:c̄:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄s:ḡ:g̿s:ā:b̄:b̄:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄s:ḡ:g̿s:b̄:b̄.*
$2^{9}\cdot 3^{3}\cdot 5^{2}$	C:Cs:D:Ds:E:F:Fs:G:Gs:A:H:*c:cs:d:ds:e:f:fs:g:gs:a:b:b:c̄:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄s:ḡ:g̿s:ā:b̄:b̄:c̄:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄s:ḡ:g̿s:ā:b̄:b̄.*
$2^{10}\cdot 3^{3}\cdot 5^{2}$	C:Cs:D:Ds:E:F:Fs:G:Gs:A:H:*c:cs:d:ds:e:f:fs:g:gs:a:b:b:c̄:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄:f̄s:ḡ:g̿s:ā:b̄:b̄:c̄:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄s:ḡ:g̿s:ā:b̄:b̄:c̄.*
$2^{11}\cdot 3^{3}\cdot 5^{2}$	C:Cs:D:Ds:E:F:Fs:G:Gs:A:H:*c:cs:d:ds:e:f:fs:g:gs:a:b:b:c̄:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄:f̄s:ḡ:g̿s:ā:b̄:b̄:c̄:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄:f̄s:ḡ:g̿s:ā:b̄:b̄:c̄.*

Si F = 512.

$2^{4}\cdot 3^{3}\cdot 5^{2}$	Cs:D:Ds:Fs:Gs:B:H:*ds:fs:gs:b:d̄s:f̄s:b̄:d̄s.b̄.*
$2^{5}\cdot 3^{3}\cdot 5^{2}$	Cs:D:Ds:E:Fs:Gs:B:H:*cs:d:ds:fs:gs:b:b:d̄s:f̄s:g̿s:b̄:d̄s:f̄s:b̄.*
$2^{6}\cdot 3^{3}\cdot 5^{2}$	Cs:D:Ds:E:Fs:G:Gs:B:H:*cs:d:ds:e:fs:gs:b:b:c̄s:d̄:d̄s:f̄s:g̿s:b̄:b̄:d̄s:f̄s:g̿s.b̄.*
$2^{7}\cdot 3^{3}\cdot 5^{2}$	C:Cs:D:Ds:E:Fs:G:Gs:A:B:H:*cs:d:ds:e:fs:g:gs:b:b:c̄s:d̄:d̄s.ē:f̄s:g̿s:b̄:b̄:c̄s:d̄:d̄s:f̄s:g̿s:b̄:b̄.*
$2^{8}\cdot 3^{3}\cdot 5^{2}$	C:Cs:D:Ds:E:Fs:G:Gs:A:B:H:*c:cs:d:ds:e:fs:g:gs:a:b:b:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄s:ḡ:g̿s:b̄:b̄:c̄s:d̄:ē:f̄s:g̿s:b̄:b̄.*
$2^{9}\cdot 3^{3}\cdot 5^{2}$	C:Cs:D:Ds:E:F:Fs:G:Gs:A:B:H:*c:cs:d:ds:e:fs:g:gs:a:b:b:c̄:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄s:ḡ:g̿s:ā:b̄:b̄:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄s:ḡ:g̿s:b̄:b̄.*
$2^{10}\cdot 3^{3}\cdot 5^{2}$	C:Cs:D:Ds:E:F:Fs:G:Gs:A:B:H:*c:cs:d:ds:e:f:fs:g:gs:a:b:b:c̄:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄s:ḡ:g̿s:ā:b̄:b̄:c̄:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄s:ḡ:g̿s:ā:b̄:b̄.*
$2^{11}\cdot 3^{3}\cdot 5^{2}$	C:Cs:D:Ds:E:F:Fs:G:Gs:A:B:H:*c:cs:d:ds:e:f:fs:g:gs:a:b:b:c̄:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄:f̄s:ḡ:g̿s:ā:b̄:b̄:c̄:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄s:ḡ:g̿s:ā:b̄:b̄:c̄.*
$2^{12}\cdot 3^{3}\cdot 5^{2}$	C:Cs:D:Ds:E:F:Fs:G:Gs:A:B:H:*c:cs:d:ds:e:f:fs:g:gs:a:b:b:c̄:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄:f̄s:ḡ:g̿s:ā:b̄:b̄:c̄:c̄s:d̄:d̄s:ē:f̄:f̄s:ḡ:g̿s:ā:b̄:b̄:c̄.*

§. 20. Circa compoſitionem muſicam vero hic generatim ſequentia ſunt obſeruanda. Primo electo modo tam ſpecies quam ſyſtema definitum eligi debet, in quo compoſitio fiat. Determinato autem ſyſtemate, omnes ſoni, qui in compoſitione muſica hac occurrere poſſunt, definiuntur ita, vt quamdiu hoc ſyſtemate vtaris, alios ſonos, praeter aſſignatos adhibere non liceat: niſi forte inſtrumentum muſicum ſonos vel C grauiores, vel ipſo $\overline{\overline{\overline{c}}}$ acutiores complectatur, quo caſu etiam tales ſoni vſurpari poterunt, quatenus ſcilicet in exponente ſpeciei continentur, id quod ex ipſo exponente facile videre licet.

§. 21. Primum igitur in hac tabula occurit, modus cuius exponens eſt $2^n \cdot 3^3$, ad cuius determinationem ſonus per 3^3 ſeu 27 expreſſus adeſſe debet; Nullum igitur huius modi ſyſtema exiſtit pro $F = 1$, neque pro $F = 2$, cum his caſibus ſonus 27 ſupremum limitem $\overline{\overline{\overline{c}}}$ ſuperaret. Hanc ob rem ſtatim poſitum eſt $F=4$, in qua hypotheſi ſonus 3^3 claue $\overline{\overline{d}}$ exprimitur; praeter hunc vero ſonum opus quoque eſt ſono per 1 vel binarii poteſtatem expreſſo, qui in hoc interuallum non cadit, niſi ſit $n = 2$. Primum ergo huius modi ſyſtema habet exponentem $2^2 \cdot 3^3$, in hypotheſi $F = 4$.

§. 22. Manente autem $F = 4$ iſte modus quatuor admittit ſyſtemata, quorum exponentes ſunt $2^2 \cdot 3^3$; $2^3 \cdot 3^3$; 2^4 3^3 et $2^5 \cdot 3^3$. nec plura in quatuor octauarum interuallo dari poſſunt. Nam etſi exponens accipiatur $2^6 \cdot 3^3$, tamen illi ipſi ſoni prodibunt, qui exponenti $2^5 \cdot 3^3$, reſponderunt, ita vt diuerſum ſyſtema non oriretur. Simili ratione ſi ponatur $F = 8$ quatuor habentur ſyſtemata, totidemque poſito $F = 16$ atque $F = 32$, vbi iterum terminus figitur; in vltimo enim ſyſtemate, cuius exponens eſt $2^8 . 3^3$, iam in ſingulis octauis omnes ſoni primitiui adſunt, ideoque ſyſtema magis compoſitum non datur.

§. 23. Ita ergo primi modi cuius exponens eſt $2^n . 3^3$, omnino 16 extant ſyſtemata, ſecundus vero modus cuius exponens eſt $2^n . 3^2 . 5$ ſyſtemata habet 33. Tertii porro modi cuius exponens eſt $2^n . 3 . 5^2$ numerus ſyſtematum eſt 30. Hunc ſequitur modus quartus cuius exponens eſt $2^n . 3^3 . 5$ a muſicis hodiernis maxime vſitatus, in quo 36 diuerſa ſyſtemata locum habent. In modo quinto, qui pariter ſaepiſſime vſurpari ſolet et exponentem habet $2^n . 3^2 . 5^2$ ſyſtemata ſunt 48. Sextus denique modus compoſitus et apud muſicos hodiernos maxime frequens 66 obtinet ſyſtemata diuerſa. Quocirca omnes hi ſex modi coniunctim 229 diuerſa ſyſtemata complectuntur.

§. 24. Qui formas omnium horum ſyſtematum attentius contemplabitur, obſeruauit in quolibet eorum interualla diapaſon diuerſimode ſonis eſſe referta, exceptis ultimis cuiusque modi ſyſtematis, quorum ſingulae octauae omnes modi ſonos primitiuos continent, atque aequali ſonorum numero ſunt repletae. Alia autem ſyſtemata in infima octaua alia in mediis alia in ſuprema ſonis magis ſunt repleta, ex quo maxime idoneum ſyſtema pro dato concentu eligi poterit. Qui enim baſſo primarias partes in modulatione tribuere velit, ſyſtemate habet opus, in cuius infimis octauis ſoni frequentiſſime occurrant, contra vero ſyſtema, in quo ſupremae octauae ſonis maxime ſunt refertae,

ad-

adhibebit, qui in diſcantu maximam varietatem collocare ſtudet. Tandem etiam qui in mediis vocibus ſummam vim conſtituit, inueniet pari modo ſyſtemata ad inſtitutum accommodata. Maximum autem hoc in modis diſcrimen hodierni muſici iam quodammodo animaduertiſſe videntur, experientia potius quam theoria ducti; quare haec noſtra enumeratio ipſis non parum ſubſidii afferet, ex qua diſtincte perſpicient, quod ante tantum confuſe erant ſuſpicati.

CAPVT DECIMVM TERTIVM.

DE RATIONE COMPOSITIONIS IN DATO MODO ET SYSTEMATE DATO.

§. 1.

Integri operis muſici exponens ſaepiſſime tam ſolet eſſe compoſitus, vt omnino percipi non poſſit, niſi per gradus conſtituatur. Hancobrem iſtiusmodi opus muſicum in plures partes eſt diſtribuendum, quarum ſingulae exponentes habeant ſimpliciores et perceptu faciliores. Ad integrum ergo opus muſicum componendum neceſſe eſt ante compoſitionem partium explicare, quarum coniunctione totum opus conficitur. Huiusmodi autem partis exponens nil aliud eſt niſi modus muſicus; quapropter in compoſitione muſica ante ratio compoſitionis in dato modo eſt exponenda, quam ad integrum opus componendum aggredi liceat. Hoc enim tradito tum demum erit explicandum, quomodo plures eiusmodi partes inter ſe coniungi, ex iisque totum opus muſicum confici oporteat.

§. 2. Cum autem doctrina de modis in capite praeced. non ſolum fuſius ſed etiam acuratius quam vulgo fieri ſolet, ſit pertractata, atque quilibet modus in ſuas ſpecies atque ſyſtemata ſit diſtributus: praeter ipſum modum quoque determinatum eius ſyſtema erit eligendum, in quo compoſitio fiat. Variationes quidem modorum hic non ſpectantur, cum fiant per ſolam tranſpoſitionem, iisque mutua ſonorum, qui in quouis ſyſtemate ocurrunt, relatio non varietur. Quamobrem in omnibus ſyſtematis baſis ſeu ſonus vnitate expreſſus erit clauis F ſeu alius ſonus octauis aliquot gravior.

§. 3. Electo igitur apto ad inſtitutum modo, tam eius ſpecies quam ſyſtema conueniens quaeri oportet. Quod etſi ab arbitrio componentis pendeat, tamen ipſum inſtitutum quodammodo ſyſtema determinat, prout iam in ſuperiore capite notauimus. Nam cui octauae maiorem vim tribuere volet, tale quoque ſyſtema amplectetur, in quo ea ipſa octaua ſonis maxime ſit referta. Sed ſola cognitio tabulae ſupra datae ad hoc eſt ſufficiens, ita vt ſuperfluum foret haec pluribus perſequi.

§. 4. Syſtemate autem dati modi dataeque eius ſpeciei definito omnes praeſto ſunt ſoni in tabula ſuperiori ſyſtematum quibus in compoſitione vti licebit; vnde ſoni ad iſtud ſyſtema pertinentes ab alienis diſcerni poterunt. Similis vero circumſcriptio etiam a muſicis peritioribus om-

omnino obseruatur, si eorum opera ad normam nostrorum systematum examinentur. Ita patebit regulis harmoniae non repugnantibus fieri posse, vt eiusdem operis musici superior vox duris sonis, inferior vero mollibus vtatur; nam modi cuius exponens est $2^n . 3^3 . 5$ species $2^6 . 3^3 . 5$ pro systemate $F = 32$ ita est comparata, vt in duabus grauioribus octauis insint claues F et *f*, in superioribus vero *Fs* et *Fs*, quod imperitioribus ingens videri posset vitium. Simili modo plures aliae compositiones, quae musicis practicis paradoxae videantur, etiamsi de earum suauitate dubitare non possint, per hanc tabulam systematum comprobabuntur, et cum vera harmonia conciliabuntur. Fieri enim omnino nequit vt modulatio quaepiam sit suauis, quae non simul principiis nostris harmonicis esset consentanea.

§. 5. Assumto autem determinato systemate ipsa compositio maximam admittet varietatem. Cum enim compositio absoluatur pluribus consonantiis in seriem collocandis tam ordo consonantiarum quam ipsarum natura summam et fere infinitam pariet diuersitatem. Quod enim ad ipsas consonantias attinet, eae vel omnes ex eadem specie vel ex variis speciebus desumuntur: vnde compositio vel simplex nascitur vel mixta. Compositionem scilicet simplicem hoc loco vocabimus, quae constat ex consonantiis eiusdem speciei seu eodem exponente expressis; mixtam vero, in qua consonantiae variarum specierum constituuntur.

§. 6. Compositionis simplicis igitur primum ea species consideranda occurrit, quae ex solis sonis simplicibus constat; seu quod eodem redit ex consonantiis exponente 1 expressis. Huiusmodi compositio ad vnicam vocem pertinere dicitur, cum plus vno ſono ſimul nunquam edatur; atque etiam in operibus compoſitis frequenter adhibetur, quando ſubinde vnicae voci omnis harmonia relinquitur.

§. 7. Talis autem compoſitio, quae ex meris ſonis ſimplicibus conſtat nulla fere laborat difficultate. Aſſumto enim pro lubitu ſyſtemate ex tabula ſupra data, vnico aſpectu omnes comparent ſoni, quibus in iſta compoſitione vti licebit. Hos igitur ſonos electi ſyſtematis quisque pro arbitrio inter ſe miſcere, ex iisque conuenientem melodiam formare poterit; neque in hoc negotio aliud quicquam erit obſeruandum, niſi vt ſucceſſiones ſonorum nimis durae euitentur, ſi quidem exponens ſyſtematis electi valde fuerit compoſitus, in ſimplicioribus enim ſyſtematibus tales ſoni, quorum ſucceſſio nimis foret ingrata, nequidem inſunt.

§. 8. Electo igitur ſyſtemate ſtatim conueniet eas ſonorum ſucceſſiones annotare, quae ſint perceptu difficiliores, easque vel nunquam vſurpare, vel tum ſaltem, quando affectus lugubris erit excitandus. Deinde etiam harmoniae non parum gratiae accedet, ſi ii ſoni, qui ſyſtemati propoſito proprii ſunt, atque in praecedentibus ſimplicioribus nondum inerant, parcius adhibeantur, ii autem ſaepius occurrant, qui ſyſtemati propoſito cum ſimplicioribus ſunt communes.

§. 9. Quando vero in dato ſyſtemate ſeries conſonantiarum ſiue eiusdem ſiue diuerſarum ſpecierum eſt componenda, tum ante omnia eſt exponendum quomodo quaeuis consonantia et quibus sonis in eo systemate sit exprimenda. Consonantiae quidem respectu aliarum per exponentes et indices nobis indicantur, quibus soni eas constituentes innotescunt; at pro dato systemate insuper respiciendum est, quonam numero clauis F exprimatur. Quamobrem ad consonantiam propositam debitis sonis efferendam necesse est praeter exponentem et indicem ad eam binarii potestatem attendere, qua clauis F in assumto systemate indicatur.

§. 10. In hunc finem sequentem adieci tabulam, ex qua statim patebit quibus sonis quaelibet consonantia pro dato clauis F valore sit exprimenda. In priori scilicet columna quaeri debet consonantiae exponens cum indice; in altera vero valor ipsius F pro systemate assumto, quo facto haec altera columna exhibebit formam consonantiae exprimendae. Ita si ista consonantia $2^4 . 3 . 5\ (3^2)$ in systemate, in quo F per 32 indicatur foret exprimenda, tabula monstrabit eam his sonis D : G : H : *d* : *g* : *h* : $\bar{d}$: *fs* : $\bar{g}$: $\bar{h}$: $\bar{\bar{d}}$: *fs* : $\bar{\bar{h}}$ constare, ex quibus ii, qui instituto sunt idonei, poterunt eligi.

Variat.

Consonantiae 2^n.

Variat. $2^n(1)$ Species.	Formae.
	Si $F=1$.
$1\ (1)$	F.
$2\ (1)$	$F:f$.
$2^2(1)$	$F:f:\overline{f}$.
$2^3(1)$	$F:f:\overline{f}:\overline{\overline{f}}$.

Variat. $2^n(3)$ Species.	Formae.
	Si $F=1$.
$1\ (3)$	$\overline{c}$.
$2\ (3)$	$\overline{c}:\overline{\overline{c}}$.
	Si $F=2$.
$1\ (3)$	c.
$2\ (3)$	$c:\overline{c}$.
$2^2(3)$	$c:\overline{c}:\overline{\overline{c}}$.
	Si $F=4$.
$1\ (3)$	C.
$2\ (3)$	$C:c$.
$2^2(3)$	$C:c:\overline{c}$.
$2^3(3)$	$C:c:\overline{c}:\overline{\overline{c}}$.

Variat. $2^n(5)$ Species.	Formae.
	Si $F=1$.
$1\ (5)$	$\overline{a}$.
$2\ (5)$	$\overline{a}:\overline{\overline{a}}$.
	Si $F=2$.
$1\ (5)$	a.
$2\ (5)$	$a:\overline{a}$.
$2^2(5)$	$a:\overline{a}:\overline{\overline{a}}$.

Si

Si $F = 4$.

$1\,(5)$	A.
$2\,(5)$	$A : a$.
$2^2\,(5)$	$A : a : \bar{a}$.
$2^3\,(5)$	$A : a : \bar{a} : \bar{\bar{a}}$.

Formae.

Variat. $2^n\,(3^2)$

Species.

Si $F = 1$.

$1\,(3^2)$	$\bar{\bar{g}}$.

Si $F = 2$.

$1\,(3^2)$	$\bar{g}$.
$2\,(3^2)$	$\bar{g} : \bar{\bar{g}}$.

Si $F = 4$.

$1\,(3^2)$	g
$2\,(3^2)$	$g : \bar{g}$
$2^2\,(3^2)$	$g : \bar{g} : \bar{\bar{g}}$

Si $F = 8$.

$1\,(3^2)$	G
$2\,(3^2)$	$G : g$
$2^2\,(3^2)$	$G : g : \bar{g}$
$2^3\,(3^2)$	$G : g : \bar{g} : \bar{\bar{g}}$

Formae.

Variat. $2^n\,(3 \cdot 5)$

Species.

Si $F = 2$.

$1\,(3 \cdot 5)$	$\bar{\bar{e}}$

Si $F = 4$.

$1\,(3 \cdot 5)$	$\bar{e}$
$2\,(3 \cdot 5)$	$\bar{e} : \bar{\bar{e}}$

Si $F = 8$.

$1\,(3 \cdot 5)$	e
$2\,(3 \cdot 5)$	$e : \bar{e}$
$2^2\,(3 \cdot 5)$	$e : \bar{e} : \bar{\bar{e}}$

Si $F = 16$.

$1(3.5)$	E
$2(3.5)$	$E:e$
$2^2(3.5)$	$E:e:\bar{e}$
$2^3(3.5)$	$E:e:\bar{e}:\bar{\bar{e}}$

Variat. $2^n(3^3)$ Species.	**Formae.**
	Si $F = 4$.
$1(5^2)$	$\bar{\bar{c}}s$
	Si $F = 8$.
$1(5^2)$	$\bar{c}s$
$2(5^2)$	$\bar{c}s:\bar{\bar{c}}s$
	Si $F = 16$.
$1(5^2)$	cs
$2(5^2)$	$cs:\bar{c}s$
$2^2(5^2)$	$cs:\bar{c}s:\bar{\bar{c}}s$
	Si $F = 32$
$1(5^2)$	Cs
$2(5^2)$	$Cs:cs$
$2^2(5^2)$	$Cs:cs:\bar{c}s$
$2^3(5^2)$	$Cs:cs:\bar{c}s:\bar{\bar{c}}s$

Variat. $2^n.(3^3)$ Species.	**Formae.**
	Si $F = 4$.
$1(3^3)$	$\bar{\bar{d}}$
	Si $F = 8$.
$1(3^3)$	$\bar{d}$
$2(3^3)$	$\bar{d}:\bar{\bar{d}}$
	Si $F = 16$.
$1(3^3)$	d
$2(3^3)$	$d:\bar{d}$
$2^2(3^3)$	$d:\bar{d}:\bar{\bar{d}}$

Si

Si $F = 32$.

$1\,(3^3)$	D
$2\,(3^3)$	$D : d$
$2^2\,(3^3)$	$D : d : \bar{d}$
$2^3\,(3^3)$	$D : d : \bar{d} : \bar{\bar{d}}$

Formae.

Variat. $2^n\,(3^2 \cdot 5)$ Species.	

Si $F = 4$.

$1\,(3^2 \cdot 5)$	$\bar{\bar{h}}$

Si $F = 8$.

$1\,(3^2 \cdot 5)$	$\bar{h}$
$2\,(3^2 \cdot 5)$	$\bar{h} : \bar{\bar{h}}$

Si $F = 16$.

$1\,(3^2 \cdot 5)$	h
$2\,(3^2 \cdot 5)$	$h : \bar{h}$
$2^2\,(3^2 \cdot 5)$	$h : \bar{h} : \bar{\bar{h}}$

Si $F = 32$.

$1\,(3^2 \cdot 5)$	H
$2\,(3^2 \cdot 5)$	$H : h$
$2^2\,(3^2 \cdot 5)$	$H : h : \bar{h}$
$2^3\,(3^2 \cdot 5)$	$H : h : \bar{h} : \bar{\bar{h}}$

Formae.

Variat. $2^n\,(3 \cdot 5^2)$ Species.	

Si $F = 8$.

$1\,(3 \cdot 5^2)$	$\bar{\bar{gs}}$

Si $F = 16$.

$1\,(3 \cdot 5^2)$	$\bar{gs}$
$1\,(3 \cdot 5^2)$	$\bar{gs} : \bar{\bar{gs}}$

Si $F = 32$.

$1\,(3 \cdot 5^2)$	gs
$2\,(3 \cdot 5^2)$	$gs : \bar{gs}$
$2^2\,(3 \cdot 5^2)$	$gs : \bar{gs} : \bar{\bar{gs}}$

Si F = 32.

$1(3\cdot 5)$	Gs
$2(3\cdot 5^2)$	$Gs:gs$
$2^2(3\cdot 5^2)$	$Gs:gs:\bar{g}s$
$2^3(3\cdot 5^2)$	$Gs:gs:\bar{g}s:\bar{\bar{g}}s$

Formae.

Variat.	
$2^n(3^3\cdot 5)$	
Species.	

Si F = 16.

$2(3^3\cdot 5)$	$\bar{\bar{f}}s$

Si F = 32.

$1(3^3\cdot 5)$	$\bar{f}s$
$2(3^3\cdot 5)$	$\bar{f}s:\bar{\bar{f}}s$

Si F = 64.

$1(3^3\cdot 5)$	fs
$2(3^3\cdot 5)$	$fs:\bar{f}s$
$2^2(3^3\cdot 5)$	$fs:\bar{f}s:\bar{\bar{f}}s$

Si F = 128.

$1(3^3\cdot 5)$	Fs
$2(3^3\cdot 5)$	$Fs:fs$
$2^2(3^3\cdot 5)$	$Fs:fs:\bar{f}s$
$2^3(2^3\cdot 5)$	$Fs:fs:\bar{f}s:\bar{\bar{f}}s$

Formae.

Variat.	
$2^n(3^2\cdot 5^2)$	
Species.	

Si F = 32.

$1(3^2\cdot 5^2)$	$\bar{\bar{d}}s$

Si F = 64.

$1(3^2\cdot 5^2)$	$\bar{d}s$
$2(3^2\cdot 5^2)$	$\bar{d}s:\bar{\bar{d}}s$

Si

Si $F = 128$.

$1(3^2 . 5^2)$	ds
$2(3^2 . 5^2)$	$ds : \bar{d}s$
$2^2(3^2 . 5^2)$	$ds : \bar{d}s : \bar{\bar{d}}s$

Si $F = 256$.

$1(3^2 . 5^2)$	Ds
$2(3^2 . 5^2)$	$Ds : ds$
$2^2(3^2 . 5^2)$	$Ds : ds : \bar{d}s$
$2^3(3^2 . 5^2)$	$Ds : ds : \bar{d}s : \bar{\bar{d}}s$

Formae.

Variat. $2^n(3^3 . 5^2)$ Species.	

Si $F = 64$.

$1(3^3 . 5^2)$	$\bar{\bar{b}}$

Si $F = 128$.

$1(3^3 . 5^2)$	$\bar{b}$
$2(3^3 . 5^2)$	$\bar{b} : \bar{\bar{b}}$

Si $F = 256$.

$1(3^3 . 5^2)$	b
$2(3^3 . 5^2)$	$b : \bar{b}$
$2^2(3^3 . 5^2)$	$b : \bar{b} : \bar{\bar{b}}$

Si $F = 512$.

$1(3^3 . 5^2)$	B
$2(3^3 . 5^2)$	$B : b$
$2^2(3^2 . 5^2)$	$B : b : \bar{b}$
$2^3(3^3 . 5^2)$	$B : b : \bar{b} : \bar{\bar{b}}$

Confonantiae $2^n.3$

Variat. $2^n 3.(1)$ *Species*	***Formae.***
	Si F = 1.
$3(1)$	$F:\bar{c}$
$2.\ 3(1)$	$F:f:\bar{c}:\bar{\bar{c}}$
$2^2.3(1)$	$F:f:\bar{c}:\bar{f}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
$2^3.3(1)$	$F:f:\bar{c}:\bar{f}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
	Si F = 2.
$2.\ 3(1)$	$F:c:\bar{c}$
$2^2.3(1)$	$F:c:f:\bar{c}:\bar{\bar{c}}$
$2^3.3(1)$	$F:c:f:\bar{c}:\bar{f}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
$2^4.3(1)$	$F:c:f:\bar{c}:\bar{f}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
	Si F = 4.
$2^2.3(1)$	$C:F:c:\bar{c}$
$2^3.3(1)$	$C:F:c:f:\bar{c}:\bar{\bar{c}}$
$2^4.3(1)$	$C:F:c:f:\bar{c}:\bar{f}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
$2^5.3(1)$	$C:F:c:f:\bar{c}:\bar{f}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$

Variat. $2^n.3(3)$ *Species.*	***Formae.***
	Si F = 1.
$3(3)$	$\bar{c}:\bar{\bar{g}}$
$2.\ 3(3)$	$\bar{c}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}$
$2^2.3(3)$	$\bar{c}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
	Si F = 2
$3(3)$	$c:\bar{g}$
$2.\ 3(3)$	$c:\bar{c}:\bar{g}:\bar{\bar{g}}$
$2^2.3(3)$	$c:\bar{c}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}$
$2^3.3(3)$	$c:\bar{c}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$

Si

Si F = 4.

$3(3)$	$C:g$
$2.\ 3(3)$	$C:c:g:\bar{g}$
$2^2.\ 3(3)$	$C:c:g:\bar{c}:\bar{g}:\bar{\bar{g}}$
$2^3.\ 3(3)$	$C:c:g:\bar{c}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}$
$2^4.\ 3(3)$	$C:c:g:\bar{c}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$

Si F = 8.

$2.\ 3(3)$	$C:G:g$
$2^2.\ 3(3)$	$C:G:c:g:\bar{g}$
$2^3.\ 3(3)$	$C:G:c:g:\bar{c}:\bar{g}:\bar{\bar{g}}$
$2^4.\ 3(3)$	$C:G:c:g:\bar{c}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}$
$2^5.\ 3(3)$	$C:G:c:g:\bar{c}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$

Variat. $2^n.\ 3(5)$ *Species.*	*Formae.*
	Si F = 2.
$3(5)$	$a:\bar{\bar{e}}$
$2.\ 3(3)$	$a:\bar{a}:\bar{\bar{e}}$
$2^2.\ 3(5)$	$a:\bar{a}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{a}}$
	Si F = 4.
$3(5)$	$A:\bar{e}$
$2.\ 3(5)$	$A:a:\bar{e}:\bar{\bar{e}}$
$2^2.\ 3(5)$	$A:a:\bar{e}:\bar{a}:\bar{\bar{e}}$
$2^3.\ 3(5)$	$A:a:\bar{e}:\bar{a}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{a}}$
	Si F = 8.
$2.\ 3(5)$	$A:e:\bar{e}$
$2^2.\ 3(5)$	$A:e:a:\bar{e}:\bar{\bar{e}}$
$2^3.\ 3(5)$	$A:e:a:\bar{e}:\bar{a}:\bar{\bar{e}}$
$2^4.\ 3(5)$	$A:e:a:\bar{e}:\bar{a}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{a}}$

Si

Si $F = 16$.

$2^2 . 3 (5)$	$E : A : e : \bar{e}$
$2^3 . 3 (5)$	$E : A : e : a : \bar{e} : \bar{\bar{e}}$
$2^4 . 3 (5)$	$E : A : e : a : \bar{e} : \bar{a} : \bar{\bar{e}}$
$2^5 . 3 (5)$	$E : A : e : a : \bar{e} : \bar{a} : \bar{\bar{e}} : \bar{\bar{a}}$

Formae.

Variat. $2^n . 3 (3^2)$ *Species.*	
	Si $F = 4$.
$3 (3^2)$	$g : \bar{\bar{d}}$
$2 . 3 (3^2)$	$g : \bar{g} : \bar{\bar{d}}$
$2^2 . 3 (3^2)$	$g : \bar{g} : \bar{\bar{d}} : \bar{\bar{g}}$
	Si $F = 8$.
$3 (3^2)$	$G : \bar{d}$
$2 . 3 (3^2)$	$G : g : \bar{d} : \bar{\bar{d}}$
$2^2 . 3 (3^2)$	$G : g : \bar{d} : \bar{g} : \bar{\bar{d}}$
$2^3 . 3 (3^2)$	$G : g : \bar{d} : \bar{g} : \bar{\bar{d}} ; \bar{\bar{g}}$
	Si $F = 16$.
$2 . 3 (3^2)$	$G : d : \bar{d}$
$2^2 . 3 (3^2)$	$G : d : g : \bar{d} : \bar{\bar{d}}$
$2^3 . 3 (3^2)$	$G : d : g : \bar{d} : \bar{g} : \bar{\bar{d}}$
$2^4 . 3 (3^2)$	$G : d : g : \bar{d} : \bar{g} : \bar{\bar{d}} : \bar{\bar{g}}$
	Si $F = 32$
$2^2 . 3 (3^2)$	$D : G : d : \bar{d}$
$2^3 . 3 (3^2)$	$D : G : d : g : \bar{d} : \bar{\bar{d}}$
$2^4 . 3 (3^2)$	$D : G : d : g : \bar{d} : \bar{g} : \bar{\bar{d}}$
$2^5 . 3 (3^2)$	$D : G : d : g : \bar{d} : \bar{g} : \bar{\bar{d}} : \bar{\bar{g}}$

Formae.

Variat. $2^n . 3 (3 . 5)$ *Species.*	
	Si $F = 4$.
$3 (3 . 5)$	$\bar{\bar{e}} : \bar{\bar{b}}$
$2 . 3 (3 . 5)$	$\bar{e} : \bar{\bar{e}} : \bar{\bar{b}}$

Si

Si F = 8.

3(3·5)	$e:\bar{b}$
2. 3(3·5)	$e:\bar{e}:\bar{b}:\bar{\bar{b}}$
2^2. 3(3·5)	$e:\bar{e}:\bar{b}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{b}}$

Si F = 16.

3(3·5)	$E:b$
2. 3(3·5	$E:e:b:\bar{b}$
2^2. 3 (3·5)	$E:e:b\cdot\bar{e}:\bar{b}:\bar{\bar{b}}$
2^3. 3(3·5	$E:e:b:\bar{e}:\bar{b}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{b}}$

Si F = 32.

2. 3(3·5)	$E:H:b$
2^2. 3(3·5)	$E:H:e:b:\bar{b}$
2^3. 3(3·5)	$E:H:e:b:\bar{e}.\bar{b}:\bar{\bar{b}}$
2^4. 3(3·5)	$E:H:e:b:\bar{e}:\bar{b}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{b}}$

Variat. $2^n \cdot 3(5^2)$ *Species.*	# Formae.

Si F = 8.

$3(5^2)$	$\bar{c}s:\bar{\bar{g}}s$
2. $3(5^2)$	$\bar{c}s:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{g}}s$

Si F = 16.

$3(5^2)$	$cs:\bar{g}s$
2. $3(5^2)$	$cs:\bar{c}s:\bar{g}s:\bar{\bar{g}}s$
$2^2 \cdot 3(5^2)$	$cs:\bar{c}s.\bar{g}s:\bar{\bar{c}}s:\bar{g}s$

Si F = 32.

$3(5^2)$	$Cs:gs$
2. $3(5^2)$	$Cs:cs:gs:\bar{g}s$
$2^2 \cdot 3(5^2)$	$Cs:cs:gs:\bar{c}s:\bar{g}s:\bar{\bar{g}}s$
$2^3 \cdot 3(5^2)$	$Cs:cs:gs:\bar{c}s:\bar{g}s:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{g}}s$

Si F = 64.

2. $3(5^2)$	$Cs:Gs:gs$
2^2. $3(5^2)$	$Cs:Gs:cs:gs:\bar{g}s$
2^3. $3(5^2)$	$Cs:Gs:cs:gs:\bar{c}s:\bar{g}s:\bar{\bar{g}}s$
2^4. $3(5^2)$	$Cs:Gs:cs:gs:\bar{c}s:\bar{g}s:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{g}}s$

Variat. $2^n \cdot 3(3^2 \cdot 5)$ *Species.*	**Formae.**
	Si F = 16.
$3(3^2 \cdot 5)$	$b : \bar{f}s$
$2 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	$b : \bar{b} : \bar{f}s$
$2^2 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	$b : \bar{b} : \bar{f}s : \bar{\bar{b}}$
	Si F = 32.
$3(3^2 \cdot 5)$	$H : \bar{f}s$
$2 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	$H : b : \bar{f}s : \bar{f}s$
$2^2 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	$H : b : \bar{f}s : \bar{b} : \bar{f}s$
$2^3 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	$H : b : \bar{f}s : \bar{b} : \bar{f}s : \bar{\bar{b}}$
	Si F = 64.
$2 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	$H : fs : \bar{f}s$
$2^2 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	$H : fs : b : \bar{f}s : \bar{f}s$
$2^3 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	$H : fs : b : \bar{f}s : \bar{b} : \bar{f}s$
$2^4 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	$H : fs : b : \bar{f}s : \bar{b} : \bar{f}s : \bar{\bar{b}}$
	Si F = 128.
$2^2 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	$Fs : H : fs : \bar{f}s$
$2^3 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	$Fs : H : fs : b : \bar{f}s : \bar{f}s$
$2^4 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	$Fs : H : fs : b : \bar{f}s : \bar{b} : \bar{f}s$
$2^5 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	$Fs : H : fs : b : \bar{f}s : \bar{b} : \bar{f}s : \bar{\bar{b}}$

Variat. $2^n \cdot 3(3 \cdot 5^2)$ *Species.*	**Formae.**
	Si F = 32.
$3(3 \cdot 5^2)$	$gs : \bar{\bar{d}}s$
$2 \cdot 3(3 \cdot 5^2)$	$gs : \bar{g}s : \bar{\bar{d}}s$
$2^2 \cdot 3(3 \cdot 5^3)$	$gs : \bar{g}s : \bar{d}s : \bar{\bar{g}}s$
	Si F = 64.
$3(3 \cdot 5^2)$	$Gs : \bar{d}s$
$2 \cdot 3(3 \cdot 5^2)$	$Gs : gs : \bar{d}s : \bar{\bar{d}}s$
$2^2 \cdot 3(3 \cdot 5^2)$	$Gs : gs : \bar{d}s : \bar{g}s : \bar{\bar{g}}s$
$2^3 \cdot 3(3 \cdot 5^2)$	$Gs : gs : \bar{d}s . \bar{g}s : \bar{\bar{d}}s : \bar{\bar{g}}s$

Si

	Si F = 128.
$2.3(3\cdot5^2)$	$Gs : ds : \bar{d}s$
$2^2.3(3\cdot5^2)$	$Gs : ds : gs : \bar{d}s : \bar{\bar{d}}s$
$2^3.3(3\cdot5^2)$	$Gs : ds : gs : \bar{d}s : \bar{g}s : \bar{\bar{d}}s$
$2^4.3(3\cdot5^2)$	$Gs : ds : gs : \bar{d}s : \bar{g}s : \bar{\bar{d}}s : \bar{\bar{g}}s$
	Si F = 256.
$2^2.3(3\cdot5^2)$	$Ds : Gs : ds : \bar{d}s$
$2^3.3(3\cdot5^2)$	$Ds : Gs : ds : gs : \bar{d}s : \bar{\bar{d}}s$
$2^4.3(3\cdot5^2)$	$Ds : Gs . ds : gs : \bar{d}s : \bar{g}s : \bar{\bar{d}}s$
$2^5.3(3\cdot5^2)$	$Ds : Gs : ds : gs : \bar{d}s : \bar{g}s : \bar{\bar{d}}s : \bar{\bar{g}}s$

Variat. $2^n.3(3^2\cdot5^2)$ *Species.*	**Formae.**
	Si F = 64.
$3(3^2\cdot5^2)$	$\bar{d}s : \bar{\bar{b}}$
$2.3(3^2\cdot5^2)$	$\bar{d}s : \bar{\bar{d}}s : \bar{\bar{b}}$
	Si F = 128.
$3(3^2\cdot5^2)$	$ds : \bar{b}$
$2.3(3^2\cdot5^2)$	$ds : \bar{d}s : \bar{b} : \bar{\bar{b}}$
$2^2.3(3^2\cdot5^2)$	$ds : \bar{d}s : \bar{b} : \bar{\bar{d}}s : \bar{\bar{b}}$
	Si F = 256.
$3(3^2\cdot5^2)$	$Ds : b$
$2.3(3^2\cdot5^2)$	$Ds : ds : b : \bar{b}$
$2^2.3(3^2\cdot5^2)$	$Ds : ds : b : \bar{d}s : \bar{b} : \bar{\bar{b}}$
$2^3.3(3^2\cdot5^2)$	$Ds : ds : b : \bar{d}s : \bar{b} : \bar{\bar{d}}s : \bar{\bar{b}}$
	Si F = 512.
$2.3(3^2\cdot5^2)$	$Ds : B : b$
$2^2.3(3^2\cdot5^2)$	$Ds : B : ds : b : \bar{b}$
$2^3.3(3^2\cdot5^2)$	$Ds : B : ds : b : \bar{d}s : \bar{b} : \bar{\bar{b}}$
$2^4.3(3^2\cdot5^2)$	$Ds : B : ds : b : \bar{d}s : \bar{b} : \bar{\bar{d}}s : \bar{\bar{b}}$

Variat. $2^n\,5\,(1)$ *Species.*	Consonantiae $2^n.5$. *Formae.*
	Si $F = 1$.
$5\,(1)$	$F:\bar{\bar{a}}$
$2.5\,(1)$	$F:f:\bar{a}:\bar{\bar{a}}$
$2^2.5\,(1)$	$F:f:\bar{f}:\bar{a}:\bar{\bar{a}}$
$2^3.5\,(1)$	$F:f:\bar{f}:\bar{a}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{a}}$
	Si $F = 2$.
$2\,5\,(1)$	$F:a:\bar{\bar{a}}$
$2^2.5\,(1)$	$F:f:a:\bar{a}:\bar{\bar{a}}$
$2^3.5\,(1)$	$F:f:a:\bar{f}:\bar{a}:\bar{\bar{a}}$
$2^4.5\,(1)$	$F:f:a:\bar{f}:\bar{a}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{a}}$
	Si $F = 4$.
$2^2.5\,(1)$	$F:A.a:\bar{\bar{a}}$
$2^3.5\,(1)$	$F:A:f:a:\bar{a}:\bar{\bar{a}}$
$2^4.5\,(1)$	$F:A:f:a:\bar{f}:\bar{a}:\bar{\bar{a}}$
$2^5.5\,(1)$	$F:A:f:a:\bar{f}:\bar{a}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{a}}$

Variat. $2^n.5\,(3)$ *Species.*	*Formae.*
	Si $F = 2$.
$5\,(3)$	$c:\bar{\bar{e}}$
$2.5\,(3)$	$c:\bar{c}:\bar{\bar{e}}$
$2^2.5\,(3)$	$c:\bar{c}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}$
	Si $F = 4$.
$5\,(3)$	$C:\bar{e}$
$2.5\,(3)$	$C:c:\bar{e}:\bar{\bar{e}}$
$2^2.5\,(3)$	$C:c:\bar{c}:\bar{e}:\bar{\bar{e}}$
$2^3.5\,(3)$	$C:c:\bar{c}:\bar{e}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}$

Si

	Si $F = 8$.
$2 . 5\,(3)$	$C:e:\bar{e}$
$2^2 . 5\,(3)$	$C:c:e:\bar{e}:\bar{\bar{e}}$
$2^3 . 5\,(3)$	$C:c:e.\bar{c}:\bar{e}:\bar{\bar{e}}$
$2^4 . 5\,(3)$	$C:c:e:\bar{c}:\bar{e}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}$
	Si $F = 16$.
$2^2 . 5\,(3)$	$C:E:e:\bar{e}$
$2^3 . 5\,(3)$	$C:E:c:e:\bar{e}:\bar{\bar{e}}$
$2^4 . 5\,(3)$	$C:E:c:e:\bar{c}:\bar{e}:\bar{\bar{e}}$
$2^5 . 5\,(3)$	$C:E\cdot c:e:\bar{c}:\bar{e}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}$

Variat. $2^n . 5\,(3)$ *Species.*	**Formae.**
	Si $F = 4$.
$5\,(5)$	$A:\bar{\bar{c}}s$
$2 . 5\,(5)$	$A:a:\bar{\bar{c}}s$
$2^2 . 5\,(5)$	$A:a:\bar{a}:\bar{\bar{c}}s$
$2^3 . 5\,(5)$	$A:a:\bar{a}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{a}}$
	Si $F = 8$.
$2 . 5\,(5)$	$A:\bar{c}s:\bar{\bar{c}}s$
$2^2 . 5\,(5)$	$A:a:\bar{c}s:\bar{\bar{c}}s$
$2^3 . 5\,(5)$	$A:a.\bar{c}s:\bar{a}:\bar{\bar{c}}s$
$2^4 . 5\,(5)$	$A:a:\bar{c}s:\bar{a}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{a}}$
	Si $F = 16$.
$2^2 . 5\,(5)$	$A:cs:\bar{c}s:\bar{\bar{c}}s$
$2^3 . 5\,(5)$	$A.cs:a:\bar{c}s:\bar{\bar{c}}s$
$2^4 . 5\,(5)$	$A:cs:a:\bar{c}s:\bar{a}:\bar{\bar{c}}s$
$2^5 . 5\,(5)$	$A:cs:a:\bar{c}s:\bar{a}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{a}}$
	Si $F = 32$.
$2^3 . 5\,(5)$	$Cs:A:cs:\bar{c}s:\bar{\bar{c}}s$
$2^4 . 5\,(5)$	$Cs:A:cs:a.\bar{c}s:\bar{\bar{c}}s$
$2^5 . 5\,(5)$	$Cs:A:cs:a:\bar{c}s:\bar{a}:\bar{\bar{c}}s$
$2^6 . 5\,(5)$	$Cs:A:cs:a:\bar{c}s:\bar{a}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{a}}$

Va-

Variat. $2^n.5(3^2)$ *Species.*	**Formae.**
	Si $F=4$.
$5(3^2)$	g : ƀ
$2.5(3^2)$	g : $\bar{g}$: ƀ
$2.5(3^2)$	g : $\bar{g}$: $\bar{\bar{g}}$: ƀ
	Si $F=8$.
$5(3^2)$	G : ƀ
$2.5(3^2)$	G : g : b : ƀ
$2^2.5(3^2)$	G : g : $\bar{g}$: b : ƀ
$2^3.5(3^2)$	G : g : $\bar{g}$: b : $\bar{\bar{g}}$: ƀ
	Si $F=16$.
$2.5(3^2)$	G : h : ƀ
$2^2.5(3^2)$	G : g : h : b : ƀ
$2^3.5(3^2)$	G : g : h : $\bar{g}$: b : ƀ
$2^4.5(3^2)$	G : g ; h : $\bar{g}$: b : $\bar{\bar{g}}$: ƀ
	Si $F=32$.
$2^2.5(3^2)$	G : H : h : ƀ
$2^3.5(3^2)$	G : H : g : h : b : ƀ
$2^4.5(3^2)$	G : H : g : h : $\bar{g}$: b : ƀ
$2^5.5(3^2)$	G : H : g : h : $\bar{g}$: b : $\bar{\bar{g}}$: ƀ

Variat. $2^n 5(3.5)$ *Species.*	**Formae.**
	Si $F=8$.
$5(3.5)$	e : $\bar{\bar{g}}s$
$2.5(3.5)$	e : $\bar{e}$: $\bar{\bar{g}}s$
$2^2.5(3.5)$	e : $\bar{e}$: $\bar{\bar{e}}$: $\bar{\bar{\bar{g}}}s$
	Si $F=16$.
$5(3.5)$	E : $\bar{g}s$
$2.5(3.5)$	E : e : $\bar{g}s$: $\bar{\bar{g}}s$
$2^2.5(3.5)$	E : e : $\bar{e}$: $\bar{g}s$: $\bar{\bar{g}}s$
$2^3.5(3.5)$	E : e : $\bar{e}$: $\bar{g}s$: $\bar{\bar{e}}$: $\bar{\bar{g}}s$

Si

	Si F = 32.
2. 5 (3 . 5)	E : *gs* : $\overline{gs}$
2^2. 5 (3 . 5)	E : *e* : *gs* : $\overline{gs}$: $\overline{\overline{gs}}$
2^3. 5 (3 . 5)	E : *e* : *gs* : $\overline{e}$: $\overline{gs}$: $\overline{\overline{gs}}$
2^4. 5 (3 . 5)	E : *e* : *gs* : $\overline{e}$: $\overline{gs}$: $\overline{\overline{e}}$: $\overline{\overline{gs}}$
	Si F = 64.
2^2. 5 (3 . 5)	E : G*s* : *gs* : $\overline{gs}$
2^3. 5 (3 . 5)	E : G*s* : *e* : *gs* : $\overline{gs}$: $\overline{\overline{gs}}$
2^4. 5 (3 . 5)	E : G*s* : *e* : *gs* : $\overline{e}$: $\overline{gs}$: $\overline{\overline{gs}}$
2^5. 5 (3 . 5)	E : G*s* : *e* : *gs* : $\overline{e}$: $\overline{gs}$: $\overline{\overline{e}}$: $\overline{\overline{gs}}$

Variat. 2^n. 5 (3^3) *Species*	**Formae.**
	Si F = 16.
5 (3^3)	*d* : $\overline{\overline{fs}}$
2. 5 (3^3)	*d* : $\overline{d}$: $\overline{\overline{fs}}$
2^2. 5 (3^3)	*d* : $\overline{d}$: $\overline{\overline{d}}$: $\overline{\overline{fs}}$
	Si F = 32.
5 (3^3)	D : $\overline{fs}$
2. 5 (3^3)	D : *d* : $\overline{fs}$: $\overline{\overline{fs}}$
2^2. 5 (3^3)	D : *d* : $\overline{d}$: $\overline{fs}$: $\overline{\overline{fs}}$
2^3. 5 (3^3)	D : *d* : $\overline{d}$: $\overline{fs}$: $\overline{\overline{d}}$: $\overline{\overline{fs}}$
	Si F = 64.
2. 5 (3^3)	D : *fs* : $\overline{fs}$
2^2. 5 (3^3)	D : *d* : *fs* : $\overline{fs}$: $\overline{\overline{fs}}$
2^3. 5 (3^3)	D : *d* : *fs* : $\overline{d}$: $\overline{fs}$: $\overline{\overline{fs}}$
2^4. 5 (3^3)	D : *d* : *fs* : $\overline{d}$: $\overline{fs}$: $\overline{\overline{d}}$: $\overline{\overline{fs}}$
	Si F = 128.
2^2. 5 (3^3)	D : F*s* : *fs* : $\overline{fs}$
2^3. 5 (3^3)	D : F*s* : *d* : *fs* : $\overline{fs}$: $\overline{\overline{fs}}$
2^4. 5 (3^3)	D : F*s* : *d* : *fs* : $\overline{d}$: $\overline{fs}$: $\overline{\overline{fs}}$
2^5. 5 (3^3)	D : F*s* : *d* : *fs* : $\overline{d}$: $\overline{fs}$: $\overline{\overline{d}}$: $\overline{\overline{fs}}$

For-

Variat. $2^n.5(3^2.5)$ Species	Formae.
	Si $F = 32$.
$5(3^2.5)$	$H:\bar{\bar{d}}s$
$2.5(3^2.5)$	$H:b:\bar{\bar{d}}s$
$2^2.5(3^2.5)$	$H:b.\bar{b}:\bar{\bar{d}}s$
$2^3.5(3^2.5)$	$H:b:\bar{b}:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{b}}$
	Si $F = 64$.
$2.5(3^2.5)$	$H:\bar{d}s:\bar{\bar{d}}s$
$2^2.5(3^2.5)$	$H:b:\bar{d}s:\bar{\bar{d}}s$
$2^3.5(3^2.5)$	$H:b:\bar{d}s:\bar{b}:\bar{\bar{d}}s$
$2^4.5(3^2.5)$	$H:b:\bar{d}s:\bar{b}:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{b}}$
	Si $F = 128$.
$2^2.5(3^2.5)$	$H.ds:\bar{d}s:\bar{\bar{d}}s$
$2^3.5(3^2.5)$	$H:ds:b:\bar{d}s:\bar{\bar{d}}s$
$2^4.5(3^2.5)$	$H:ds:b:\bar{d}s:\bar{b}:\bar{\bar{d}}s$
$2^5.5(3^2.5)$	$H:ds:b:\bar{d}s:\bar{b}:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{b}}$
	Si $F = 256$.
$2^3.5(3^2.5)$	$Ds:H:ds:\bar{d}s:\bar{\bar{d}}s$
$2^4.5(3^2.5)$	$Ds:H:ds:b:\bar{d}s:\bar{\bar{d}}s$
$2^5.5(3^2.5)$	$Ds:H:ds:b:\bar{d}s:\bar{b}:\bar{\bar{d}}s$
$2^6.5(3^2.5)$	$Ds:H:ds:b:\bar{d}s:\bar{b}:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{b}}$

Variat. $2^n.5(3^3.5)$ Species.	Formae.
	Si $F = 64$.
$5(3^3.5)$	$fs:\bar{\bar{b}}$
$2.5(3^3.5)$	$fs:\bar{f}s:\bar{\bar{b}}$
$2^2.5(3^3.5)$	$fs:\bar{f}s:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{b}}$
	Si $F = 128$.
$5(3^3.5)$	$Fs:\bar{\bar{b}}$
$2.5(3^3.5)$	$Fs:fs:\bar{b}:\bar{\bar{b}}$
$2^2.5(3^3.5)$	$Fs:fs:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{\bar{b}}$
$2^3.5(3^3.5)$	$Fs:fs:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{b}}$

Si

	Si F = 256.
$2.5(3^3.5)$	$Fs:b:\bar{b}$
$2^2.5(3^3.5)$	$Fs:fs:b:\bar{b}:\bar{\bar{b}}$
$2^3.5(3^3.5)$	$Fs:fs:b:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{\bar{b}}$
$2^4.5(3^3.5)$	$Fs:fs:b:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{b}}$
	Si F = 512.
$2^2.5(3^3.5)$	$Fs:B:b:\bar{b}$
$2^3.5(3^3.5)$	$Fs:B:fs:b:\bar{b}:\bar{\bar{b}}$
$2^4.5(3^3.5)$	$Fs:B:fs:b:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{\bar{b}}$
$2^5.5(3^3.5)$	$Fs:B:fs:b:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{b}}$

Variat.	Consonantiae $2^n.3^2$.
$2^n.3^2(1)$	*Formae.*
Species.	Si F = 1.
$3^2(1)$	$F:\bar{c}:\bar{\bar{g}}$
$2.\ 3^2(2)$	$F:f:\bar{c}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}$
$2^2.\ 3^2(1)$	$F:f:\bar{c}:\bar{f}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
$2^3.\ 3^2(1)$	$F:f:\bar{c}:\bar{f}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
	Si F = 2.
$2.\ 3^2(1)$	$F:c:\bar{c}:\bar{g}:\bar{\bar{g}}$
$2^2.\ 3^2(1)$	$F:c:f:\bar{c}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}$
$2^3.\ 3^2(1)$	$F:c:f:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
$2^4.\ 3^2(1)$	$F:c:f:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
	Si F = 4.
$2^2.\ 3^2(1)$	$C:F:c:g:\bar{c}:\bar{g}:\bar{\bar{g}}$
$2^3.\ 3^2(1)$	$C:F:c:f:g:\bar{c}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}$
$2^4.\ 3^2(1)$	$C:F:c:f:g:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
$2^5.\ 3^2(1)$	$C:F:c:f:g:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$

	Si F $=$ 8.
$2^3.3^2(1)$	$C:F:G:c:g:\bar{c}:\bar{g}:\bar{\bar{g}}$
$2^4.3^2(1)$	$C:F:G:c:f:g:\bar{c}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}$
$2^5.3^2(1)$	$C:F:G:c:f:g:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
$2^6.3^2(1)$	$C:F:G:c:f:g.\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$.

Variat. $2^n.3^2(3)$ *Species.*	**Formae.**
	Si F $=$ 4.
$3^2.(3)$	$C:g:\bar{\bar{d}}$
$2.3^2(3)$	$C:c:g:\bar{g}:\bar{\bar{d}}$
$2^2.3^2(3)$	$C:c:g:\bar{c}:\bar{g}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}$
$2^3.3^2(3)$	$C:c:g:\bar{c}.\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}$
	Si F $=$ 8.
$2.3^2(3)$	$C:G:c:g:\bar{d}:\bar{\bar{d}}$
$2^2\ 3^2(3)$	$C:G:c:g:\bar{d}:\bar{g}:\bar{\bar{d}}$
$2^3.3\ (3)$	$C:G:c:g:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}$
$2^4.3^2(3)$	$C:G:c:g:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}$
	Si F $=$ 16.
$2^2.3^2(3)$	$C:G:d:g:\bar{d}:\bar{\bar{d}}$
$2^3.3^2(3)$	$C:G:c:d:g:\bar{d}:\bar{g}:\bar{\bar{d}}$
$2^4.3^2(3)$	$C:G:c\cdot d:g:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}$
$2\ .3^2(3)$	$C:G:c:d:g:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}$
	Si F $=$ 32.
$2^3.3^2(3)$	$C:D:G:d:g:\bar{d}:\bar{\bar{d}}$
$2^4.3^2(3)$	$C:D:G:c:d:g:\bar{d}:\bar{g}:\bar{\bar{d}}$
$2^5.3^2(3)$	$C:D:G:c:d:g:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}$
$2^6.3^2(3)$	$C:D:G:c:d:g:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}$

For-

Variat. $2^n \cdot 3^2(5)$ Species.	Formae.
	Si F = 4.
$3^2(5)$	$A : \bar{e} : \bar{\bar{b}}$
$2^3 \cdot 3^2(5)$	$A : a : \bar{e} : \bar{\bar{e}} : \bar{\bar{b}}$
$2^2 \cdot 3^2(5)$	$A : a : \bar{e} : \bar{a} : \bar{\bar{e}} : \bar{\bar{b}}$
$2^2 \cdot 3^2(5)$	$A : a : \bar{e} : \bar{a} : \bar{\bar{e}} : \bar{\bar{a}} : \bar{\bar{b}}$
	Si F = 8.
$2^2 \cdot 3^2(5)$	$A : e : \bar{e} : \bar{b} : \bar{\bar{b}}$
$2^2 \cdot 3^2(5)$	$A : e : a : \bar{e} : \bar{b} : \bar{\bar{e}} : \bar{\bar{b}}$
$2^3 \cdot 3^2(5)$	$A : e : a : \bar{e} : \bar{a} : \bar{b} : \bar{\bar{e}} : \bar{\bar{b}}$
$2^4 \cdot 3^2(5)$	$A : e : a : \bar{e} : \bar{a} : \bar{b} : \bar{\bar{e}} : \bar{\bar{a}} : \bar{\bar{b}}$
	Si F = 16.
$2^2 \cdot 3^2(5)$	$E : A : e : b : \bar{e} : \bar{b} : \bar{\bar{b}}$
$2^3 \cdot 3^2(5)$	$E : A : e : a : b : \bar{e} : \bar{b} : \bar{\bar{e}} : \bar{\bar{b}}$
$2^4 \cdot 3^2(5)$	$E : A : e : a : b : \bar{e} : \bar{a} : \bar{b} : \bar{\bar{e}} : \bar{\bar{b}}$
$2^5 \cdot 3^2(5)$	$E : A : e : a : b : \bar{e} : \bar{a} : \bar{b} : \bar{\bar{e}} : \bar{\bar{a}} : \bar{\bar{b}}$
	Si F = 32.
$2^3 \cdot 3^2(5)$	$E : A : H : e : b : \bar{e} : \bar{b} : \bar{\bar{b}}$
$2^4 \cdot 3^2(5)$	$E : A : H : e : a : b . \bar{e} : \bar{b} : \bar{\bar{e}} : \bar{\bar{b}}$
$2^5 \cdot 3^2(5)$	$E : A : H : e : a : b : \bar{e} : \bar{a} : \bar{b} : \bar{\bar{e}} : \bar{\bar{b}}$
$2^6 \cdot 3^2(5)$	$E : A : H : e : a : b : \bar{e} : \bar{a} : \bar{b} : \bar{\bar{e}} : \bar{\bar{a}} : \bar{\bar{b}}$

Variat. $2^n \cdot 3^2(3 \cdot 5)$ Species.	Formae.
	Si F = 16.
$3^2(3 \cdot 5)$	$E : b : \bar{f}s$
$2 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$	$E : e : b : \bar{b} : \bar{f}s$
$2^2 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$	$E : e : b : \bar{e} : \bar{b} : \bar{f}s : \bar{\bar{b}}$
$2^3 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$	$E : e : b : \bar{e} . \bar{b} : \bar{\bar{e}} : \bar{f}s : \bar{\bar{b}}$

Si

	Si F = 32.
$2\cdot3^2(3\cdot5)$	E:H:h:$\bar{f}s$:$\bar{\bar{f}}s$
$2^2\cdot3^2(3\cdot5)$	E:H:e:h:$\bar{f}s$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{f}}s$
$2^3\cdot3^2(3\cdot5)$	E:H:e:h:$\bar{e}$:$\bar{f}s$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{f}}s$:$\bar{\bar{h}}$
$2^4\cdot3^2(3\cdot5)$	E:H:e:h:$\bar{e}$:$\bar{f}s$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{f}}s$:$\bar{\bar{h}}$
	Si F = 64.
$2^2\cdot3^2(3\cdot5)$	E:H:fs:h:$\bar{f}s$:$\bar{\bar{f}}s$
$2^3\cdot3^2(3\cdot5)$	E:H:e:fs:h:$\bar{f}s$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{f}}s$
$2^4\cdot3^2(3\cdot5)$	E:H:e:fs:h:$\bar{e}$.$\bar{f}s$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{f}}s$:$\bar{\bar{h}}$
$2^5\cdot3^2(3\cdot5)$	E:H:e:fs:h:$\bar{e}$:$\bar{f}s$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{f}}s$:$\bar{\bar{h}}$
	Si F = 128.
$2^3\cdot3^2(3\cdot5)$	E:Fs:H:fs:h:$\bar{f}s$:$\bar{\bar{f}}s$
$2^4\cdot3^2(3\cdot5)$	E:Fs:H:e:fs:h:$\bar{f}s$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{f}}s$
$2^5\cdot3^2(3\cdot5)$	E:Fs:H:e:fs:h:$\bar{e}$:$\bar{f}s$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{f}}s$:$\bar{\bar{h}}$
$2^6\cdot3^2(3\cdot5)$	E:Fs:H:e:fs·h:$\bar{e}$:$\bar{f}s$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{f}}s$:$\bar{\bar{h}}$

Variat. $2^n\cdot3^2(5^2)$ *Species.*	*Formae.*
	Si F = 32.
$3^2\cdot(5^2)$	Cs:gs:$\bar{\bar{d}}s$
$2\cdot3^2(5^2)$	Cs:cs:gs:$\bar{g}s$:$\bar{\bar{d}}s$
$2^2\cdot3^2(5^2)$	Cs:cs:gs:$\bar{c}s$:$\bar{g}s$:$\bar{\bar{d}}s$:$\bar{\bar{g}}s$
$2^3\cdot3^2(5^2)$	Cs:cs:gs:$\bar{c}s$:$\bar{g}s$:$\bar{\bar{c}}s$.$\bar{\bar{d}}s$:$\bar{\bar{g}}s$
	Si F = 64.
$2\cdot3^2(5^2)$	Cs:Gs:gs:$\bar{d}s$:$\bar{\bar{d}}s$
$2^2\cdot3^2(5^2)$	Cs:Gs:cs:gs:$\bar{d}s$:$\bar{g}s$:$\bar{\bar{d}}s$
$2^3\cdot3^2(5^2)$	Cs:Gs:cs:gs:$\bar{c}s$:$\bar{d}s$:$\bar{g}s$:$\bar{\bar{d}}s$:$\bar{\bar{g}}s$
$2^4\cdot3^2(5^2)$	Cs:Gs:cs:gs:$\bar{c}s$:$\bar{d}s$:$\bar{g}s$:$\bar{\bar{c}}s$:$\bar{\bar{d}}s$:$\bar{\bar{g}}s$

	Si F = 128.
$2^2.3^2(5^2)$	$Cs:Gs:ds:gs:\overline{ds}:\overline{\overline{ds}}$
$2^3.3^2(5^2)$	$Cs:Gs:cs:ds:gs:\overline{ds}:\overline{gs}:\overline{\overline{ds}}$
$2^4.3^2(5^2)$	$Cs:Gs:cs:ds:gs:\overline{cs}:\overline{ds}:\overline{gs}:\overline{\overline{ds}}:\overline{\overline{gs}}$
$2^5.3^2(5^2)$	$Cs:Gs:cs:ds:gs:\overline{cs}:\overline{ds}:\overline{gs}:\overline{\overline{cs}}:\overline{\overline{ds}}:\overline{\overline{gs}}$
	Si F = 156.
$2^3.3^2(5^2)$	$Cs:Ds:Gs:ds:gs:\overline{ds}:\overline{\overline{ds}}$
$2^4.3^2(5^2)$	$Cs:Ds:Gs:cs:ds:gs:\overline{ds}:\overline{gs}:\overline{\overline{ds}}$
$2^5.3^2(5^2)$	$Cs:Ds:Gs:cs:ds:gs:\overline{cs}:\overline{ds}:\overline{gs}:\overline{\overline{ds}}:\overline{\overline{gs}}$
$2^6.3^2(5^2)$	$Cs:Ds:Gs:cs:ds:gs:\overline{cs}.\overline{ds}:\overline{gs}:\overline{\overline{cs}}:\overline{\overline{ds}}:\overline{\overline{gs}}$
Variat. $2^n\ 3^2(3.5^2)$ *Species.*	**Formae.**
	Si F = 64.
$3^2(3.5^2)$	$Gs:\overline{ds}:\overline{\overline{b}}$
$2.\ 3^2(3.5^2)$	$Gs:gs.\overline{ds}:\overline{\overline{ds}}:\overline{\overline{b}}$
$2^2.3^2(3.5^2)$	$Gs:gs:\overline{ds}:\overline{gs}:\overline{\overline{ds}}:\overline{\overline{b}}$
$2^3.3^2(3.5^2)$	$Gs:gs:\overline{ds}:\overline{gs}:\overline{\overline{ds}}:\overline{\overline{gs}}:\overline{\overline{b}}$
	Si F = 128.
$2.\ 3^2(3.5^2)$	$Gs:ds:\overline{ds}:\overline{b}:\overline{\overline{b}}$
$2^2.3^2(3.5^2)$	$Gs:ds:gs:\overline{ds}.\overline{b}:\overline{\overline{ds}}:\overline{\overline{b}}$
$2^3.3^2(3.5^2)$	$Gs:ds:gs:\overline{ds}:\overline{gs}:\overline{b}:\overline{\overline{ds}}:\overline{\overline{b}}$
$2^4.3^2(3.5^2)$	$Gs:ds:gs:\overline{ds}\overline{gs}:\overline{b}:\overline{\overline{ds}}:\overline{\overline{gs}}:\overline{\overline{b}}$
	Si F = 256.
$2^2.3^2(3.5^2)$	$Ds:Gs:ds:b:\overline{ds}:\overline{b}:\overline{\overline{b}}$
$2^3.3^2(3.5^2)$	$Ds:Gs:ds:gs:b:\overline{ds}:\overline{b}:\overline{\overline{ds}}:\overline{\overline{b}}$
$2^4\ 3^2(3.5^2)$	$Ds:Gs:ds:gs:b:\overline{ds}.\overline{gs}:\overline{b}:\overline{\overline{ds}}:\overline{\overline{b}}$
$2^5.3^2(3.5^2)$	$Ds:Gs:ds:gs:b:\overline{ds}:\overline{gs}:\overline{b}:\overline{\overline{ds}}:\overline{\overline{gs}}:\overline{\overline{b}}$
	Si F = 512.
$2^3.3^2(3.5^2)$	$Ds:Gs:B:ds:b:\overline{ds}:\overline{b}:\overline{\overline{b}}$
$2^4.3^2(3.5^2)$	$Ds:Gs:B:ds:gs:b:\overline{ds}:\overline{b}:\overline{\overline{ds}}:\overline{\overline{b}}$
$2^5.3^2(3\ 5^2)$	$Ds:Gs:B:ds:gs:b:\overline{ds}:\overline{gs}:\overline{b}:\overline{\overline{ds}}:\overline{\overline{b}}$
$2^6\ 3(3^2.5^2)$	$Ds:Gs:B:ds:gs:b:\overline{ds}:\overline{gs}:\overline{b}:\overline{\overline{ds}}:\overline{\overline{gs}}:\overline{\overline{b}}$

Variat. $2^n.3.5(1)$ Species.	Consonantiae $2^n.3.5$. Formae.
	Si F = 1.
$3.5(1)$	$F:\bar{c}:\bar{a}$
$2.3.5(1)$	$F:f:\bar{c}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{a}}$
$2^2.3.5(1)$	$F:f:\bar{c}:\bar{f}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{a}}$
$2^3.3.5(1)$	$F:f:\bar{c}:\bar{f}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
	Si F = 2.
$3.5(1)$	$c:a:\bar{\bar{e}}$
$2.3.5(1)$	$F:c:a:\bar{c}:\bar{a}:\bar{\bar{e}}$
$2^2.3.5(1)$	$F:c:f:a:\bar{c}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{a}}$
$2^3.3.5(1)$	$F:c:f:a:\bar{c}:\bar{f}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
$2^4.3.5(1)$	$F:c:f:a:\bar{c}:\bar{f}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
	Si F = 4.
$3.5(1)$	$C:A:\bar{e}$
$2.3.5(1)$	$C:A:c:a:\bar{e}:\bar{\bar{e}}$
$2^2.3.5(1)$	$C:F:A:c:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{a}:\bar{\bar{e}}$
$2^3.3.5(1)$	$C:F:A:c:f:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{a}}$
$2^4.3.5(1)$	$C:F:A:c:f:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{f}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
$2^5.3.5(1)$	$C:F:A:c:f:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{f}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
	Si F = 8.
$2.3.5(1)$	$C:A:e:\bar{e}$
$2^2.3.5(1)$	$C:A:c:e:a:\bar{e}:\bar{\bar{e}}$
$2^3.3.5(1)$	$C:F:A:c:e:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{a}:\bar{\bar{e}}$
$2^4.3.5(1)$	$C\cdot F:A:c:e:f:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{a}}$
$2^5.3.5(1)$	$C:F:A:c:e:f:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{f}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
	Si F = 16.
$2^2.3.5(1)$	$C:E:A:e:\bar{e}$
$2^3.3.5(1)$	$C:E:A:c:e:a:\bar{e}:\bar{\bar{e}}$
$2^4.3.5(1)$	$C:E:F:A:c:e:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{a}:\bar{\bar{e}}$
$2^5.3.5(1)$	$C:E:F:A:c:e:f:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{a}}$

Variat.

Variat.	**Formae.**
$2^n.3.5(3)$	
Species.	Si $F=2$.
$3.5(3)$	$c:\bar{g}:\bar{\bar{e}}$
$2.\ 3.5(3)$	$c:\bar{c}:\bar{g}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}$
$2^2.3.5(3)$	$c:\bar{c}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{\bar{g}}}$
	Si $F=4$.
$3.5(3)$	$C:g:\bar{e}:\bar{\bar{h}}$
$2.\ 3.5(3)$	$C:c:g:\bar{e}:\bar{g}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{h}}$
$2^2.3.5(3)$	$C:c:g:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{\bar{g}}}:\bar{\bar{h}}$
$2^3.3.5(3)$	$C:c:g:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{h}}$
	Si $F=8$.
$3.5.(3)$	$G:e:\bar{h}$
$2.\ 3.5(3)$	$C:G:e:g:\bar{e}:\bar{h}:\bar{\bar{h}}$
$2^2.3.5(3)$	$C:G:c:e:g:\bar{e}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{h}}$
$2^3.3.5(3)$	$C:G:c:e:g:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{h}}$
$2^4.3.5(3)$	$C:G:c:e:g:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{\bar{c}}.\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{h}}$
	Si $F=16$.
$2.\ 3.5(3)$	$E:G:e:h:\bar{h}$
$2^2.3.5(3)$	$C:E:G:e:g:h:\bar{e}:\bar{h}:\bar{\bar{h}}$
$2^3.3.5(3)$	$C:E:G:c:e:g:h:\bar{e}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{h}}$
$2^4.3.5(3)$	$C:E:G:c:e:g:h:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{h}}$
$2^5.3.5(3)$	$C:E:G:c:e:g:h:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{h}}$
	Si $F=32$.
$2^2.3.5(3)$	$E:G:H:e:h:\bar{h}$
$2^3.3.5(3)$	$C:E:G:H:e:g:h:\bar{e}:\bar{h}:\bar{\bar{h}}$
$2_4.3.5(3)$	$C:E:G:H:c:e:g:h:\bar{e}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{h}}$
$2^5.3.5(3)$	$C:E:G:H:c:e:g:h:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{h}}$

For-

Variat. $2^2 \cdot 5\ (3 \cdot 5)$ Species.	Formae.
	Si F = 4.
$3 \cdot 5\ (5)$	$A:\bar{e}:\bar{\bar{c}}s$
$2.\ 3 \cdot 5\ (5)$	$A:a:\bar{e}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}$
$2^2.\ 3 \cdot 5\ (5)$	$A:a:\bar{e}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}$
$2^3.\ 3 \cdot 5\ (5)$	$A:a:\bar{c}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{a}}$
	Si F = 8.
$3 \cdot 5\ (5)$	$e:\bar{c}s:\bar{\bar{g}}s$
$2.\ 3 \cdot 5\ (5)$	$A:e:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{g}}s$
$2^2.\ 3 \cdot 5\ (5)$	$A:e:a:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}s$
$2^3.\ 3 \cdot 5\ (5)$	$A:e:a:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}s$
$2^4.\ 3 \cdot 5\ (5)$	$A:e:a:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}s:\bar{\bar{a}}$
	Si F = 16.
$3 \cdot 5\ (5)$	$E:cs:\bar{g}s$
$2.\ 3 \cdot 5\ (5)$	$E:cs:e:\bar{c}s:\bar{g}s:\bar{\bar{g}}s$
$2^2.\ 3 \cdot 5\ (5)$	$A:cs:e:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{g}s:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{g}}s$
$2^3.\ 3 \cdot 5\ (5)$	$A:cs:e:a:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{g}s:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}s$
$2^4.\ 3 \cdot 5\ (5)$	$A:cs:e:a:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{g}s\cdot\bar{a}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}s$
$2^5.\ 3 \cdot 5\ (5)$	$A:cs:e:a:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{g}s:\bar{a}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}s:\bar{\bar{a}}$
	Si F = 32.
$2.\ 3 \cdot 5\ (5)$	$Cs:E:cs:gs:\bar{g}s$
$2^2.\ 3 \cdot 5\ (5)$	$Cs:E:cs:e:gs\ \bar{c}s:\bar{g}s:\bar{\bar{g}}s$
$2^3.\ 3 \cdot 5\ (5)$	$Cs:E:A:cs:e:gs:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{g}s:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{g}}s$
$2^4.\ 3 \cdot 5\ (5)$	$Cs:E\cdot A:cs:e:gs:a:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{g}s:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}s$
$2^5.\ 3 \cdot 5\ (5)$	$Cs:E:A:cs:e:gs:a:\bar{c}s:\bar{e}:\bar{g}s:\bar{a}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}s$

Si

Si F = 64.

$2^2.3.5(5)$	Cs : E : Gs : *cs* : *gs* : $\bar{gs}$
$2^3.3.5(5)$	Cs : E : Gs : *cs* : *e* : *gs* : $\bar{cs}$: $\bar{gs}$: $\bar{\bar{gs}}$
$2^4.3.5(5)$	Cs : E : Gs : A : *cs* : *e* : *gs* : $\bar{cs}$: $\bar{e}$: $\bar{gs}$: $\bar{\bar{gs}}$
$2^5.3.5(5)$	Cs : E : Gs : A : *cs* : *e* : *gs* : *a* : $\bar{cs}$: $\bar{e}$: $\bar{gs}$: $\bar{\bar{cs}}$: $\bar{\bar{e}}$: $\bar{\bar{gs}}$

Variat. $2^n.3.5(3^2)$ *Species.*	**Formae.**
	Si F = 4.
$3.5(3^2)$	*g* : $\bar{\bar{d}}$: $\bar{\bar{h}}$
$2.3.5(3^2)$	*g* : $\bar{g}$: $\bar{\bar{d}}$: $\bar{\bar{h}}$
$2^2.3.5(3^2)$	*g* : $\bar{g}$: $\bar{\bar{d}}$: $\bar{\bar{g}}$: $\bar{\bar{h}}$
	Si F = 8.
$3.5(3^2)$	G : $\bar{d}$: $\bar{h}$
$2.3.5(3^2)$	G : *g* : $\bar{d}$: $\bar{h}$: $\bar{\bar{d}}$: $\bar{\bar{h}}$
$2^2.3.5(3^2)$	G : *g* : $\bar{d}$: $\bar{g}$: $\bar{h}$: $\bar{\bar{d}}$: $\bar{\bar{h}}$
$2^3.3.5(3^2)$	G : *g* : $\bar{d}$: $\bar{g}$: $\bar{h}$. $\bar{\bar{d}}$: $\bar{\bar{g}}$: $\bar{\bar{h}}$
	Si F = 16.
$3.5(3^2)$	*d* : *h* : $\bar{fs}$
$2.3.5(3^2)$	G : *d* : *h* : $\bar{d}$: $\bar{h}$: $\bar{fs}$
$2^2.35(3^2)$	G : *d* : *g* : *h* : $\bar{d}$. $\bar{h}$: $\bar{\bar{d}}$: $\bar{fs}$: $\bar{\bar{h}}$
$2^3.3.5(3^2)$	G : *d* : *g* : *h* : $\bar{d}$: $\bar{g}$: $\bar{h}$: $\bar{\bar{d}}$: $\bar{fs}$: $\bar{\bar{h}}$
$2^4.3.5(3^2)$	G : *d* : *g* : *h* : $\bar{d}$: $\bar{g}$: $\bar{h}$: $\bar{\bar{d}}$. $\bar{fs}$: $\bar{\bar{g}}$: $\bar{\bar{h}}$
	Si F = 32.
$3.5(3^2)$	D : H : *fs*
$2.3.5(3^2)$	D : H : *d* : *h* : *fs* : $\bar{fs}$
$2^2.3.5(3^2)$	D : G : H : *d* : *h* : $\bar{d}$: *fs* : $\bar{h}$: $\bar{fs}$
$2^3.3.5(3^2)$	D : G : H : *d* : *g* : *h* : $\bar{d}$: *fs* : $\bar{h}$: $\bar{\bar{d}}$: $\bar{fs}$: $\bar{\bar{h}}$
$2^4.3.5(3^2)$	D : G : H : *d* : *g* : *h* : $\bar{d}$: *fs* : $\bar{g}$: $\bar{h}$: $\bar{\bar{d}}$: $\bar{fs}$: $\bar{\bar{h}}$
$2^5.3.5(3^2)$	D : G : H : *d* : *g* : *h* : $\bar{d}$: *fs* : $\bar{g}$: $\bar{h}$: $\bar{\bar{d}}$: $\bar{fs}$: $\bar{\bar{g}}$: $\bar{\bar{h}}$

	Si F = 64.
$2.\ 3.5(3^2)$	D:H:*fs*:$\bar{f}s$
$2^2.\ 3.5(3^2)$	D.H:*d*:*fs*:*h*:$\bar{f}s$:$\bar{\bar{f}}s$
$2^3.\ 3.5(3^2)$	D:G:H:*d*:*fs*:*h*:$\bar{d}$:$\bar{f}s$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{f}}s$
$2^4.\ 3.5(3^2)$	D:G:H:*d*:*fs*:*g*.*h*:$\bar{d}$:$\bar{f}s$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{d}}$:$\bar{\bar{f}}s$:$\bar{\bar{h}}$
$2^5.\ 3.5(3^2)$	D:G:H:*d*:*fs*:*g*:*h*:$\bar{d}$:$\bar{f}s$:$\bar{g}$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{d}}$:$\bar{\bar{f}}s$:$\bar{\bar{h}}$
	Si F = 128.
$2^2.\ 3.5(3^2)$	D:F*s*:H:*fs*:$\bar{f}s$
$2^3.\ 3.5(3^2)$	D:F*s*:H·*d*:*fs*:*h*:$\bar{f}s$:$\bar{\bar{f}}s$
$2^4.\ 3.5(3^2)$	D:F*s*:G:H:*d*:*fs*:*h*:$\bar{d}$:$\bar{f}s$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{f}}s$
$2^5.\ 3.5(3^2)$	D:F*s*:G:H:*d*:*fs*:*g*:*h*:$\bar{d}$:$\bar{f}s$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{d}}$:$\bar{\bar{f}}s$:$\bar{\bar{h}}$.

Variat. $2^n.3\ 5(3.5)$ *Species.*	***Formae.***
	Si F = 8.
$3.5(3.5)$	*e*:$\bar{h}$:$\bar{\bar{\bar{g}}}s$
$2.\ 3.5(3.5)$	*e*:$\bar{e}$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{\bar{g}}}s$:$\bar{\bar{h}}$
$2^2.3.5(3.5)$	*e*:$\bar{e}$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{\bar{g}}}s$:$\bar{\bar{h}}$
	Si F = 16.
$3.5(3.5)$	E:*h*:$\bar{\bar{g}}s$
$2.\ 3.5(3.5)$	E:*e*:*h*:$\bar{\bar{g}}s$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{\bar{g}}}s$
$2^2.3.5(3.5)$	E:*e*:*h*:$\bar{e}$:$\bar{\bar{g}}s$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{\bar{g}}}s$:$\bar{\bar{h}}$
$2^3.3.5(3.5)$	E:*e*:*h*:$\bar{e}$:$\bar{\bar{g}}s$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{\bar{g}}}s$:$\bar{\bar{h}}$
	Si F = 32.
$3.5(3.5)$	H:*gs*:$\bar{\bar{d}}s$
$2.\ 3.5(3.5)$	E:H:*gs*:*h*:$\bar{g}s$:$\bar{\bar{d}}s$
$2^2.3.5(3.5)$	E:H:*e*:*gs*:*h*:$\bar{g}s$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{d}}s$:$\bar{\bar{g}}s$
$2^3.3.5(3.5)$	E:H:*e*:*gs*:*h*:$\bar{e}$:$\bar{g}s$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{d}}s$:$\bar{\bar{g}}s$:$\bar{\bar{h}}$
$2^4.3.5(3.5)$	E:H:*e*:*gs*:*h*:$\bar{e}$:$\bar{g}s$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{d}}s$:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{g}}s$:$\bar{\bar{h}}$

Si F

	Si F = 64.
$2.3.5(3.5)$	Gs : H : gs : $\bar{d}s$: $\bar{\bar{d}}s$
$2^2.3.5(3.5)$	E : Gs : H : gs : h : $\bar{d}s$: $\bar{g}s$: $\bar{\bar{d}}s$
$2^3.3.5(3.5)$	E : Gs : H : e : gs : h : $\bar{d}s$: $\bar{g}s$: $\bar{h}$: $\bar{\bar{d}}s$: $\bar{\bar{g}}s$
$2^4.3.5(3.5)$	E : Gs : H : e : gs : h : $\bar{d}s$: $\bar{e}$: $\bar{g}s$: $\bar{h}$: $\bar{\bar{d}}s$: $\bar{\bar{g}}s$: $\bar{\bar{h}}$
$2^5.3.5(3.5)$	E : Gs : H : e : gs : h : $\bar{d}s$: $\bar{e}$: $\bar{g}s$: $\bar{h}$: $\bar{\bar{d}}s$: $\bar{\bar{e}}$: $\bar{\bar{g}}s$: $\bar{\bar{h}}$
	Si F = 128.
$2^2.3.5(3.5)$	Gs : H : ds : gs : $\bar{d}s$: $\bar{\bar{d}}s$
$2^3.3.5(3.5)$	E : Gs : H : ds : gs : h : $\bar{d}s$: $\bar{g}s$: $\bar{\bar{d}}s$
$2^4.3.5(3.5)$	E : Gs : H : ds : e : gs : h : $\bar{d}s$: $\bar{g}s$: $\bar{h}$: $\bar{\bar{d}}s$: $\bar{\bar{g}}s$
$2^5.3.5(3.5)$	E : Gs : H : ds : e : gs : h : $\bar{d}s$: $\bar{e}$: $\bar{g}s$: $\bar{h}$: $\bar{\bar{d}}s$: $\bar{\bar{g}}s$: $\bar{\bar{h}}$
	Si F = 256.
$2^3.3.5(3.5)$	Ds : Gs : H : ds : gs : $\bar{d}s$: $\bar{\bar{d}}s$
$2^4.3.5(3.5)$	Ds : E : Gs : H : ds : gs : h : $\bar{d}s$: $\bar{g}s$: $\bar{\bar{d}}s$
$2^5.3.5(3.5)$	Ds : E : Gs : H : ds : e : gs : h : $\bar{d}s$: $\bar{g}s$: $\bar{h}$: $\bar{\bar{d}}s$: $\bar{\bar{g}}s$

Variat. $2^n.3.5(3^2.5)$ Species.	**Formae.**
	Si F = 32.
$3.5(3^2.5)$	H : $\bar{f}s$: $\bar{\bar{d}}s$
$2.3.5(3^2.5)$	H : h : $\bar{f}s$: $\bar{\bar{d}}s$: $\bar{\bar{f}}s$
$2^2.3.5(3^2.5)$	H : h : $\bar{f}s$: $\bar{h}$: $\bar{\bar{d}}s$: $\bar{\bar{f}}s$
$2^3.3.5(3.5^2)$	H : h : $\bar{f}s$: $\bar{h}$: $\bar{\bar{d}}s$: $\bar{\bar{f}}s$: $\bar{\bar{h}}$
	Si F = 64.
$3.5(3^2.5)$	fs : $\bar{d}s$: $\bar{\bar{h}}$
$2.3.5(3^2.5)$	H : fs : $\bar{d}s$: $\bar{f}s$: $\bar{\bar{d}}s$: $\bar{\bar{h}}$
$2^2.3.5(3^2.5)$	H : fs : h : $\bar{d}s$: $\bar{f}s$: $\bar{\bar{d}}s$: $\bar{\bar{f}}s$: $\bar{\bar{h}}$
$2^3.3.5(3^2.5)$	H : fs : h : $\bar{d}s$: $\bar{f}s$: $\bar{h}$: $\bar{\bar{d}}s$: $\bar{\bar{f}}s$: $\bar{\bar{h}}$
$2^4.3.5(3^2.5)$	H : fs : h : $\bar{d}s$: $\bar{f}s$: $\bar{h}$: $\bar{\bar{d}}s$: $\bar{\bar{f}}s$: $\bar{\bar{h}}$: $\bar{\bar{\bar{h}}}$

	Si F = 128.
$3.5(3^2.5)$	$Fs:ds:\bar{b}$
$2.3.5(3^2.5)$	$Fs:ds:fs:\bar{d}s:\bar{b}:\bar{\bar{b}}$
$2^2.3\,5(3^2.5)$	$Fs:H:ds:fs:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{b}}$
$2^3.3.5(3^2.5$	$Fs:H:ds:fs:h:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}\cdot\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{b}}$
$2^4.3.5(3^2.5$	$Fs:H:ds:fs:h:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{h}:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{b}}$
$2^5.3.5(3^2.5$	$Fs:H:ds:fs:h:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{h}:\bar{\bar{d}}s.\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{b}}:\bar{\bar{h}}$
	Si F = 256.
$2.3.5(3^2.5$	$Ds:Fs:ds:b:\bar{b}$
$2^2.3.5(3^2.5)$	$Ds:Fs:ds:fs:b:\bar{d}s:\bar{b}:\bar{\bar{b}}$
$2^3.3.5(3^2.5$	$Ds:Fs:H:ds:fs:b:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{b}}$
$2^4.3.5(3^2.5$	$Ds:Fs:H:ds:fs:b:h.\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{b}}$
$2^5.3.5(3^2.5$	$D:Fs:H:ds:fs:b:h:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{h}:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{b}}$
	Si F = 512.
$2^2.3.5(3^2\,5$	$Ds:Fs:B:ds:b:\bar{b}$
$2^3.3.5(3^2.5$	$Ds:Fs:B:ds:fs:b:\bar{d}s:\bar{b}:\bar{\bar{b}}$
$2^4.3.5(3^2.5$	$Ds:Fs:B:H:ds:fs:b:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{b}}$
$2^5.3.5(3^2.5)$	$Ds:Fs:B:H:ds:fs:b:h:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{b}}$

Variat.	Consonantiae $2.^n\,5^2$.
$2^n.5^2(1)$	*Formae.*
Species.	Si F = 4.
$2^2.5^2(2)$	$F:A:a:\bar{a}:\bar{\bar{c}}s$
$2^3.5^2(1)$	$F:A:f:a:\bar{a}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{a}}$
	Si F = 8.
$2^3.5^2(1)$	$F:A:a:\bar{c}s:\bar{a}:\bar{\bar{c}}s$

Va-

Variat.	**Formae.**
$2^n.5^2(3)$	
Species.	Si F = 8.
$2.5^2(3)$	C:e:$\bar{e}$:$\bar{\bar{\bar{g}}}s$
$2^2.5^2(3)$	C:c:e:$\bar{e}$:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{\bar{g}}}s$
$2^3.5^2(3)$	C:E:c:e:$\bar{c}$:$\bar{e}$:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{\bar{g}}}s$
	Si F = 16.
$2^2.5^2(3)$	C:E:e:$\bar{e}$.$\bar{g}s$:$\bar{\bar{\bar{g}}}s$
$2^3.5^2(3)$	C:E:c:e:$\bar{e}$:$\bar{g}s$:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{\bar{g}}}s$
	Si F = 32.
$2^3.5^2(3)$	C:E:e:gs:$\bar{e}$:$\bar{g}s$:$\bar{\bar{g}}s$

Variat.	**Formae.**
$2^n.5^2(3^2)$	
Species.	Si F = 32.
$2^2.5^2(3^2)$	G:H:h:$\bar{h}$:$\bar{\bar{d}}s$
$2^3.5^2(3^2)$	G:H:g:h:$\bar{h}$:$\bar{\bar{d}}s$:$\bar{\bar{h}}$
	Si F = 64.
$2^3.5^2(3^2)$	G:H:h:$\bar{h}$:$\bar{\bar{d}}s$:$\bar{\bar{h}}$

Variat.	**Formae.**
$2^n.5^2(3^3)$	
Species.	Si F = 64.
$2.5^2(3^3)$	D:fs:$\bar{f}s$:$\bar{\bar{h}}$
$2^2.5^2(3^3)$	D:d:fs:$\bar{f}s$:$\bar{\bar{f}}s$:$\bar{\bar{h}}$
$2^3.5^2(3^3)$	D:d:fs:$\bar{d}$:$\bar{f}s$:$\bar{\bar{f}}s$:$\bar{\bar{h}}$
	Si F = 128.
$2^2.5^2(3^3)$	D:Fs:fs:$\bar{f}s$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{h}}$
$2^3.5^2(3^3)$	D:Fs:d:fs:$\bar{f}s$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{f}}s$:$\bar{\bar{h}}$
	Si F = 256.
$2^3.5^2(3^3)$	D:Fs:fs:h:$\bar{f}s$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{h}}$

Variat. $2^n\ 3^3(1)$ Species.	Consonantiae $2^n \cdot 3^3$. Formae.
	Si $F = 4$.
$2^2 \cdot 3^3(1)$	$C:F:c:g:\bar{c}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}$
$2^3 \cdot 3^3(1)$	$C:F:c:f:g:\bar{c}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}$
$2^4 \cdot 3^3(1)$	$C:F:c:f:g:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
$2^5 \cdot 3^3(1)$	$C:F:c:f:g:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
	Si $F = 8$.
$2^3 \cdot 3^3(1)$	$C:F:G:c:g:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}$
$2^4\ 3^3(1)$	$C:F:G:c:f:g:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}$
$2^5 \cdot 3^3(1)$	$C:F:G:c:f:g:\bar{c}:\bar{d}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
	Si $F = 16$.
$2^4 \cdot 3^3(1)$	$C:F:G:c:d:g:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}$
$2^5 \cdot 3^3(1)$	$C:F:G:c:d:f:g:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}$
	Si $F = 32$.
$2^5 \cdot 3^3(1)$	$C:D:F:G:c:d:g:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}$

Variat. $2^n \cdot 3^3(5)$ Species.	Formae.
	Si $F = 16$.
$2^2 \cdot 3^3(5)$	$E:A:e:h:\bar{e}:\bar{h}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{h}}$
$2^3 \cdot 3^3(5)$	$E:A:e:a:h:\bar{e}:\bar{h}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{h}}$
$2^4 \cdot 3^3(5)$	$E:A:e:a:h:\bar{e}:\bar{a}:\bar{h}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{h}}$
$2^5 \cdot 3^3(5)$	$E:A:e:a:h:\bar{e}:\bar{a}:\bar{h}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{h}}$
	Si $F = 32$.
$2^3 \cdot 3^3(5)$	$E:A:H:e:h:\bar{e}:\bar{f}s:\bar{h}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{h}}$
$2^4 \cdot 3^3(5)$	$E:A:H:e:a:h:\bar{e}:\bar{f}s:\bar{h}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{h}}$
$2^5 \cdot 3^3(5)$	$E:A:H:e:a:h:\bar{e}:\bar{f}s:\bar{a}:\bar{h}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{h}}$

Si

	Si F = 64.
$2^4 \cdot 3^3 (5)$	$E:A:H:e:fs:b:\bar{e}:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{b}}$
$2^5 \cdot 3^3 (5)$	$E:A:H:e:fs:a:b:\bar{e}:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{b}}$
	Si F = 128.
$2^5 \cdot 3^3 (5)$	$E:Fs:A:H:e:fs:b:\bar{e}:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{b}}$

Variat. $2^n \cdot 3^3 (5^2)$ *Species*	**Formae.**
	Si F = 64.
$2 \cdot 3^3 (5^2)$	$Cs:Gs:gs:\bar{d}s:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{b}}$
$2^2 \cdot 3^3 (5^2)$	$Cs:Gs:cs:gs:\bar{d}s:\bar{g}s:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{b}}$
$2^3 \cdot 3 (5^2)$	$Cs:Gs:cs:gs:\bar{c}s:\bar{d}s:\bar{g}s:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{g}}s:\bar{\bar{b}}$
$2^4 \cdot 3 (5^2)$	$Cs:Gs:cs:gs:\bar{c}s:\bar{d}s:\bar{g}s:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{g}}s:\bar{\bar{b}}$
	Si F = 128.
$2^2 \cdot 3^3 (5^2)$	$Cs:Gs:ds:gs:\bar{d}s:\bar{b}:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{b}}$
$2^3 \cdot 3^3 (5^2)$	$Cs:Gs:cs:ds:gs:\bar{d}s:\bar{g}s:\bar{b}:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{b}}$
$2^4 \cdot 3^3 (5^2)$	$Cs:Gs:cs:ds:gs:\bar{c}s:\bar{d}s:\bar{g}s:\bar{b}:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{g}}s:\bar{\bar{b}}$
$2^5 \cdot 3^3 (5^2)$	$Cs:Gs:cs:ds:gs:\bar{c}s:\bar{d}s:\bar{g}s:\bar{b}:\bar{\bar{c}}s:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{g}}s:\bar{\bar{b}}$
	Si F = 256.
$2^3 \cdot 3^3 (5^2)$	$Cs:Ds:Gs:ds:gs:b:\bar{d}s:\bar{b}:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{b}}$
$2^4 \cdot 3^3 (5^2)$	$Cs:Ds:Gs:cs:ds:gs:b:\bar{d}s:\bar{g}s:\bar{b}:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{b}}$
$2^5 \cdot 3^3 (5^2)$	$Cs:Ds:Gs:cs:ds:gs:b:\bar{d}s:\bar{g}s:\bar{b}:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{g}}s:\bar{\bar{b}}$
	Si F = 512.
$2^4 \cdot 3^3 (5^2)$	$Cs:Ds:Gs:B:ds:gs:b:\bar{d}s:\bar{b}:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{b}}$
$2^5 \cdot 3^3 (5^2)$	$Cs:Ds:Gs:B:cs:ds:gs:b:\bar{d}s:\bar{g}s:\bar{b}:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{b}}$

Variat. $2^n\,3^2.5\,(1)$ *Species.*	Conſonantiae $2^n.3^2.5$. *Formae.*
	Si F = 1.
$3^2.5\,(1)$	$F:\bar{c}:\bar{a}:\bar{\bar{g}}$
$2.\,3^2.5\,(1)$	$F:f:\bar{c}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}$
$2^2.3^2.5\,(1)$	$F:f:\bar{c}:\bar{f}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
$2^3.3^2.5\,(1)$	$F:f:\bar{c}:\bar{f};\bar{a};\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{f}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
	Si F = 2.
$3^2.5\,(1)$	$c:a:\bar{g}:\bar{\bar{e}}$
$2.\,3^2.5\,(1)$	$F:c:a:\bar{c}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}$
$2^2.3^2.5\,(1)$	$F:c:f:a:\bar{c}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}.\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}$
$2^3.3^2.5\,(1)$	$F:c:f:a:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
	Si F = 4.
$3^2.5\,(1)$	$C:A:g:\bar{e}:\bar{\bar{b}}$
$2.\,3^2.5\,(1)$	$C:A:c:g:a:\bar{e}:\bar{g}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{b}}$
$2^2.3^2.5\,(1)$	$C:F:A:c:g:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{b}}$
$2^3.3^2.5\,(1)$	$C:F:A:c:f:g:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{b}}$
	Si F = 8.
$2.\,3^2.5\,(1)$	$C:G:A:e:g;\bar{e};\bar{b}:\bar{\bar{b}}$
$2^2.3^2.5\,(1)$	$C:G:A:c:e:g:a.\bar{e}:\bar{g}:\bar{b}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{b}}$
$2^3.3^2.5\,(1)$	$C:F:G.A:c:e:g:a:\bar{c}\cdot\bar{e}.\bar{g}:\bar{a}:\bar{b}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{b}}$
	Si F = 16.
$2^2.3^2.5\,(1)$	$C:E:G:A:e:g:b:\bar{e}:\bar{b}:\bar{\bar{b}}$
$2^3.3^2.5\,(1)$	$C:E;G:A:c:e:g:a:b:\bar{e}:\bar{g};\bar{b}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{b}}$
	Si F = 32.
$2^3.3^2.5\,(1)$	$C:E:G:A:H:e:g:b:\bar{e}:\bar{b}:\bar{\bar{b}}$

For-

Variat. $2^n \cdot 3^2 \cdot 5(3)$ *Species.*	**Formae.**
	Si $F = 4$.
$3^2 \cdot 5(3)$	$C : g : \bar{e} : \bar{\bar{d}} : \bar{\bar{h}}$
$2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	$C : c : g : \bar{e} : \bar{g} : \bar{\bar{d}} : \bar{\bar{e}} : \bar{\bar{h}}$
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	$C : c : g : \bar{c} : \bar{e} : \bar{g} : \bar{\bar{d}} : \bar{\bar{e}} : \bar{\bar{g}} : \bar{\bar{h}}$
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	$C : c : g : \bar{c} : \bar{e} : \bar{g} : \bar{\bar{c}} : \bar{\bar{d}} : \bar{\bar{e}} : \bar{\bar{g}} : \bar{\bar{h}}$
	Si $F = 8$.
$3^2 \cdot 5(3)$	$G : e : \bar{d} : \bar{h}$
$2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	$C : G : e : g : \bar{d} : \bar{e} : \bar{h} : \bar{\bar{d}} : \bar{\bar{h}}$
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	$C : G : c : e : g : \bar{d} : \bar{e} : \bar{g} : \bar{h} : \bar{\bar{d}} : \bar{\bar{e}} : \bar{\bar{h}}$
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	$C : G : c : e : g : \bar{c} : \bar{d} : \bar{e} : \bar{g} : \bar{h} : \bar{\bar{d}} : \bar{\bar{e}} : \bar{\bar{g}} : \bar{\bar{h}}$
	Si $F = 16$.
$3^2 \cdot 5(3)$	$E : d : h : \bar{\bar{fs}}$
$2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	$E : G : d : e : h : \bar{d} : \bar{h} : \bar{\bar{fs}}$
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	$C : E : G : d : e : g : h : \bar{d} : \bar{e} : \bar{h} : \bar{\bar{d}} : \bar{\bar{fs}} : \bar{\bar{h}}$
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	$C : E : G : c : d : e : g : h : \bar{d} : \bar{e} : \bar{g} : \bar{h} : \bar{\bar{d}} : \bar{\bar{e}} : \bar{\bar{fs}} : \bar{\bar{h}}$
	Si $F = 32$.
$2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	$D : E : H : d : h : \bar{fs} : \bar{\bar{fs}}$
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	$D : E : G : H : d : e : h : \bar{d} : \bar{fs} : \bar{h} : \bar{\bar{fs}}$
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	$C : D : E : G : H : d : e : g : h : \bar{d} : \bar{e} : \bar{fs} : \bar{h} : \bar{\bar{d}} : \bar{\bar{fs}} : \bar{\bar{h}}$
	Si $F = 64$.
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	$D : E : H : d : fs : h : \bar{fs} : \bar{\bar{fs}}$
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	$D : E : G : H : d : e : fs : h : \bar{d} : \bar{fs} : \bar{h} : \bar{\bar{fs}}$
	Si $F = 128$.
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	$D : E : Fs : H : d : fs : h : \bar{fs} : \bar{\bar{fs}}$

Variat. $2^n \cdot 3^2 \cdot 5\,(5)$ *Species.*	Formae.
	Si F $=$ 4.
$3^2 \cdot 5\,(5)$	A : $\bar{e}$: $\bar{\bar{c}}s$: $\bar{\bar{h}}$
$2 \cdot 3^2 \cdot 5\,(5)$	A : a : $\bar{e}$: $\bar{\bar{c}}s$: $\bar{\bar{e}}$: $\bar{\bar{h}}$
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5\,(5)$	A : a : $\bar{e}$: $\bar{a}$: $\bar{\bar{c}}s$: $\bar{\bar{e}}$: $\bar{\bar{h}}$
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5\,(5)$	A : a : $\bar{e}$: $\bar{a}$: $\bar{\bar{c}}s$: $\bar{\bar{e}}$: $\bar{\bar{a}}$: $\bar{\bar{h}}$
	Si F $=$ 8.
$3^2 \cdot 5\,(5)$	e : $\bar{c}s$: $\bar{h}$: $\bar{\bar{\bar{g}}}s$
$2 \cdot 3^2 \cdot 5\,(5)$	A : e : $\bar{c}s$: $\bar{e}$: $\bar{h}$: $\bar{\bar{c}}s$: $\bar{\bar{\bar{g}}}s$: $\bar{\bar{h}}$
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5\,(5)$	A : e : a : $\bar{c}s$: $\bar{e}$: $\bar{h}$: $\bar{\bar{c}}s$: $\bar{\bar{e}}$: $\bar{\bar{\bar{g}}}s$: $\bar{\bar{h}}$
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5\,(5)$	A : e : a : $\bar{c}s$: $\bar{e}$: $\bar{a}$: $\bar{h}$: $\bar{\bar{c}}s$: $\bar{\bar{e}}$: $\bar{\bar{\bar{g}}}s$: $\bar{\bar{h}}$
	Si F $=$ 16.
$3^2 \cdot 5\,(5)$	E : cs : e : h : $\bar{g}s$
$2 \cdot 3^2 \cdot 5\,(5)$	E : cs : e : h : $\bar{c}s$: $\bar{g}s$: $\bar{h}$: $\bar{\bar{g}}s$
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5\,(5)$	E : A : cs : e : h : $\bar{c}s$: $\bar{e}$: $\bar{g}s$: $\bar{h}$: $\bar{\bar{c}}s$: $\bar{\bar{g}}s$: $\bar{\bar{h}}$
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5\,(5)$	E : A : cs : e . a : h : $\bar{c}s$: $\bar{e}$. $\bar{g}s$: $\bar{h}$: $\bar{\bar{c}}s$: $\bar{\bar{e}}$: $\bar{\bar{g}}s$: $\bar{\bar{h}}$
	Si F $=$ 32.
$3^2 \cdot 5\,(5)$	Cs : H : gs : $\bar{\bar{d}}s$
$2 \cdot 3^2 \cdot 5\,(5)$	Cs : E : H : cs : gs : h : $\bar{g}s$: $\bar{\bar{d}}s$
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5\,(5)$	Cs : E : H : cs : e : gs : h : $\bar{c}s$: $\bar{g}s$: $\bar{h}$: $\bar{\bar{d}}s$: $\bar{\bar{g}}s$
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5\,(5)$	Cs : E : H : cs : e : gs : h : $\bar{c}s$: $\bar{e}$: $\bar{g}s$: $\bar{h}$: $\bar{\bar{c}}s$: $\bar{\bar{d}}s$: $\bar{\bar{g}}s$: $\bar{\bar{h}}$
	Si F $=$ 64.
$2 \cdot 3^2 \cdot 5\,(5)$	Cs : Gs : H : gs : $\bar{d}s$: $\bar{\bar{d}}s$
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5\,(5)$	Cs : E : Gs : H : cs : gs : h : $\bar{d}s$: $\bar{g}s$: $\bar{\bar{d}}s$
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5\,(5)$	Cs : E : Gs : H : cs : e : gs . h : $\bar{c}s$: $\bar{d}s$: $\bar{g}s$: $\bar{h}$: $\bar{\bar{d}}s$: $\bar{\bar{g}}s$
	Si F $=$ 128.
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5\,(5)$	Cs : Gs : H : ds : gs : $\bar{d}s$: $\bar{\bar{d}}s$
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5\,(5)$	Cs : E : Gs : H : cs : ds : gs : h : $\bar{d}s$: $\bar{g}s$: $\bar{\bar{d}}s$
	Si F $=$ 256.
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5\,(5)$	Cs : Ds : Gs : H : ds : gs : $\bar{d}s$: $\bar{g}s$

For-

Variat. $2^n.3^2.5(3.5)$ *Species.*	**Formae.**
	Si $F=16$.
$3^2.5(3.5)$	$E:h:\bar{g}s:\bar{f}s$
$2.\ 3^2.5(3.5)$	$E:e:h:\bar{g}s:\bar{h}:\bar{f}s:\bar{\bar{g}}s$
$2^2.3^2.5(3.5)$	$E:e:h:\bar{e}:\bar{g}s:\bar{h}:\bar{f}s:\bar{\bar{g}}s:\bar{\bar{h}}$
$2^3.3^2.5(3.5)$	$E:e:h:\bar{e}:\bar{g}s:\bar{h}:\bar{\bar{e}}:\bar{f}s:\bar{\bar{g}}s:\bar{\bar{h}}$
	Si $F=32$.
$3^2.5(3.5)$	$H:gs:\bar{f}s:\bar{\bar{d}}s$
$2.\ 3^2.5(3.5)$	$E:H:gs:h:\bar{f}s:\bar{g}s:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{f}}s$
$2^2.3^2.5(3.5)$	$E:H:e:gs:h:\bar{f}s:\bar{g}s:\bar{h}:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{g}}s$
$2^3.3^2.5(3.5)$	$E:H:e:gs:h:\bar{e}:\bar{f}s:\bar{g}s:\bar{h}:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{g}}s:\bar{\bar{h}}$
	Si $F=64$.
$3^2.5(3.5)$	$Gs:fs:\bar{d}s:\bar{h}$
$2.\ 3^2.5(3.5)$	$Gs:H:fs:gs:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{h}}$
$2^2.3^2.5(3.5)$	$E:Gs:H:fs:gs:h:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{g}s:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{h}}$
$2^3.3^2.5(3.5)$	$E:Gs:H:e:fs:gs:h:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{g}s:\bar{h}:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{g}}s:\bar{\bar{h}}$
	Si $F=128$.
$2.\ 3^2.5(3.5)$	$Fs:Gs:ds:fs:\bar{d}s:\bar{h}:\bar{\bar{h}}$
$2^2.3^2.5(3.5)$	$Fs:Gs:H:ds:fs:gs:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{h}:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{h}}$
$2^3.3^2.5(3.5)$	$E:Fs:Gs:H:ds:fs:gs:h:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{g}s:\bar{h}:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{f}}s:\bar{\bar{h}}$
	Si $F=256$.
$2^2.3^2.5(3.5)$	$Ds:Fs:Gs:ds:fs:b:\bar{d}s:\bar{b}:\bar{\bar{b}}$
$2^3.3^2.5(3.5)$	$Ds:Fs:Gs:H:ds:fs:gs:b:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{\bar{d}}s:\bar{\bar{b}}$
	Si $F=512$.
$2\ .3^2.5.(3.5)$	$Ds:Fs:Gs:B:ds:fs:b:\bar{d}s:\bar{b}:\bar{\bar{b}}$

Variat.	Consonantiae $2^n . 3 . 5^2$
$2^n . 3 . 5^2 (1)$	*Formae.*
Species.	Si F = 4.
$3 . 5^2 (1)$	C:A:$\bar{e}$:$\bar{\bar{c}}s$
$2 . 3 . 5^2 (1)$	C:A:c:a:$\bar{e}$:$\bar{\bar{c}}s$:$\bar{\bar{e}}$
	Si F = 8.
$2 . 3 . 5^2 (2)$	C:A:e:$\bar{c}s$:$\bar{e}$:$\bar{\bar{c}}s$:$\bar{\bar{g}}s$

Variat.	*Formae.*
$2^n . 3 . 5^2 (3)$	Si F = 8.
Species.	
$3 . 5^2 (3)$	G:e:$\bar{h}$:$\bar{\bar{g}}s$
$2 . 3 . 5^2 (3)$	C:G:e:g:$\bar{e}$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{g}}s$:$\bar{\bar{h}}$
	Si F = 16.
$2 . 3 . 5^2 (3)$	E:G:e:h:$\bar{g}s$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{g}}s$

Variat.	*Formae.*
$2^n . 3^2 . 5^2 (3)$	Si F = 32.
Species.	
$3 . 5^2 (3^2)$	D:H:$\bar{f}s$:$\bar{\bar{d}}s$
$2 . 3 . 5^2 (3^2)$	D:H:d:h:$\bar{f}s$:$\bar{\bar{d}}s$:$\bar{\bar{f}}s$
	Si F = 64.
$2 . 3 . 5^2 (3^2)$	D:H:fs:$\bar{d}s$:$\bar{f}s$:$\bar{\bar{d}}s$:$\bar{\bar{h}}$

Variat.	Consonantiae $2^n . 3^3 . 5$.
$2^n . 3^3 . 5 (1)$	*Formae.*
Species.	Si F = 4.
$3^3 . 5 (1)$	C:A:g:$\bar{e}$:$\bar{\bar{d}}$:$\bar{\bar{h}}$
$2 . 3^3 . 5 (1)$	C:A:c.g:a:$\bar{e}$:$\bar{g}$:$\bar{\bar{d}}$:$\bar{\bar{e}}$:$\bar{\bar{h}}$
	Si F = 8.
$2 . 3^3 . 5 (1)$	C:G:A:e:g:$\bar{d}$:$\bar{e}$:$\bar{h}$:$\bar{\bar{d}}$:$\bar{\bar{h}}$

Va-

Variat. $2^n \cdot 3^3 \cdot 5\,(5)$ *Species.*	**Formae.**
	Si $F = 16$.
$3^3 \cdot 5\,(5)$	E : *cs* : *b* : $\bar{\bar{g}}s$: $\bar{\bar{f}}s$
$2 \cdot 3^3 \cdot 5\,(5)$	E : *cs* : *e* : *b* : $\bar{c}s$: $\bar{g}s$: $\bar{b}$: $\bar{\bar{f}}s$: $\bar{\bar{g}}s$
	Si $F = 32$.
$3^3 \cdot 5\,(5)$	C*s* : H : *gs* : $\bar{f}s$: $\bar{\bar{d}}s$
$2 \cdot 3^3 \cdot 5\,(5)$	C*s* : E : H : *cs* : *gs* : *b* : $\bar{f}s$: $\bar{g}s$: $\bar{\bar{d}}s$: $\bar{\bar{f}}s$
	Si $F = 64$.
$2 \cdot 3^3 \cdot 5\,(5)$	C*s* : G*s* : H : *fs* : *gs* : $\bar{d}s$: $\bar{f}s$: $\bar{\bar{d}}s$

§. 11 Hoc modo ex iſta tabula omnes conſonantiae, quae gradum ſuauitatis duodecimum non transgrediuntur, in dato ſyſtemate exprimi poterunt. Praetermiſi autem conſonantias magis compoſitas, cum quod etiam apud muſicos rarius occurrant, tum quod iis harmonia potius turbetur quam perficiatur. In his praeterea conſonantiis, quae in hac tabula repraeſentantur, tanta ineſt diuerſitas, totque etiam diſſonantiarum, prout a muſicis appellantur, ſpecies, vt non ſolum ſuperfluum ſed etiam harmoniae noxium foret, alias magis compoſitas adhibere.

§. 12. Praeterea vero iſta tabula ex hoc capite manca videri poſſet, quod cum exponentibus conſonantiarum alii indices praeter impares non ſint coniuncti: Sed hoc non obſtante etiam tales conſonantiae ope huius tabulae exprimi poſſunt, quae indices habeant pares. Sit enim conſonantia E $(2i)$ pro ſyſtemate $F = 2^n$ exprimenda, vbi E exponentem, i vero numerum imparem denotet; tum quaeratur forma conſonantiae E (i) pro ſyſtemate $F = 2^n$, et omnes ſoni vna octaua acutiores accipiantur; vel quod perinde eſt, ſumatur forma conſonantiae E(i) pro ſyſtemate $F = 2^{n-1}$.

§. 13. Simili modo ſi conſonantia exprimenda fuerit E($4i$) et $F = 2^n$; tum ſumatur ex tabula vel conſonantia E(i) pro $F = 2^n$, et ſinguli ſoni duabus octauis acutiores capiantur, vel quaeſito etiam ſatisfiet ſumendo conſonantiam E(i) pro ſyſtemate $F = 2^{n-2}$. Pariter etiam conſonantia E($2^m i$) ope tabulae exhiberi poterit pro caſu $F = 2^n$; ſumendo ex tabula conſonantiam E(i) pro caſu $F = 2^{n-m}$; vel ſi iſte caſus $F = 2^{n-m}$ in tabula non reperiatur, tum ſumatur conſonantia E(i) pro ſyſtemate $F = 2^n$ et ſinguli ſoni m octauis acutiores capiantur.

§. 14. Quoties ergo conſonantia exprimenda ocurrit, cuius index eſt numerus par, tum index per tantam binarii poteſtatem diuidatur, quoad quotus prodeat impar, deinde valor ipſius F in ſyſtemate aſſumto per eandem poteſtatem binarii diuidatur, atque pro iſto ſyſtemate conſonantia cum indice impari quoto ſcilicet ex priore orto exprimatur: ſic ſi pro ſyſtemate in quo eſt $F = 32$ requiratur iſta conſonantia $2^3 . 3 . 5$ (12), diuido 12 et 32 per 4 et quotos 3 et 8 loco illorum numerorum ſubſtituo, ita vt conſonantia deſiderata ſit proditura, ſi ſub valore $F = 8$ quaeratur conſonantia $2^3 . 3 . 5$ (3), quae erit ex tabula C: G : c : e : g : $\bar{c}$: $\bar{e}$: $\bar{g}$: $\bar{\bar{e}}$: $\bar{g}$: $\bar{\bar{b}}$.

§. 15. Sin autem in tabula exponenti conſonantiae cum indice tantus valor ipſius F non reſpondeat, quantus habetur in ſyſtemate, in quo compoſitio ſuſcipitur, tum etiam

etiam iſta conſonantia omnino exprimi nequit ob ſonos nimis graues in inſtrumentis non obuios. Quo vero ſimilis ſaltem conſonantia tamen exprimi poſſit, oportet indicem vel per 2 vel aliam binarii poteſtatem multiplicare, donec valor ipſius F ex ſyſtemate aſſumto per illam binari poteſtatem diuiſus in tabula reperiatur. Vt ſi F = 64, conſonantia $2^3 . 3 . 5$ (1) ſonis conſuetis exprimi nequit, hanc ob cauſam ſubſtitui poterit conſonantia $2^3 . 3 . 5$ (4) quae congruet cum conſonantia $2^3 . 3 . 5$ (1) ſyſtema F = 16 relata, quaeque erit C : E : A : *c* : *e* : *a* : $\bar{e}$: $\bar{\bar{e}}$.

§. 16. His de formatione conſonantiarum expoſitis ad ipſam componendi rationem in dato ſyſtemate erit progrediendum. Quemadmodum autem exponens ſyſtematis omnes ſonos ſimplices determinat, qui in eo ſyſtemate locum inueniunt, ita etiam iſte ipſe exponens omnes conſonantias ad ſyſtema pertinentes definit. Aliae enim conſonantiae ocurrere non poſſunt, niſi quarum exponentes per ſuos indices multiplicati in exponente ſyſtematis ſint contenti, ſeu qui ſint huius exponentis ſyſtematis diuiſores; unde facile erit omnes conſonantias, quae in dato ſyſtemate locum habent, aſſignare.

§. 7. Ante omnia autem definiendum eſt utrum vnico conſonantiarum genere an diverſis uti conueniat, quo facilius omnes conſonantiae in ſyſtemate propoſito locum inuenientes enumerari queant. Habentur vero ſequentia decem conſonantiarum genera.

I.	2^n	VI.	$2^n . 5^2$
II.	$2^n . 3$	VII.	$2^n . 3^3$
III.	$2^n . 5$	VIII.	$2^n . 3^2 . 5$
IV.	$2^n . 3^2$	IX.	$2^n . 3 . 5^2$
V.	$2^n . 3 . 5$	X.	$2^n . 3^3 . 5$

excluduntur enim duo reliqua conſonantiarum genera ſcilicet $2^n . 3^2 . 5^2$ et $2^n . 3^3 . 5^2$, cum ea nullas praebeant conſonantias, quae duodecimum gradum non transgrediantur.

§. 18. Vno igitur vel pluribus horum generum electis inquirendum eſt, quot eorum ſpecies quotque variationes in exponente ſyſtematis contineantur. Species autem cuiusque generis determinantur potentia definita loco indefinitae 2^n ſubſtituenda: variationes vero per indices cum exponentibus coniunctos determinantur. Enumeratio igitur ita inſtituetur, vt primo exponens ſyſtematis per exponentes ſingularum ſpecierum conſonantiarum diuidatur, quotorumque omnes diuiſores quaerantur; deinde hi diuiſores ſucceſſiue pro indicibus ſubſtituantur.

§. 19. Solent autem muſici in plurium vocum concentibus potiſſimum genere quinto, cuius exponens eſt $2^n . 3 . 5$ vti, quippe in quo non ſolum omnes triades harmonicae, ſed etiam plures diſſonantiae ita dictae continentur. Praeter has vero diſſonantias etiam ſaepiſſime conſonantias ex generibus IV, VIII et X tanquam diſſonantias uſurpant, vix autem unquam genera VI, VII et IX adhibent. Genera vero ſimpliciora ſcilicet I, II et III ipſis tantum in biciniis vel triciniis inſeruiunt, cum reliqua his caſi-

caſibus plerumque fiant inepta ob nimis magnum ſonorum numerum, qui in conſonantias neceſſario ingrediuntur.

§. 20. Quo rem exemplo illuſtremus ſit nobis propoſitum ſyſtema, cuius exponens eſt $2^5 . 3^3 . 5$ et $F = 8$: in hoc ergo exponente ſequentes conſonantiarum generis quinti ſpecies et variationes continentur.

$3.5\ (1)$	$3.5\ (3)$	$3.5\ (3^2)$
$3.5\ (2)$	$3.5\ (2.3)$	$3.5\ (2.3^2)$
$3.5\ (2^2)$	$3.5\ (2^2.3)$	$3.5\ (2^2 3^2)$
$3.5\ (2^3)$	$3.5\ (2^3.3)$	$3.5\ (2^3 3^2)$
$3.5\ (2^4)$	$3.5\ (2^4.3)$	$3.5\ (2^4 3^2)$
$3.5\ (2^5)$	$3.5\ (2^5.3)$	$3.5\ (2^5.3^2)$
$2.3.5\ (1)$	$2.3.5\ (3)$	$2.3.5\ (3^2)$
$2.3.5\ (2)$	$2.3.5\ (2.3)$	$2.3.5\ (2.3^2)$
$2.3.5\ (2^2)$	$2.3.5\ (2^2.3)$	$2.3.5\ (2^2.3^2)$
$2.3.5\ (2^3)$	$2.3.5\ (2^3.3)$	$2.3.5\ (2^3.3^2)$
$2.3.5\ (2^4)$	$2.3.5\ (2^4.3)$	$2.3.5.\ (2^4.3^2)$
$2^2.3.5\ (1)$	$2^2.3.5\ (3)$	$2^2.3.5\ (3^2)$
$2^2.3.5\ (2)$	$2^2.3.5\ (2.3)$	$2^2.3.5\ (2.3^2)$
$2^2.3.5\ (2^2)$	$2^2.3.5\ (2^2.3)$	$2^2.3.5\ (2^2.3^2)$
$2^2.3.5\ (2^3)$	$2^2.3.5\ (2^3.3)$	$2^2.3.5\ (2^3.3^2)$
$2^3.3.5\ (1)$	$2^3.3.5\ (3)$	$2^3.3.5\ (3^2)$
$2^3.3.5\ (2)$	$2^3.3.5\ (2.3)$	$2^3.3.5\ (2.3^2)$
$2^3.3.5\ (2^2)$	$2^3.3.5\ (2^2.3)$	$2^3.3.5\ (2^2.3^2)$
$2^4.3.5\ (1)$	$2^4.3.5\ (3)$	$2^4.3.5\ (3^2)$
$2^4.3.5\ (2)$	$2^4.3.5\ (2.3)$	$2^4.3.5\ (2.3^2)$
$2^5.3.5\ (1)$	$2^5.3.5\ (3)$	$2^5.3.5\ (3^2)$

§. 21. Ex genere autem quarto ſequentes in hoc ſyſtemate habebuntur conſonantiae, quae a muſicis tanquam diſſonantiae vſurpari poſſunt.

$3^2(1)$	$3^2(3)$	$3^2(5)$	$3^2(3\cdot 5)$
$3^2(2)$	$3^2(2\cdot 3)$	$3^2(2\cdot 5)$	$3^2(2\cdot 3\cdot 5)$
$3^2(2^2)$	$3^2(2^2\cdot 3)$	$3^2(2^2\cdot 5)$	$3^2(2^2\cdot 3\cdot 5)$
$3^2(2^3)$	$3^2(2^3\cdot 3)$	$3^2(2^3\cdot 5)$	$3^2(2^3\cdot 3\cdot 5)$
$3^2(2^4)$	$3^2(2^4\cdot 3)$	$3^2(2^4\cdot 5)$	$3^2(2^4\cdot 3\cdot 5)$
$3^2(2^5)$	$3^2(2^5\cdot 3)$	$3^2(2^5\cdot 5)$	$3^2(2^5\cdot 3\cdot 5)$
$2\cdot 3^2(1)$	$2\cdot 3^2(3)$	$2\cdot 3^2(5)$	$2\cdot 3^2(2\cdot 5)$
$2\cdot 3^2(2)$	$2\cdot 3^2(2\cdot 3)$	$2\cdot 3^2(2\cdot 5)$	$2\cdot 3^2(2\cdot 3\cdot 5)$
$2\cdot 3^2(2^2)$	$2\cdot 3^2(2^2\cdot 3)$	$2\cdot 3^2(2^2\cdot 5)$	$2\cdot 3^2(2^2\cdot 3\cdot 5)$
$2\cdot 3^2(2^3)$	$2\cdot 3^2(2^3\cdot 3)$	$2\cdot 3^2(2^3\cdot 5)$	$2\cdot 3^2(2^3\cdot 3\cdot 5)$
$2\cdot 3^2(2^4)$	$2\cdot 3^2(2^4\cdot 3)$	$2\cdot 3^2(2^4\cdot 5)$	$2\cdot 3^2(2^4\cdot 3\cdot 5)$
$2^2\cdot 3^2(1)$	$2^2\cdot 3^2(3)$	$2^2\cdot 3^2(5)$	$2^2\cdot 3^2(3\cdot 5)$
$2^2\cdot 3^2(2)$	$2^2\cdot 3^2(2\cdot 3)$	$2^2\cdot 3^2(2\cdot 5)$	$2^2\cdot 3^2(2\cdot 3\cdot 5)$
$2^2\cdot 3^2(2^2)$	$2^2\cdot 3^2(2^2\cdot 3)$	$2^2\cdot 3^2(2^2\cdot 5)$	$2^2\cdot 3^2(2^2\cdot 3\cdot 5)$
$2^2\cdot 3^2(2^3)$	$2^2\cdot 3^2(2^3\cdot 3)$	$2^2\cdot 3^2(2^3\cdot 5)$	$2^2\cdot 3^2(2^3\cdot 3\cdot 5)$
$2^3\cdot 3^2(1)$	$2^3\cdot 3^2(3)$	$2^4\cdot 3^2(5)$	$2^3\cdot 3^2(3\cdot 5)$
$2^3\cdot 3^2(2)$	$2^3\cdot 3^2(2\cdot 3)$	$2^3\cdot 3^2(2\cdot 5)$	$2^3\cdot 3^2(2\cdot 3\cdot 5)$
$2^3\cdot 3^2(2^2)$	$2^3\cdot 3^2(2^2\cdot 3)$	$2^3\cdot 3^2(2^2\cdot 5)$	$2^3\cdot 3^2(2^2\cdot 3\cdot 5)$
$2^4\cdot 3^2(1)$	$2^4\cdot 3^2(3)$	$2^4\cdot 3^2(5)$	$2^4\cdot 3^2(3\cdot 5)$
$2^4\cdot 3^2(2)$	$2^4\cdot 3^2(2\cdot 3)$	$2^4\cdot 3^2(2\cdot 5)$	$2^4\cdot 3^2(2\cdot 3\cdot 5)$
$2^5\cdot 3^2(1)$	$2^5\cdot 3^2(3)$	$2^5\cdot 3^2(5)$	$2^5\cdot 3^2(3\cdot 5)$

§. 22.

§. 22. Ex generibus porro VII, VIII et X ſequentes habebuntur conſonantiae.

$3^3(1)$	$3^3(5)$	$3^2.5(1)$	$2.3^2.5(3)$
$3^3(2)$	$3^3(2.5)$	$3^2.5(2)$	$2.3^2.5(2.3)$
$3^3(2^2)$	$3^3(2^2.5)$	$3^2.5(2^2)$	$2.3^2.5(2^2.3)$
$3^3(2^3)$	$3^3(2^3.5)$	$3^2.5(2^3)$	$2.3^2.5(2^3.3)$
$3^3(2^4)$	$3^3(2^4.5)$	$3^2.5(2^4)$	$2.3^2.5(2^4.3)$
$3^3(2^5)$	$3^3(2^5.5)$	$3^2.5(2^5)$	$2^2.3^2.5(2)$
$2.3^3(1)$	$2.3^3(5)$	$2.3^2.5(1)$	$2^2.3^2.5(2.3)$
$2.3^3(2)$	$2.3^3(2.5)$	$2.3^2.5(2)$	$2^2.3^2.5(2^2.3)$
$2.3^3(2^2)$	$2.3^3(2^2.5)$	$2.3^2.5(2^2)$	$2^2.3^2.5(2^3.3)$
$2.3^3(2^3)$	$2.3^3(2^3.5)$	$2.3^2.5(2^3)$	$2^3.3^2.5(3)$
$2.3^3(2^4)$	$2.3^3(2^4.5)$	$2.3^2.5(2^4)$	$2^3.3^2.5(2.3)$
$2^2.3^3(1)$	$2^2.3^3(5)$	$2^2.3^2.5(1)$	$2^3.3^2.5(2^2.3)$
$2^2.3^3(2)$	$2^2.3^3(2.5)$	$2^2.3^2.5(2)$	$3^3.5(1)$
$2^2.3^3(2^2)$	$2^2.3^3(2^2.5)$	$2^2.3^2.5(2^2)$	$3^3.5(2)$
$2^2.3^3(2^3)$	$2^2.3^3(2^3.5)$	$2^2.3^2.5(2^3)$	$3^3.5(2^2)$
$2^3.3^3(1)$	$2^3.3^3(5)$	$2^3.3^2.5(1)$	$3^3.5(2^3)$
$2^3.3^3(2)$	$2^3.3^3(2.5)$	$2^3.3^2.5(2)$	$3^3.5(2^4)$
$2^3.3^3(2^2)$	$2^3.3^3(2^2.5)$	$2^3.3^2.5(2^2)$	$3^3.5(2^5)$
$2^4.3^3(1)$	$2^4.3^3(5)$	$3^2.5(3)$	$2.3^3.5(1)$
$2^4.3^3(2)$	$2^4.3^3(2.5)$	$3^2.5(2.3)$	$2.3^3.5(2)$
$2^5.3^3(1)$	$2^5.3^3(5)$	$3^2.5(2^2.3)$	$2.3^3.5(2^2)$
		$3^2.5(2^3.3)$	$2.3^3.5(2^3)$
		$3^2.5(2^4.3)$	$2.3^3.5(2^4)$
		$3^2.5(2^5.3)$	

§. 23. Si nunc hae consonantiae pro valore F=8, quot quidem exprimi possunt ex tabula consonantiarum desumantur, prodibit sequens tam consonantiarum quam dissonantiarum copia.

3. 5 (2)	$C:A:\bar{e}$
3. 5 (2^2)	$c:a:\bar{\bar{e}}$
3. 5 (2^3)	$F:\bar{c}:\bar{a}$
3. 5 (2^4)	$f:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{a}}$
2. 3. 5 (1)	$C:A:e:\bar{e}$
2. 3. 5 (2)	$C:A:c:a:\bar{e}:\bar{\bar{e}}$
2. 3. 5 (2^2)	$F:c:a:\bar{c}:\bar{a}:\bar{\bar{e}}$
2. 3. 5 (2^3)	$F.f:\bar{c}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{a}}$
2. 3. 5 (2^4)	$f:\bar{f}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{a}}$
2^2. 3. 5 (1)	$C:A:c:e:a:\bar{e}:\bar{\bar{e}}$
2^2. 3. 5 (2)	$C:F:A:c:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{a}:\bar{\bar{e}}$
2^2. 3. 5 (2^2)	$F:c:f:a:\bar{c}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{a}}$
2^2. 3. 5 (2^3)	$F:f:\bar{c}:\bar{f}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{a}}$
2^3. 3. 5 (1)	$C:F:A.c:e:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{a}:\bar{\bar{e}}$
2^3. 3. 5 (2)	$C:F:A:c:f:a:\bar{c}:\bar{e}.\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{a}}$
2^3. 3. 5 (2^2)	$F:c:f:a:\bar{c}:\bar{f}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
2^4. 3. 5 (1)	$C:F:A:c:e:f:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{a}}$
2^4. 3. 5 (2)	$C:F:A:c:f:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{f}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
2^5. 3. 5 (1)	$C:F:A:c:e:f:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{f}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$

---

3. 5 (3)	$G:e:\bar{h}$
3. 5 (2. 3)	$C:g:\bar{e}:\bar{h}$
3. 5 (2^2. 3)	$c:\bar{g}:\bar{e}$
2. 3. 5 (3)	$C:G:e:g:\bar{e}:\bar{h}:\bar{\bar{h}}$

$2.3.5(2.3)$	$C:c:g:\bar{e}:\bar{g}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{b}}$
$2.3.5(2^2.3)$	$c:\bar{c}:\bar{g}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}$
$2^2.3.5(3)$	$C:G:c:e:g:\bar{e}:\bar{g}:\bar{b}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{b}}$
$2^2.3.5(2.3)$	$C:c:g:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{b}}$
$2^2.3.5(2^2.3)$	$c:\bar{c}:\bar{g}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}$
$2^3.3.5(3)$	$C:G:c:e:g:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{b}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{b}}$
$2^3.3.5(2.3)$	$C:c:g:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{b}}$
$2^4.3.5(3)$	$C:G:c:e:g:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{b}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{b}}$
$3.5(3^2)$	$G:\bar{d}:\bar{\bar{b}}$
$3.5(2.3^2)$	$g:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{b}}$
$2.3.5(3^2)$	$G:g:\bar{d}:\bar{b}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{b}}$
$2.3.5(2.3^2)$	$g:\bar{g}:\bar{d}:\bar{\bar{b}}$
$2^2.3.5(3^2)$	$G:g:\bar{d}:\bar{g}:\bar{b}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{b}}$
$2^2.3.5(2.3^2)$	$g:\bar{g}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{b}}$
$2^3.3.5(3^2)$	$G:g:\bar{d}:\bar{g}:\bar{b}:\bar{\bar{d}}.\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{b}}$
$3^2(2^3)$	$F:\bar{c}:\bar{\bar{g}}$
$2.3^2(2^2)$	$F:c:\bar{c}:\bar{g}:\bar{\bar{g}}$
$2.3^2(2^3)$	$F:f:\bar{c}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}$
$2^2.3^2(2)$	$C:F:c:g:\bar{c}:\bar{g}:\bar{\bar{g}}$
$2^2.3^2(2^2)$	$F:c:f:\bar{c}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}$
$2^2.3^2(2^3)$	$F:f:\bar{c}:\bar{f}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
$2^3.3^2(1)$	$C \cdot F:G:c:g:\bar{c}:\bar{g}:\bar{\bar{g}}$
$2^3.3^2(2)$	$C:F:c.f:g:\bar{c}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}$
$2^3.3^2(2^2)$	$F:c:f:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
$2^4.3^2(1)$	$C:F:G:c:f:g\ \bar{c}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}$
$2^4.3^2(2)$	$C:F:c:f:g:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
$2^5.3^2(1)$	$C:F:G:c\ f:g:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$

$3^2(2.3)$	C:g:$\overline{\overline{d}}$
$2.3^2(3)$	C:G:g:$\overline{d}$:$\overline{\overline{d}}$
$2.3^2(2.3)$	C:c:g:$\overline{g}$:$\overline{\overline{d}}$
$2^2.3^2(3)$	C:G:c:g:$\overline{d}$:$\overline{g}$:$\overline{\overline{d}}$
$2^2.3^2(2.3)$	C:c:g:$\overline{e}$:$\overline{g}$:$\overline{d}$:$\overline{\overline{g}}$
$2^3.3^2(3)$	C:G:c:$g\overline{c}$:$\overline{d}$:$\overline{g}$:$\overline{\overline{d}}$:$\overline{\overline{g}}$
$2^3.3^2(2.3)$	C:c:g:$\overline{c}$:$\overline{g}$:$\overline{\overline{c}}$:$\overline{\overline{d}}$:$\overline{\overline{g}}$
$2^4.3^2(3)$	C:G:c:$g\overline{c}$:$\overline{d}$:$\overline{g}$:$\overline{\overline{c}}$:$\overline{\overline{d}}$:$\overline{\overline{g}}$

$3^2(2.5)$	A:$\overline{e}$:$\overline{\overline{b}}$
$2.3^2(5)$	A:e:$\overline{e}$:$\overline{b}$:$\overline{\overline{b}}$
$2.3^2(2.5)$	A:a:$\overline{e}$:$\overline{\overline{e}}$:$\overline{\overline{b}}$
$2^2\ 3^2(5)$	A:e:a:$\overline{e}$:$\overline{b}$:$\overline{\overline{e}}$:$\overline{\overline{b}}$
$2^2.3^2(2.5)$	A:a:$\overline{e}$:$\overline{a}$:$\overline{e}$:$\overline{\overline{b}}$
$2^3.3^2(5)$	A:e:a:$\overline{e}$:$\overline{a}$:$\overline{b}$:$\overline{\overline{e}}$:$\overline{\overline{b}}$
$2^3.3^2(2.5)$	A:a:$\overline{e}$:$\overline{a}$:$\overline{\overline{e}}$:$\overline{\overline{a}}$:$\overline{\overline{b}}$
$2^4.3^2(5)$	A:e:a:$\overline{e}$:$\overline{a}$:$\overline{b}$:$\overline{\overline{e}}$:$\overline{\overline{a}}$:$\overline{\overline{b}}$

$2^2.3^3(2)$	C:F:c:g:$\overline{c}$:$\overline{g}$:$\overline{\overline{d}}$:$\overline{\overline{g}}$
$2^3.3^3(1)$	C:F:G:c:g:$\overline{c}$:$\overline{d}$:$\overline{g}$:$\overline{\overline{d}}$:$\overline{\overline{g}}$
$2^3.3^3(2)$	C:F:c:f:g:$\overline{c}$:$\overline{g}$:$\overline{\overline{c}}$:$\overline{\overline{d}}$.$\overline{\overline{g}}$
$2^4.3^3(1)$	C:F:G:c:f:g:$\overline{c}$:$\overline{d}$:$\overline{g}$:$\overline{\overline{c}}$:$\overline{\overline{d}}$:$\overline{\overline{g}}$
$2^4.3^3(2)$	C:F:c:f:g:$\overline{c}$:$\overline{f}$:$\overline{g}$:$\overline{\overline{c}}$:$\overline{\overline{d}}$:$\overline{\overline{g}}$:$\overline{\overline{\overline{c}}}$
$2^5.3^3(1)$	C:F.G:c:f:g:c:$\overline{d}$:$\overline{f}$:$\overline{g}$:$\overline{\overline{c}}$:$\overline{\overline{d}}$:$\overline{\overline{g}}$:$\overline{\overline{\overline{c}}}$

$3^2.5\,(2)$	$C:A:g:\bar{e}:\bar{\bar{b}}$
$3^2.5\,(2^2)$	$c:a:\bar{g}:\bar{\bar{e}}$
$3^2.5\,(2^3)$	$F:\bar{c}:\bar{a}:\bar{\bar{g}}$
$2.3^2.5\,(1)$	$C:G:A:e:g:\bar{e}:\bar{b}:\bar{\bar{b}}$
$2.3^2,5\,(2)$	$C:A:c:g:a:\bar{e}:\bar{g}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{b}}$
$2.3^2.5\,(2^2)$	$F:c:a:\,:\bar{c}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}$
$2.3^2.5\,(2^3)$	$F:f:\bar{c}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}$
$2^2.3^2.5\,(1)$	$C:G:A:c:e:g:a:\bar{e}:\bar{g}:\bar{b}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{b}}$
$2^2.3^2.5\,(2)$	$C:F:A:c:g:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{b}}$
$2^2.3^2.5\,(2^2)$	$F:c:f:a\,\bar{c}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{\bar{g}}}:\bar{\bar{a}}$
$2^2.3^2.5\,(2^3)$	$F:f:\bar{c}:\bar{f}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{\bar{g}}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$
$2^3.3^2.5\,(1)$	$C:F:G:A:c:e:g:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{b}\,\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{b}}$
$2^3.3^2.5\,(2)$	$C:F:A:c:f:g:a:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{a}.\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{a}}.\bar{\bar{b}}$
$2^3.3^2\ 5\,(2^2)$	$F:c:f.a:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{a}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{\bar{g}}}:\bar{\bar{a}}:\bar{\bar{\bar{c}}}$

$3^2.5\,(3)$	$G:e\cdot\bar{d}:\bar{b}$
$3^2.5\,(2.3)$	$C:g:\bar{e}\cdot\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{b}}$
$2.3^2.5\,(3)$	$C:G:e:g:\bar{d}:\bar{e}:\bar{b}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{b}}$
$2.3^2.5\,(2.3)$	$C:c:g:\bar{e}:\bar{g}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{b}}$
$2^2.3^2.5\,(3)$	$C:G:c:e:e:g\ \bar{d}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{b}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{b}}$
$2.3^2.5\,(2.3)$	$C:c\cdot g:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}.\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{b}}$
$2^3.3^2.5\,(3)$	$C:G:c:e:g:\bar{c}:\bar{d}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{b}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{b}}$
$2^3.3^2.5\,(2.3)$	$C:c\cdot g:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{\bar{c}}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{g}}:\bar{\bar{b}}$

$3^3.5\,(2)$	$C:A:g:\bar{e}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{b}}$
$2.3^3.5\,(1)$	$C:G:A:e:g:\bar{d}:\bar{e}:\bar{b}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{b}}$
$2.3^3.5\,(2)$	$C:A:c.g:a:\bar{e}:\bar{g}:\bar{\bar{d}}:\bar{\bar{e}}:\bar{\bar{b}}$

§. 24. En igitur ingentem tam conſonantiarum quam diſſonantiarum, prout quidem muſici loqui ſolent, copiam, quibus in hoc ſolo ſyſtemate vti licet; conſonantiarum vero numerus multo adhuc fit maior, ſi etiam conſonantiae trium priorum generum adhibeantur, quas in hac recenſione omiſimus. Ex hoc ergo ſumma varietas compoſitionum, quae in vnico ſyſtemate exhiberi poſſunt, abunde intelligitur; maior vero etiam varietas locum habebit in ſyſtematibus magis compoſitis, quae ſcilicet magis compoſitos habeant exponentes, quemadmodum reliqua ſyſtemata eodem modo euoluenti facile patebit.

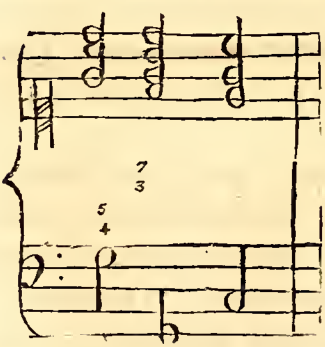
§. 25. Poſt talem autem conſonantiarum et diſſonantiarum in dato ſyſtemate enumerationem non difficile erit compoſitionem in eo ſyſtemate exhibere, conſonantiis et diſſonantiis pro lubitu inter ſe commiſcendis. Suauitati vero maxime conſuletur, ſi ſucceſſiones conſonantiarum nimis durae euitentur, quarum ſcilicet exponentes parum ſint ſimpliciores ipſo ſyſtematis exponente: id quod praecipue in iis ſyſtematibus erit tenendum, quorum exponentes ſunt admodum compoſiti.

§. 26. Cum autem muſica varietate maxime delectetur, conſultum erit conſonantias plurimum permutare neque plures affines ſucceſſiue collocare; cuiusmodi ſunt eae, quarum exponentes et indices non niſi binarii poteſtatibus inter ſe differunt. Obtinebitur autem hoc, ſi nusquam tres pluresue conſonantiae ſucceſſiue ponantur, quarum ſucceſſionis exponens multum ab exponente ſyſtematis diſcrepet. Hoc etiam requirit natura ſyſtematis ipſa; niſi enim in quauis compoſitionis parte totius ſyſtematis exponens

nens contineretur, compoſitio facile in ſyſtema ſimplicius delapſa videri poſſet.

§. 27. Quod autem hic de qualibet compoſitionis parte eſt monitum, id in prima parte potiſſimum eſt obſeruandum, quo auditor mox ex prima parte ſyſtematis exponentem cognoſcat. Statim ergo ab initio tales conſtituendae erunt conſonantiae, quarum coniunctim ſumtarum exponens exhauriat ipſum ſyſtematis exponentem. Haecque eadem regula maxime quoque in compoſitionis vltima parte eſt tenenda, quo ex ipſo fine intelligatur, ex quonam ſyſtemate compoſitio ſit facta.

§. 28. Regulam hanc muſici hodierni etiam in ſuis operibus vbique ſollicite obſeruant, dum ſuas clauſulas finales ita inſtituunt, vt ex iis totius ſyſtematis exponens, quo in extrema ſaltem parte ſunt vſi, percipi queat. Ad hoc clarius oſtendendum iuuabit clauſulam finalem in ſyſtemate ante euoluto, cuius exponens erat $2^5.3^3.5$ et $F = 8$, quod quidem ad muſicorum modum C durum refertur, more recepto adornatam conſideraſſe. Patet autem, niſi in ſecunda



conſonantia ſonus *J*, qui eſt ſeptima ad baſſum G, adeſſet, exponentes harum trium conſonantiarum ſucceſſiuarum futuros eſſe $2^3.3^2(2.3):2^2.3.5(3^2):2^3.3.5(2.3)$ Foret ergo harum conſonantiarum coniunctim conſideratarum exponens communis $2^4.3^2.5$, ob indices omnes per 3 diuiſibiles, qui vtique multo ſimplicior eſſet exponente ſyſtematis $2^5.3^3.5$. Hanc ob rem ad regulam datam congrue ſonus $\bar{f}$ cuius exponens eſt 2^5 intermiſcetur, quo totius clauſulae exponens prodeat $2^5 . 3^3 . 5$, atque auditus per hanc clauſulam tota ſyſtematis indole et natura impleatur.

§. 29. Interim tamen haec licentia muſicorum nimis audax regulisque harmoniae hactenus ſtabilitis contraria videri poſſet, cum ſolius mediae conſonantiae exponens adiecto ſono $\bar{f}$ fiat $2^5 . 3^3 . 5$, atque adeo ad gradum 16 pertineat, quod vix tolerari poteſt. Sed praeterquam quod ratio huius iam ſit indicata, alio inſuper nititur fundamento, quod circa diſſonantias a muſicis obſeruari ſolet, atque a nobis hactenus nondum eſt tactum. Hucusque enim tantum conſonantias principales, quarum quaeque per ſe conſideratur, tractauimus, minus principales autem nondum attigimus.

§. 30. Discrimen autem hoc potiſſimum ex natura tactus ortum habet, cuius aliae partes principales cenſentur aliae minus principales, quae poſteriores conſonantiis minus principalibus replentur. Tales igitur conſonantiae multis gradibus principales ſuperare poſſunt, ſine vllo harmoniae damno, dum modo cum ratione adhibeantur: neque enim in iis tam gradus ſuauitatis quam connexio conſonantiarum principalium ſpectatur.

§. 31. Fit autem connexio haec inter binos ſonos conſonantiarum principalium mediis interpolandis; vt ſi inter ſonos $\bar{g}$ et $\bar{e}$ medius $\bar{f}$ inſeritur, et cum priore conſonantia adhuc coniungitur, quemadmodum etiam in exemplo allato eſt factum. Tales ſonorum inſertiones, qui proprie ad conſonantias non pertinent, tranſitus gratia fiunt,

unt, atque ideo etiam tolerantur. Deinde quoque in diminutionibus notarum muſicarum frequenter ſoni in conſonantiis non contenti adhibentur, quibus tamen harmonia non turbatur.

§. 32. Quanquam autem ratio horum ſonorum ad compoſitionem ligatam et floridam pertinet, tamen hic obiter notari conuenit, eiusmodi ſonos inſertos in ſyſtemate contentos eſſe, atque in locis tactus minus principalibus adhiberi debere. Quod autem iis harmonia non turbetur, ratio eſt, quia in ſyſtemate continentur, iisque idea ſyſtematis auditui continuo plenius, quam per ſolas conſonantias fieret, repraeſentatur. Ipſae vero regulae, quas in hoc negotio obſeruari oportet, a muſicis abunde ſunt expoſitae.

CAPVT DECIMVM QVARTVM.

DE MODORVM ET SYSTEMATVM PERMVTATIONE.

§. 1.

QVantumuis etiam multiplex ſit varietas, quae in vnico ſyſtemate locum habet, tamen ſi idem ſyſtema diutius retineatur, faſtidium potius quam delectationem pariat neceſſe eſt. Cum enim muſica tam varietatem quam ſuauitatem in ſonis et conſonantiis requirat, ſaepius obiectum auditus permutandum eſt. Quemadmodum igitur per compoſitionem in capite praecedente traditam exponens ſyſtematis auditui repraeſentatur, ita cum is iam ſatis fuerit perſpectus, ad aliud ſyſtema tranſitus fieri debebit.

§. 2. Mutatio autem haec plurimis modis fieri poteſt: primo enim ſyſtema ſolum varias mutationes admittit, manentibus modo eiusque ſpecie inuariatis. Deinde ſenſibilior fiet mutatio, ſi in aliam ſpeciem modi vel alium etiam modum tranſitus fiat; cuiusmodi mutationes ex ſuperiori tabula modorum et ſyſtematum abunde colligi poſſunt. Praeterea vero ipſi modi atque adeo etiam ſingulae eorum ſpecies et ſyſtemata plures admittunt variationes in tabula data non exhibitas, quae oriuntur ſi indices cum exponentibus coniungantur; vnde maxima varietas in muſicam inducitur.

§. 3.

§. 3. Quemadmodum enim diuerſarum conſonantiarum comparatio inter ſe non per ſolos exponentes ſed etiam per indices inſtituitur, ita etiam idem modus diuerſis indicibus adiungendis diuerſas formas induit, quae in tabula ſuperioris capitis non ſunt expreſſae, vbi perpetuo vnitas indicum locum tenet. Hic igitur vbi diuerſos modos diuerſaque ſyſtemata inter ſe comparare atque tranſitiones ex aliis in alia exponere inſtituimus, ad exponentem cuiusque modi et ſyſtematis indicem annectemus.

§. 4. Quo autem intelligatur, quomodo compoſitio in ſyſtemate, cuius exponens cum indice eſt coniunctus, fieri debeat, ab indicibus qui ſunt binarii poteſtates ordiemur, ſit igitur E (2^n) exponens ſyſtematis, pro quo eſt $F = 2^m$; manifeſtum eſt compoſitionem pro exponente E fieri poſſe, eamque tum n octauis acutiorem reddi debere. Hoc autem cum pluribus incommodis ſit obnoxium, compoſitio fiat in ſyſtemate exponentis E pro valore $F = 2^{m-n}$; quae pariter ad propoſitum ſyſtema pertinebit.

§. 5. Si autem index non fuerit poteſtas binarii, ſed quiuis alius numerus p, compoſitio in ſyſtemate cuius exponens eſt E (p) pro caſu $F = 2^m$ fiet, componendo in ſyſtemate exponentis E, tumque ſingulos ſonos interuallo $1:p$ eleuando. Cum autem hoc modo plerumque ad ſonos nimis acutos perueniatur, ſumatur potentia binarii ipſi p proxima, quae ſit 2^k, atque compoſitio fiat in ſyſtemate exponentis E (2^k) ſecundum caſum priorem, quo facto tota compoſitio transponatur interuallo $2^k:p$. Hac itaque ratione ſecundum praecepta praecedentis capitis in quolibet ſyſtemate, cuius exponens cum indice eſt coniunctus, compoſitio muſica formari poterit.

§. 6. Si igitur opus muſicum ex pluribus partibus conſtet, quarum quaeque ad peculiare ſyſtema referatur, tum ante omnia exponens totius operis muſici eſt conſiderandus, qui eſt minimus communis diuiduus omnium exponentium ſyſtematum, quae vſurpantur. Ex hoc itaque exponente pro lubitu aſſumto ipſa ſyſtemata eorumque exponentes viciſſim deducentur, pari modo, quo ante ex exponente ſyſtematis ſingularum conſonantiarum exponentes ſunt deriuati.

§. 7. Electo autem pro arbitrio exponente, quo integrum opus muſicum componendum contineatur, ſimul quoque poteſtatem binarii determinatam eſſe oportet, qua ſonus F indicatur; quaeque in omnibus ſyſtematibus inuariata manere debet. Neque tamen ideo ea ſyſtemata ſola, in quibus F eadem binarii poteſtate deſignatur, in tali opere muſico locum inueniunt; ſed praeter ea etiam omnia illa, in quibus valor ipſius F eſt minor. Accidit autem hoc propter indices cum exponentibus ſyſtematum coniunctos, qui, ſi pares fuerint, ad ſyſtemata reducuntur, in quibus minores binarii poteſtates ſonum F exprimunt; quemadmodum ex ante tradita ratione componendi in ſyſtematibus, quorum exponentes cum indicibus ſunt coniuncti, intelligitur.

§. 8. Antequam autem ipſa ſyſtemata, quae in operis muſici exponente continentur, definiantur, modos in eo exponente contentos enumerari conuenit. Non ſolum vero ipſi modi in ſe ſpectati, quatenus exponentibus exhibentur, ſunt recenſendi, ſed ſingulae etiam eiusdem modi variationes, quae per indices indicantur. Ex modis

dis porro deriuabuntur species, quae simul ob valorem ipsius F datum, systemata praebent, pro quorum quolibet compositio, prout iam est praeceptum, instituenda est.

§. 9. Modi vero, si simpliciores excipiantur, praecipue sunt duo exponentibus $2^n . 3^3 . 5$ et $2^n . 3^2 . 5^2$ expressi; nam ille modus, cuius exponens est $2^n . 3^3 . 5^2$, ex his duobus compositus est censendus. Horum modorum prior $2^n . 3^3 . 5$, a musicis modus durus, posterior vero $2^n . 3^2 . 5^2$ modus mollis appellatur; hisce fere solis musici in suis operibus vtuntur. Vterque autem horum modorum plures variationes indicibus adiungendis complectitur, quae a musicis peculiares denominationes obtinuerunt, quas ex subiuncta tabella videre licet.

Modi Duri.

$2^n . 3^3 . 5 \, (2^m)$	Modus C durus.
$2^n . 3^3 . 5 \, (2^m . 3)$	Modus G durus.
$2^n . 3^3 . 5 \, (2^m . 5)$	Modus E durus.
$2^n . 3^3 . 5 \, (2^m . 3^2)$	Modus D durus.
$2^n . 3^3 . 5 \, (2^m . 3 \; 5)$	Modus H durus.
$2^n . 3^3 . 5 \, (2^m . 3^3)$	Modus A durus.
$2^n . 3^3 . 5 \, (2^m . 3^2 . 5)$	Modus F*s* durus.
$2^n . 3^3 . 5 \, (2^m . 3^4)$	Modus E durus.
$2^n . 3^3 . 5 \, (2^m . 3^3 . 5)$	Modus C*s* durus.
$2^n . 3^3 . 5 \, (2^m . 3^4 . 5)$	Modus G*s* durus.

Modi molles.

$2^n . 3^2 . 5^2 \, (2^m)$	Modus A mollis.
$2^n . 3^2 . 5^2 \, (2^m . 3)$	Modus E mollis.

$2^n . 3^2 .$

$2^n . 3^2 . 5^2 (2^m . 3^2)$	Modus H mollis.
$2^n . 3^2 . 5^2 (2^m . 3^3)$	Modus Fs mollis.
$2^n . 3^2 . 5^2 (2^m . 3^4)$	Modus Cs mollis.
$2^n . 3^2 . 5^2 (2^m . 3^5)$	Modus Gs mollis.

§. 10. Hic eas tantum modorum variationes recensuimus, quae in exponente $2^n . 3^7 . 5^2$ continentur, ad quem genus diatonico-chromaticum nunc vſu receptum ſatis commode et ſine notabili harmoniae detrimento adhiberi poſſe adnotauimus. Ideo autem haec nomina iſtis modorum variationibus tribuimus; quia pleraque cuiusque horum modorum ſyſtemata eos ipſos ſonos complectuntur, qui a muſicis ambitus modorum nominatorum conſtituere cenſentur. Ita qui modi $2^n . 3^3 . 5 (2^m)$ pleraque ſyſtemata in tabula expoſita contemplatur, deprehendet, iis ambitum modi C duri a muſicis ita vocati contineri; pariterque modum $2^n . 3^2 . 5^2 (2^m)$ cum ambitu modi A mollis congruere.

§. 11. Quo igitur appareat, cuius modi binorum horum modorum variationes in quolibet opere muſico locum inueniant, exponentes, qui ad integra opera muſica exprimenda accipi poſſunt, conſideremus, quos exponentem $2^n . 3^7 . 5^2$ generis diatonico-chromatici latiori ſenſu accepti non ſuperare debere, iam ſupra oſtendimus. Erit itaque $2^n . 3^3 . 5^2$ ſimpliciſſimus exponens, ex quo opera muſica, in quibus quidem modorum variationes inſunt, componi poſſunt; hincque ſequentes quatuor modos in ſe complectitur.

$2^n . 3^3 . 5 (2^m)$	Modus C durus.
$2^n . 3^3 . 5 (2^m . 5)$	Modus E durus.
$2^n . 3^2 . 5^2 (2^m)$	Modus A mollis.
$2^n . 3^2 . 5^2 (2^m . 3)$	Modus E mollis.

Species vero omnes horum modorum eorumque variationum prodibunt, ſi loco *n* et *m* ſucceſſiue ſinguli numeri integri ſubſtituantur, quae aggregatum $m + n$ non maius reddant quam *k*.

§. 12. In huius ergo generis operibus muſicis iam ſumma varietas in permutandis ſyſtematibus inter ſe locum habere poteſt, vt vix opus eſſe videatur, opera muſica magis compoſitorum exponentium requirere. Praeterquam enim, quod ſufficiens varietas in hoc exponente contineatur, omnibus etiam huiusmodi operibus genus diatonico-chromaticum receptum apprime congruit, ſine vlla aberratione, ſecus ac contingit in operibus magis compoſitis. A muſicis etiam hodiernis horum modorum permutatio frequenter adhibetur, in quorum operibus ſolennes ſunt tranſitus ex modo E duro in E mollem, ex hocque in C durum et A mollem et viciſſim.

§. 13. Hoc genus operum muſicorum, quod vti eſt ſimpliciſſimum, ita perfectiſſimum ſpectari meretur: ſequitur hoc cuius exponens eſt $2^k . 3^4 . 5^2$, in quo omnes modorum et ſyſtematum permutationes comprehenduntur, quae quidem a muſicis plerumque adhiberi ſolent; ita vt in hoc exponente fere omnia opera muſica contineantur, ſi ſcilicet debito modo transponantur. Non enim, qui opera muſica ad hanc normam examinare cupit, ipſos dos per ſe permutatos conſideret, ſed eorum relationem mutuam, quam cum mutua relatione modorum hic exhibitornm conferat.

§. 14. Complectitur autem iſte exponens $2^k . 3^4 . 5^2$ in ſe ſequentes ſeptem modorum duri et mollis variationes.

$2^n . 3^3 . 5 (2^m)$	Modus C durus
$2^n . 3^3 . 5 (2^m . 3)$	Modus G durus
$2^n . 3^3 . 5 (2^m . 5)$	Modus E durus
$2^n . 3^3 . 5 (2^m . 3 . 5)$	Modus H durus
$2^n . 3^2 . 5^2 (2^m)$	Modus A mollis
$2^n . 3^2 . 5^2 (2^m . 3)$	Modus E mollis
$2^n . 3^2 . 5^2 (2^m . 3^2)$	Modus H mollis

Qui nunc contempletur, quanta ſpecierum et ſyſtematum copia in his modis contineatur, ſummam varietatem in hoc genere non ſolum admirabitur, ſed etiam agnoſcet, alias modorum permutationes a muſicis nequidem vſurpari; ita vt ſuperfluum foret exponentes magis compoſitos conſiderare.

§. 15. Enumeratis autem variis modis et ſyſtematibus, quibus in componendo integro opere muſico vti licet, exponendum eſt, quinam modi commodiſſime inter ſe permutentur, et quomodo tranſitus ex vno modo in alium fieri debeat. Quemadmodum enim in eodem modo non licet omnes conſonantias eo pertinentes promiſcue inter ſe coniungere, ſed eas tantum, quae ſibi ſunt affines atque ſucceſſiones gratas efficiant; ita ſimili modo in compoſitione variorum modorum tranſitus inter ipſos gratus eſſe debet.

§. 16.

§. 16. Hinc intelligitur binos modos ſe inuicem ſubſequentes ita eſſe oportere comparatos, vt vnam pluresue conſonantias inter ſe habeant communes. Quando enim ad talem conſonantiam, quae vtrique modo communis eſt, peruenitur, tum commode prior modus finiri, poſterior vero inchoari poterit, neque ſaltus ſeu lacuna intolerabilis hoc pacto ſentietur. Praeterea etiam pauſa interpoſita, vel principali operis parte finita nouus modus incipi poteſt; tum enim pauſa conſonantiae communis locum implere cenſetur.

§. 17. Cum igitur triades harmonicae, quae exponente $2^n. 3. 5$ continentur, a muſicis ſint potiſſimum receptae, quarum ſucceſſione opera muſica conſtant; videndum eſt, quinam modi communes habeant eius modi conſonantias, quinamque minus, quo perſpiciatur, in quos nam modos ex modo dato tranſitus fieri queat. Negligemus autem in hac disquiſitione breuitatis gratia binarii poteſtates, tam in exponentibus quam indicibus, quia iis tantum ſpecies variantur.

$2^n. 3^3. 5\,(2^m)$ Modus C durus.

Triades harmonicae.

$3.5(1) : 3.5(3) : 3.5(3^2)$

$2^n. 3^3. 5\,(2^m. 3)$ Modus G durus.

Triades harmonicae.

$3.5(3) : 3.5(3^2) : 3.5(3^3)$

$2^n.3^3.5(2^m.5)$ Modus E durus.

Triades harmonicae.

$3.5(5) : 3.5(3.5) : 3.5(3^2.5)$

$2^n.3^3.5(2^m.3.5)$ Modus H durus.

Triades harmonicae.

$3.5(3.5) : 3.5(3^2.5) : 3.5(3^3.5)$

$2^n.3^2.5^2(2^m)$ Modus A mollis.

Triades harmonicae.

$3.5(1) : 3.5(3) : 3.5(5) : 3.5(3.5)$

$2^n.3^2.5^2(2^m.3)$ Modus E mollis.

Triades harmonicae.

$3.5(3) : 3.5(3^2) : 3.5(3.5) : 3.5(3^2.5)$

$2^n.3^2.5^2(2^m.3^2)$ Modus H mollis.

Triades harmonicae.

$3.5(3^2) : 3.5(3^3) : 3.5(3^2.5) : 3.5(3^3.5)$

§. 18. His inter ſe comparatis patebit primo ex modo C duro facile eſſe in modum G durum transire, atque viciſſim, cum duas habeant triades communes ſcilicet $3.5(3)$ et $3.5(3^2)$: ſecundo ex modo C duro neque in modum E durum neque H durum transitum dari, neque viciſſim, cum nulla adſit conſonantia communis. Tertio facilis erit quoque tranſitus ex modo C duro in modum A mollem, quia duae conſonantiae $3.5(1)$ et $3.5(3)$ vtrique ſunt communes. Quarto aeque facilis erit tranſitus ex modo C duro in E mol-

E mollem, quia etiam duae triades 3.5(3) et 3.5(3²) ipſis ſunt communes. Quinto intelligitur tranſitum ex modo C duro in H mollem difficiliorem eſſe, cum vnica tantum conſonantia communis nempe 3.5(3²) inter eos intercedat.

§. 19. Similiter quod ad modum G durum attinet, perſpicitur primo ex eo neque in modum E durum, neque H durum tranſitum dari, ob nullam conſonantiam communem. Secundo difficilem eſſe tranſitum ex modo G duro in A mollem, ob vnicam conſonantiam 3.5(3) vtrique communem. At tertio transitus facilis euadet ex modo G duro in E et H molles, ob duas vtrinque conſonantias communes. Modus porro E durus facilem habet tranſitum in modum H durum, pariter quoque in modos A et E molles; quia vbique duae conſonantiae ſunt communes: difficilis vero erit tranſitus ex modo E duro in modum H mollem propter vnicam conſonantiam communem.

§. 20. Ex modo autem H duro difficilis admodum eſt tranſitus in modum A mollem tam ob vnicam conſonantiam communem, quam ob ſyſtemata nimis diuerſa, quorum ratio mox fuſius exponetur. At in modos E et H molles facilius ex modo H duro transibitur, ob duas conſonantias communes. Porro facilis eſt tranſitus ex modo A molli in E mollem, nullus vero in modum H mollem: facilis denique habebitur tranſitus ex modo E molli in H mollem. Haec vero omnia vno conſpectu in tabula hac repraeſentantur:

	C dur.	G dur.	E dur.	H dur.	A moll.	E moll.	H moll.
C dur.	——	facilis	nullus	nullus	facilis	facilis	difficilis
G dur.	facilis	——	nullus	nullus	difficilis	facilis	facilis
E dur.	nullus	nullus	——	facilis	facilis	facilis	difficilis
H dur.	nullus	nullus	facilis	——	difficilis	facilis	facilis
A moll.	facilis	difficilis	facilis	difficilis	——	facilis	nullus
E moll.	facilis	facilis	facilis	facilis	facilis	——	facilis
H moll.	difficilis	facilis	difficilis	facilis	nullus	facilis	——

Perſpicuum ergo eſt ex modo E molli in omnes reliquos tranſitum eſſe facilem.

§. 21. Hinc autem tantum intelligitur quotnam eiusdem generis conſonantiarum variationes bini modi habeant communes, vnde quidem ſatis tuto iudicium de tranſitu ex alio modo in alium formari poteſt. Verum ſi accidat, vt duo modi etiamſi conſonantiarum genera habeant communia, tamen ſpecies communes non admittant, tum ſuperius iudicium ceſſare debebit. Hanc ob rem non ſolum modi in genere vt hic fecimus, ſed ipſorum ſpecies et ſyſtemata ſunt conſideranda, quo pateat vtrum in iis conſonantiae eaedem locum habeant. Hocque facto demum concludatur quales tranſitus admittantur et quomodo.

§. 22.

§. 22. Qui haec omnia cum muſicorum hodiernorum ratione componendi ipſorumque operibus conferre dignabitur, eo maiorem congruentiam deprehendet, quo plus ſtudii in comparationem impendet. Quamobrem non dubito, quin haec noſtra de muſica theoria expertis artificibus occaſionem ſit praebitura hanc ſcientiam ope verae theoriae etiamnum ignoratae ad maiorem perfectionis gradum euehendi.

FINIS.

[illegible]

Vérifié complet